

## Glavni momenti inercije preseka i njihov položaj.

Glavne momente inercije ćemo dobiti traženjem minimuma i maksimuma funkcije  $I_u(\varphi) = I_x \cos^2 \varphi + I_y \sin^2 \varphi - I_{xy} \sin 2\varphi$ .

Za tražena rešenja  $\varphi = \alpha_{1/2}$  prvi izvod mora biti jednak nuli:  $\left. \frac{dI_u}{d\varphi} \right|_{\varphi=\alpha_{1/2}} = I_u' \Big|_{\varphi=\alpha_{1/2}} = 0$ .

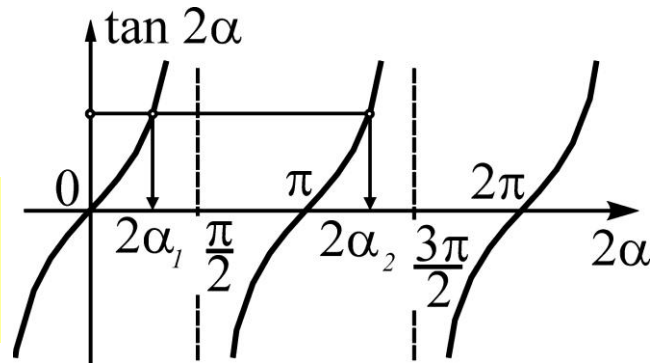
$$\frac{dI_u}{d\varphi} = I_u' = -I_x \cdot 2 \sin \varphi \cos \varphi + I_y \cdot 2 \sin \varphi \cos \varphi - 2I_{xy} \cos 2\varphi \Rightarrow$$

$$\frac{dI_u}{d\varphi} = I_u' = -(I_x - I_y) \sin 2\varphi - 2I_{xy} \cos 2\varphi,$$

$$\left. \frac{dI_u}{d\varphi} \right|_{\varphi=\alpha_{1/2}} = -(I_x - I_y) \sin 2\alpha_{1/2} - 2I_{xy} \cos 2\alpha_{1/2} = 0$$

$$\Rightarrow \tan 2\alpha_{1/2} = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y} \Rightarrow 2\alpha_1 = \arctan\left(-\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}\right),$$

$$\tan 2\alpha_2 = \tan 2\alpha_1 \Rightarrow 2\alpha_2 = 2\alpha_1 + \pi \Rightarrow \alpha_2 = \alpha_1 + \frac{\pi}{2},$$

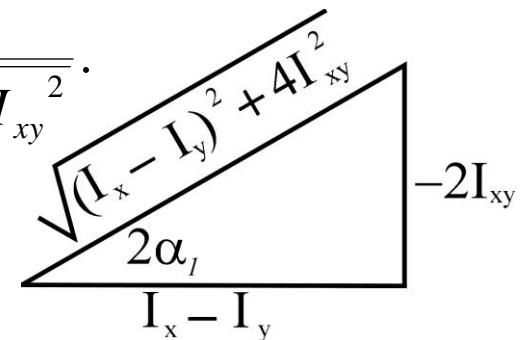
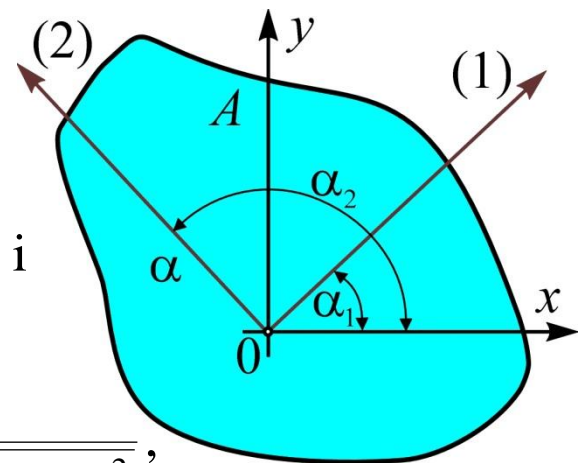


Dobijeni izrazi definišu pravce glavnih osa inercije.

Za oadređivanje sinusa i kosinusa od  $2\alpha_{1/2}$  iskoristimo i zamišljeni pravougli trougao sa slike:

$$\cos 2\alpha_1 = \frac{I_x - I_y}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}}, \quad \sin 2\alpha_1 = -\frac{2I_{xy}}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}},$$

$$\cos 2\alpha_2 = -\frac{I_x - I_y}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}}, \quad \sin 2\alpha_2 = \frac{2I_{xy}}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}}.$$



Za određivanje kvadrata sinusa i kosinusa preko kosinusa dvostrukog ugla iskoristimo matematičke formule:

$$\sin^2 \alpha_1 = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha_1) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{I_x - I_y}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}} \right),$$

$$\sin^2 \alpha_2 = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha_2) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{I_x - I_y}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}} \right),$$

$$\cos^2 \alpha_1 = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha_1) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{I_x - I_y}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}} \right),$$

$$\cos^2 \alpha_2 = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha_2) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{I_x - I_y}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}} \right).$$

Prvi glavni moment inercije je  $I_u(\varphi)$  za  $\varphi = \alpha_1$ :  $I_1 = I_u(\varphi)|_{\varphi=\alpha_1} \Rightarrow$

$$I_1 = \frac{I_x}{2} \left( 1 + \frac{I_x - I_y}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}} \right) + \frac{I_y}{2} \left( 1 - \frac{I_x - I_y}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}} \right) + \frac{I_{xy} \cdot 2I_{xy}}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}{2\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}.$$

Istom procedurom drugi glavni moment inercije je  $I_u(\varphi)$  za  $\varphi = \alpha_2$ :

$$I_u(\varphi)|_{\varphi=\alpha_2} = I_2 = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}{2\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}} = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}.$$

Dakle, glavne momente inercije određuju formule:

$$I_{1/2} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}.$$

*Dokažimo sada da centrifugalni moment inercije za glavne ose inercije mora da bude jednak nuli.*

Uvrstimo u funkciju  $I_{uv}(\varphi) = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\varphi + I_{xy} \cos 2\varphi$

uglove  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  umesto  $\varphi$  kako bi dobili centrifugalni moment inercije za glavne ose inercije  $I_{12}$ :  $I_{12} = I_{uv}(\varphi)|_{\varphi=\alpha_1} = I_{uv}(\varphi)|_{\varphi=\alpha_2} \Rightarrow$

$$I_{uv}(\varphi)|_{\varphi=\alpha_1} = \frac{I_x - I_y}{2} \cdot \left( -\frac{2I_{xy}}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}} \right) + I_{xy} \cdot \frac{I_x - I_y}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}} = 0$$

$$I_{uv}(\varphi)|_{\varphi=\alpha_2} = \frac{I_x - I_y}{2} \cdot \frac{2I_{xy}}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}} + I_{xy} \cdot \left( -\frac{I_x - I_y}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}} \right) = 0.$$

## Invarijante momenata inercije.

*Invarijante momenata inercije izvedimo iz izraza za glavne momente inercije*

$$I_1 = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2} \quad (1) \quad I_2 = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2} \quad (2)$$

Sabiranjem izraza (1) i (2), dobija se prva invarijanta:

$$I_1 + I_2 = I_x + I_y. \quad \text{Zbir aksijalnih momenata inercije za ma koje dve međusobno upravne ose je konstantan (PRVA INVARIJANTA)}$$

Jednakost proizvoda levih i desnih strana izraza (1) i (2), daje drugu invarijantu:

$$\begin{aligned} I_1 \cdot I_2 &= \left( \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2} \right) \cdot \left( \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2} \right) \Rightarrow \\ I_1 \cdot I_2 &= \left( \frac{I_x + I_y}{2} \right)^2 - \left( \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2} \right)^2 = \frac{(I_x + I_y)^2 - [(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2]}{4} \Rightarrow \\ 4 \cdot I_1 \cdot I_2 &= [I_x + I_y - (I_x - I_y)] \cdot [I_x + I_y + (I_x - I_y)] - 4I_{xy}^2 \Rightarrow \\ 4 \cdot I_1 \cdot I_2 &= [2I_y] \cdot [2I_x] - 4I_{xy}^2 \Rightarrow I_1 \cdot I_2 = I_x \cdot I_y - I_{xy}^2 \quad \text{(DRUGA INVARIJANTA)} \end{aligned}$$

Ova invarijanta se često koristi za izračunavanje centrigugalnog momenta inercije  $I_{xy}$  na osnovu aksijalnih  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_x$  i  $I_y$ .

## Kriterijumi za određivanje osa maksimalnog i minimalnog momenta inercije.

Suštinsku ulogu u utvrđivanju, da li funkcija  $I_u(\varphi)$ , za nađeno  $\varphi=\alpha_1$  ili  $\varphi=\alpha_2$ , u minimumu ili maksimumu, ima njen drugi izvod.

Na osnovu poznate funkcije  $I_u(\varphi)$ , ili njenog prvog izvoda dobija se funkcija drugog izvoda:

$$I_u = I_x \cos^2 \varphi + I_y \sin^2 \varphi - I_{xy} \sin 2\varphi, \quad \frac{dI_u}{d\varphi} = -(I_x - I_y) \sin 2\varphi - 2I_{xy} \cos 2\varphi$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 I_u}{d\varphi^2} = -2(I_x - I_y) \cos 2\varphi + 4I_{xy} \sin 2\varphi.$$

Minimum imamo za onaj ugao  $\alpha$ , za koji je drugi izvod pozitivan, a maksimum, za drugi ugao  $\alpha$ , za koji je drugi izvod negativan.

Na primer, ako je za ugao  $\alpha$ , određen po formuli  $\alpha = \frac{1}{2} \arctan\left(-\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}\right)$ , drugi izvod negativan, tj.

$$\left. \frac{d^2 I_u}{d\varphi^2} \right|_{\varphi=\alpha} = -2(I_x - I_y) \cos 2\alpha + 4I_{xy} \sin 2\alpha < 0,$$

onda je za taj ugao  $\alpha = \alpha_1$  funkcija  $I_u$  u maksimumu, tj.  $I_u|_{\varphi=\alpha_1} = I_{\max} = I_1$ .

## Savijanje grede: definicija, moment savijanja i transverzalna sila.

Zamislamo da je štap opterećen na savijanje sačinjen od uzdužnih vlakana paralelnih sa osom štapa.

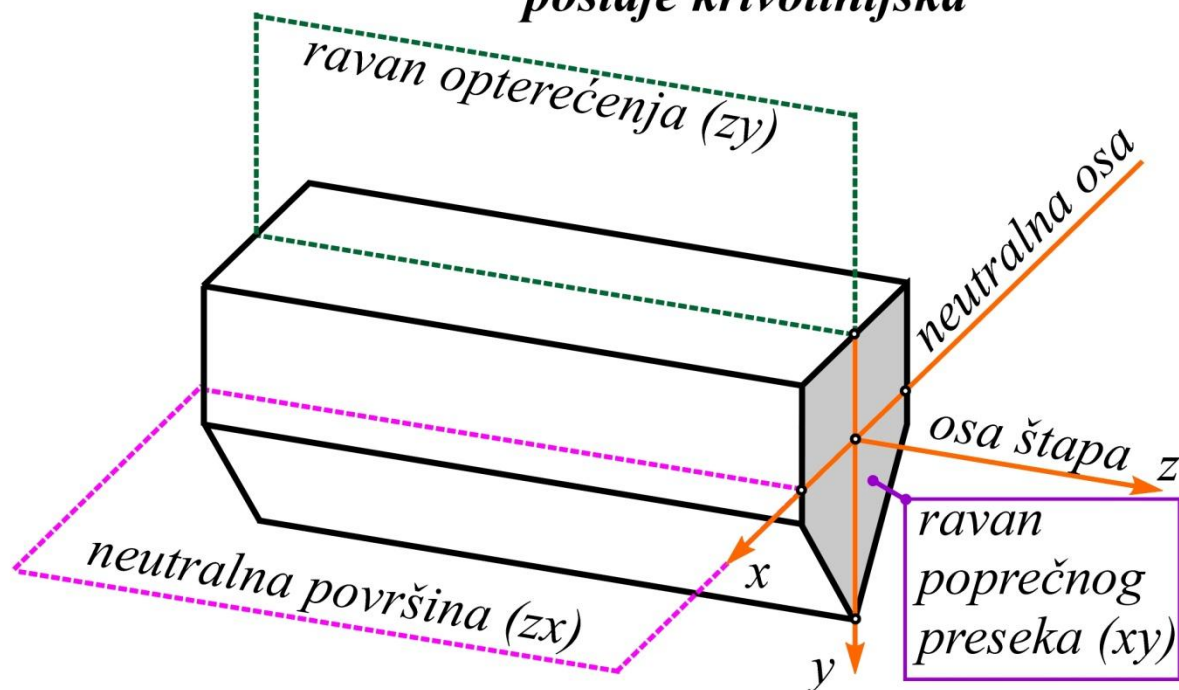
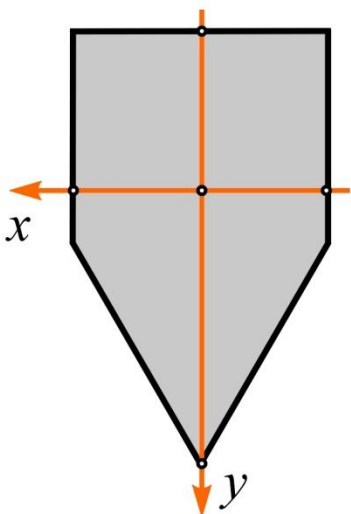


*pre dejstva opterećenja  $C$   
osa štapa je pravolinijska*

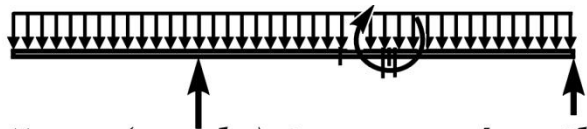


*pod opterećenjem osa štapa  
postaje krivolinijska*

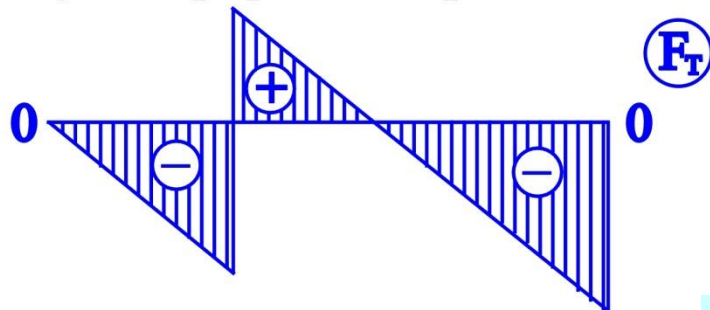
*Presek C-C  
(poprečni presek)*



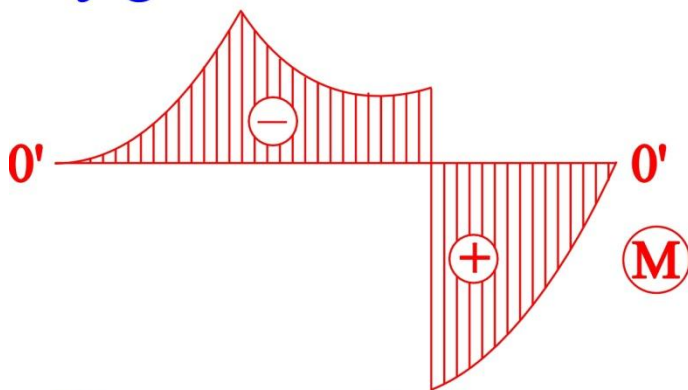
*prostorni prikaz ravni i osa*



štap (greda) je opterećen ili ne spregovima i opterećenjem u poprečnom pravcu



**dijagram transverzalnih sila**



**dijagram napadnog momenta (momenata savijanja)**

Štap (greda, konzola,...) se savija pod dejstvom spregova i opterećenja u poprečnom pravcu.

Pod opterećenjem osa štapa iz pravolinijskog prelazi u krivolinijski oblik. Taj krivolinijski oblik nosi naziv “ELASTIČNA LINIJA”.

Poprečni presek je simetričan u odnosu na osu  $y$  tako da je centrifugalni moment inercije  $I_{xy} = 0$  a ose  $x$  i  $y$  su glavne ose.

Ravan opterećenja  $zy$  je ravan simetrije.

U neutralnoj površini  $zx$  leže vlakna čija dužina nije promenjena (ni zategnuta, ni pritisnuta).

Neutralna osa  $x$  se nalazi u preseku neutralne površine i ravni poprečnog preseka.

Sa jedne strane neutralne ose dolazi do zatezanja vlakana a sa druge do pritiska.

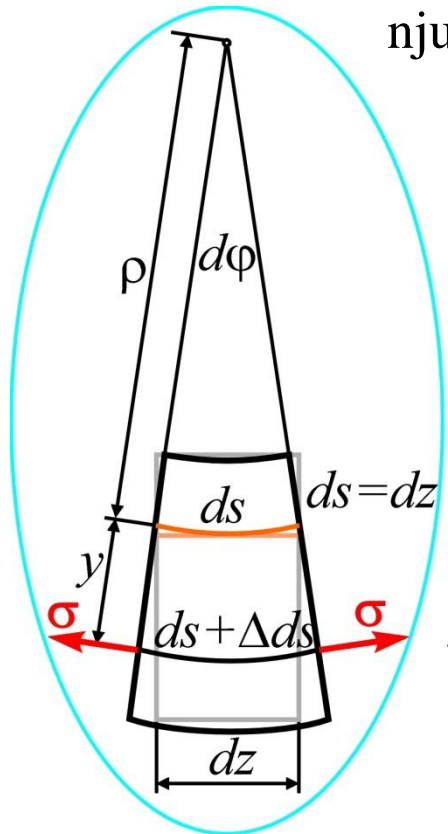
Veoma je važno određivanje transverzalnih sila i momenata savijanja (takođe crtanje njihovih dijagrama) jer od njih zavise naponi.

Od momenata savijanja zavise i deformacije (oblik elastične linije itd.).



## Čisto savijanje: definicija, raspored napona, neutralna osa.

Kod čistog savijanja nema transverzalnih sila jer jedino spregovi dejstvuju na štap. Elementarnom delu dužine  $dz$  vlakna koja prolaze kroz neutralnu osu nakon savijanja ne menjaju dužinu  $ds=dz$ . Dužina vlakna na  $y$  udaljenju od neutralne ose je  $ds+\Delta ds$ .



1)

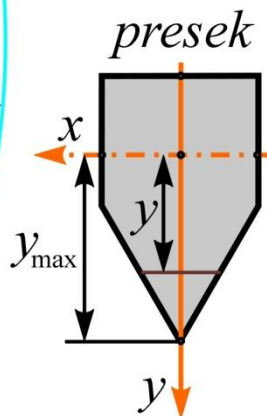
$$ds + \Delta ds = (\rho + y)d\phi \dots (1)$$

$$ds = \rho d\phi \dots (2), \quad (1) - (2) \Rightarrow$$

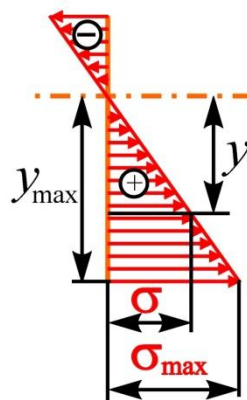
$$\Delta ds = y d\phi \dots (3), \quad (3) : (2) \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta ds}{ds} = \frac{y}{\rho}, \quad \frac{\Delta ds}{ds} = \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \Rightarrow$$

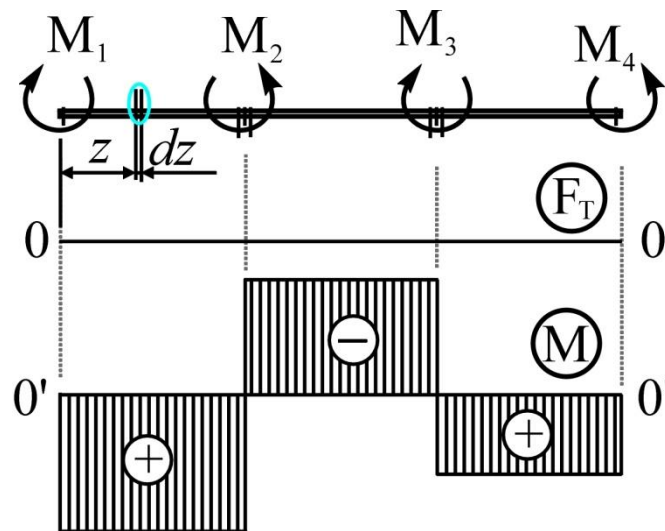
dijagram  
napona



2)



3)



$$\sigma = \frac{E}{\rho} y.$$

Naponi  $\sigma$  se proporcionalno povećavaju sa rastojanjem  $y$  od neutralne ose.

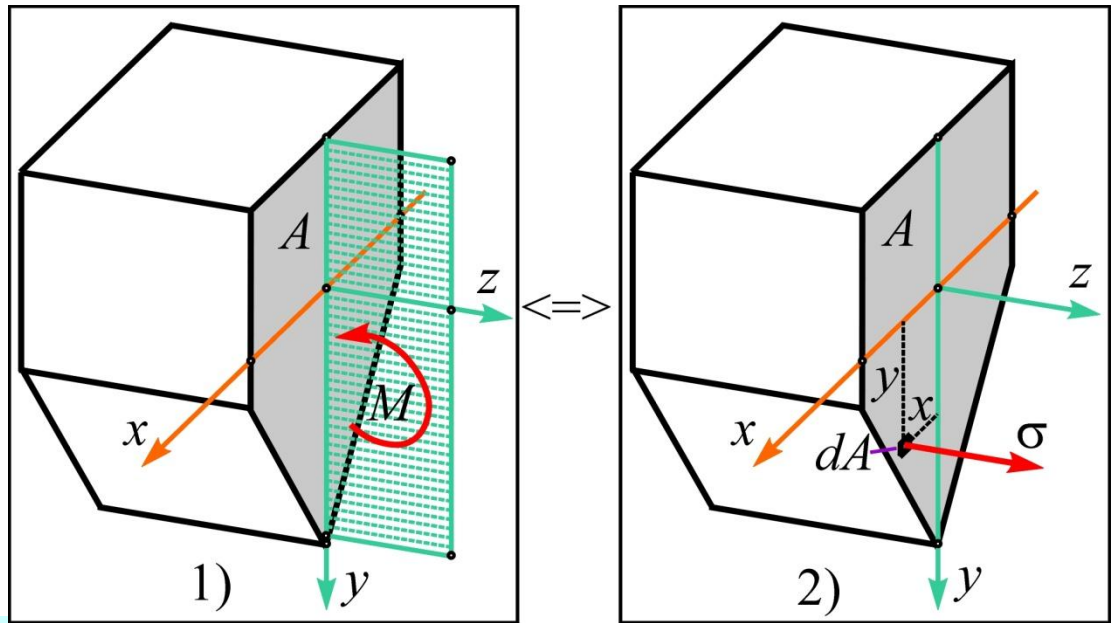
Neutralna osa odvaja deo poprečnog preseka u kojem su naponi na zatezanje od dela sa pritiskom. Na njoj normalnih napona nema.

$\rho$ -poluprečnik krivine elastične linije.

# Određivanje normalnih napona pri čistom savijanju.

$$\sigma = \frac{E}{\rho} y$$

U poprečnom preseku postoji samo moment savijanja  $M$  koji leži u  $yz$  ravni (Sl.1) i koji je posledica normalnih napona (Sl.2). Ekvivalentnost tih dejstava daje:



$$(1) \sum X_i^{Sl.1} = \sum X_i^{Sl.2} \Rightarrow 0 = 0$$

$$(2) \sum Y_i^{Sl.1} = \sum Y_i^{Sl.2} \Rightarrow 0 = 0$$

$$(3) \sum Z_i^{Sl.1} = \sum Z_i^{Sl.2} \Rightarrow 0 = \int_{(A)} \sigma dA \Rightarrow 0 = \frac{E}{\rho} \int_{(A)} y dA \Rightarrow y_T = 0$$

*Jednakosti identički zadovoljene*

*Neutralna osa x je težišna.*

$$(4) \sum M_{xi}^{Sl.1} = \sum M_{xi}^{Sl.2} \Rightarrow M = \int_{(A)} y \sigma dA \Rightarrow M = \frac{E}{\rho} \int_{(A)} y^2 dA \Rightarrow \frac{E}{\rho} = \frac{M}{I_x} \Rightarrow \sigma = \frac{M}{I_x} y$$

$$(5) \sum M_{yi}^{Sl.1} = \sum M_{yi}^{Sl.2} \Rightarrow 0 = - \int_{(A)} x \sigma dA \Rightarrow 0 = \int_{(A)} x y dA \Rightarrow I_{xy} = 0$$

*x i y su glavne ose inercije. Zadovoljeno jer je y osa simetrije.*

$$(6) \sum M_{zi}^{Sl.1} = \sum M_{zi}^{Sl.2} \Rightarrow 0 = 0$$

## Otporni moment. Dimenzionisanje kod čistog savijanja.

Pošto neutralna osa  $x$  mora da prolazi kroz težište, prvo se uočava da li se zna položaj težišta (na primer, zbog simetrije u odnosu na  $x$  osu) ili se mora naći težište da bi se znao položaj  $x$  ose. Čim se odredi neutralna  $x$  osa traži se moment inercije za nju  $I_x$ , na neki od načina. Paralelno sa tim utvrđuje se na kom rastojanju  $|y|_{\max}$  se nalazi tačka preseka koja je sa bilo koje od strana maksimalno udaljena od neutralne ose. Zatim se određuje otporni moment po formuli  $W_x = I_x / |y|_{\max}$ .

Ako je u pitanju dimenzionisanje, a, na primer, dimenzija  $c$  definiše veličinu poprečnog preseka, lako je moguće da bi moment inercije i otporni moment bili oblika  $I_x = B \cdot c^4$ ,  $W_x = B_1 \cdot c^3$  gde su  $B$  i  $B_1$  konstante.

Neophodno je proučiti i statički deo nosača kako bi se odredio maksimalni moment savijanja pošto je maksimalni napon na nosaču definisan izrazom

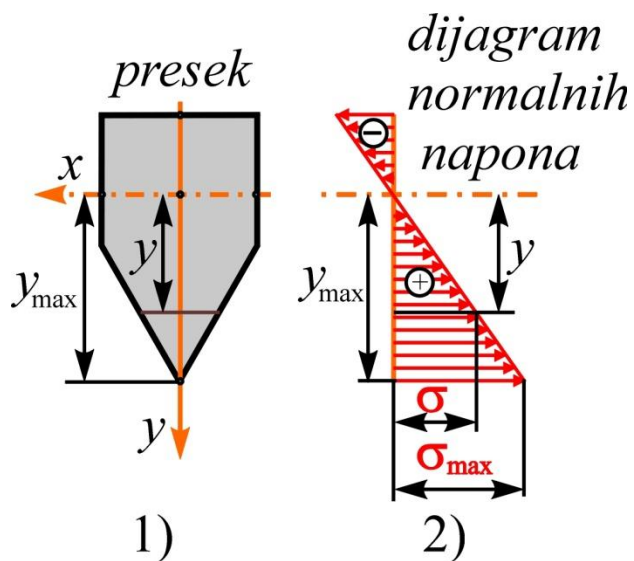
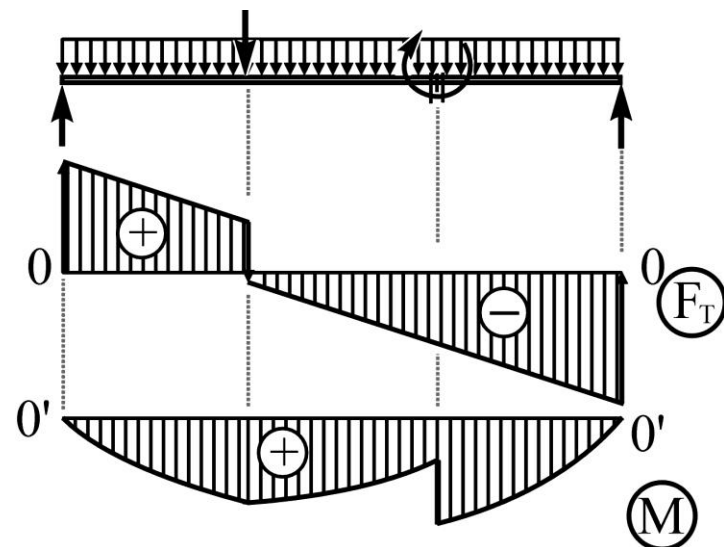
$$\sigma_{\max} = \frac{|M|_{\max}}{W_x}.$$

Zatim se iz uslova zadovoljenja nejednakosti  $\sigma_{\max} \leq \sigma_d$ , odnosno  $\frac{|M|_{\max}}{W_x} \leq \sigma_d$ , dobija  $W_x \geq \frac{|M|_{\max}}{\sigma_d}$ , što za  $W_x = B_1 \cdot c^3$  daje  $c \geq \sqrt[3]{\frac{|M|_{\max}}{B_1 \cdot \sigma_d}}$ .

$\sigma_d$  je dozvoljeni normalni napon a osnova dimenzionisanja je  $\sigma_{\max} \leq \sigma_d$ .

## Savijanje silama: definicija

Kaže se da je nosač izložen savijanju silama ako na njega dejstvuju opterećenja u poprečnom pravcu gde osim njih može biti i spregova. Ta opterećenja su ili samo sile ili osim njih i kontinualno opterećenje. U opštem slučaju u proizvoljnom poprečnom preseku postoje i moment savijanja  $M$  i transverzalna sila  $F_T$  zbog kojih se u tačkama preseka očekuje postojanje kako normalnih tako i tangencilnih napona. Kao i kod čistog savijanja, na osnovu oblika deformisanog elementarnog dela (hipoteza ravnih preseka),



na osnovu oblika deformisanog elementarnog dela (hipoteza ravnih preseka), dobija se da se normalni naponi  $\sigma$  proporcionalno povećavaju sa rastojanjem  $y$  od neutralne ose

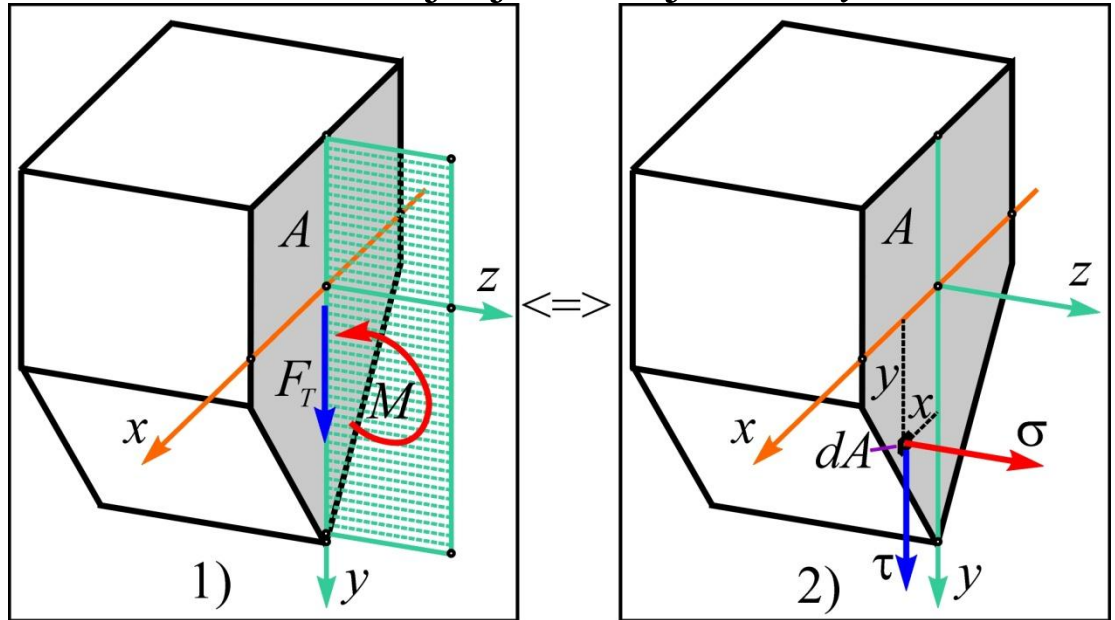
$$\sigma = \frac{E}{\rho} y.$$

Podsetimo se da je u ovom izrazu  $E$ -modul elastičnosti a  $\rho$ -poluprečnik krivine elastične linije.

Da li i kod savijanja silama, kao kod čistog savijanja, neutralna osa prolazi kroz težište itd. videće se u narednom pitanju.

## Određivanje normalnih napona pri savijanju silama.

U poprečnom preseku postoji, osim momenta savijanja  $M$ , koji leži u  $yz$  ravni, i transverzalna sila  $F_T$  pravca  $y$  ose (Sl.1). Moment je posledica normalnih napona a transverzalna sila tangencijalnih (Sl.2). Ekvivalentnost momenta savijanja  $M$  i sila usled normalnih napona  $\sigma$ , kao i u slučaju čistog savijanja, zbog  $\sigma = (E/\rho)y$ , daje:

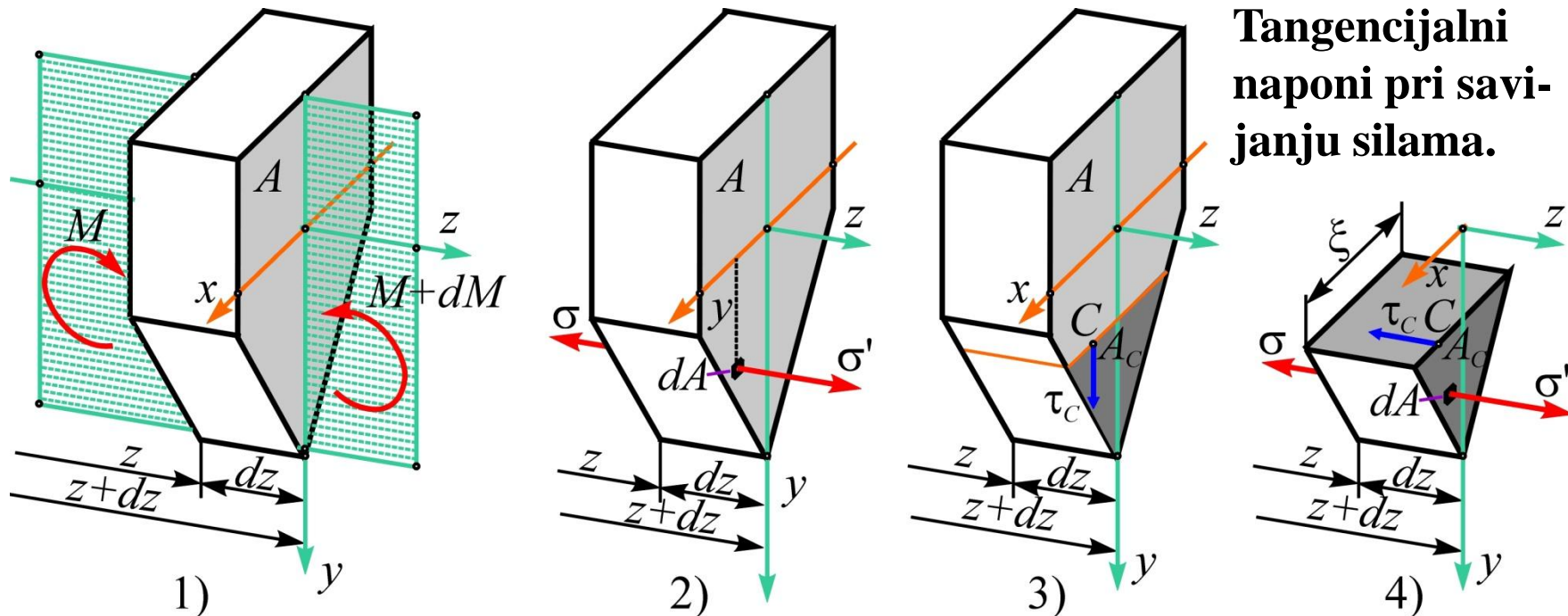


$$\sum Z_i^{Sl.1} = \sum Z_i^{Sl.2} \Rightarrow 0 = \int_{(A)} \sigma dA \Rightarrow 0 = \frac{E}{\rho} \int_{(A)} y dA \Rightarrow y_T = 0 \quad \text{Neutralna osa } x \text{ je težišna.}$$

$$\sum M_{xi}^{Sl.1} = \sum M_{xi}^{Sl.2} \Rightarrow M = \int_{(A)} y \sigma dA \Rightarrow M = \frac{E}{\rho} \int_{(A)} y^2 dA \Rightarrow \frac{E}{\rho} = \frac{M}{I_x} \Rightarrow \sigma = \frac{M}{I_x} y$$

$$\sum M_{yi}^{Sl.1} = \sum M_{yi}^{Sl.2} \Rightarrow 0 = - \int_{(A)} x \sigma dA \Rightarrow 0 = \int_{(A)} x y dA \Rightarrow I_{xy} = 0 \quad \text{Ovo znači da su } x \text{ i } y \text{ glavne ose inercije.}$$

*To je zadovoljeno zato što je  $y$  osa simetrije.*



## Tangencijalni naponi pri savijanju silama.

Na elementarni deo grede dužine  $dz$  (Sl.1) u preseku levo dejstvuje moment savijanja  $M(z) = M$ , a u preseku desno  $M(z + dz) = M + dM$ .

Normalne napone (Sl.2), u tačkama preseka koji je levo određuje formula

$$\sigma(z) = \sigma = \frac{M}{I_x} y, \quad \text{a tačkama preseka koji je desno } \sigma(z + dz) = \sigma' = \frac{M + dM}{I_x} y.$$

Da bi našli tangencijalni napon u proizvoljnoj tački  $C$  (Sl.3), iskoristimo jednačinu ravnoteže sila u  $z$  pravcu koje dejstvuju na elementarni deo, prikazan na Sl.4:

$$\int_{(A_c)} \sigma' dA - \int_{(A_c)} \sigma dA - \tau_c \xi dz = 0 \Rightarrow \int_{(A_c)} (\sigma' - \sigma) dA = \tau_c \xi dz \Rightarrow \int_{(A_c)} \frac{dM}{I_x} y dA = \tau_c \xi dz \Rightarrow$$



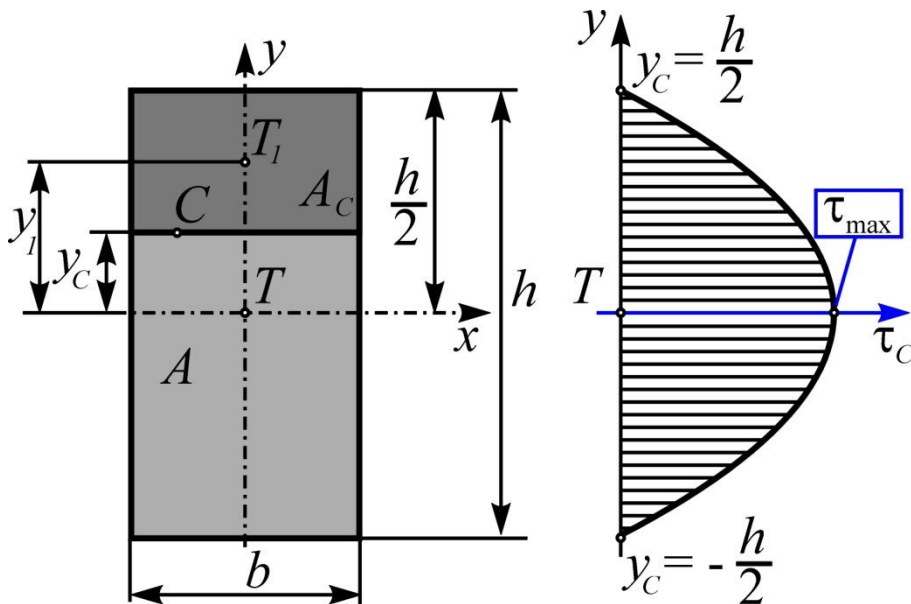
$$\frac{dM}{dz} \frac{S_x^{A_C}}{I_x} = \tau_C \xi \Rightarrow \tau_C = \frac{F_T}{I_x} \frac{S_x^{A_C}}{\xi} \Rightarrow \tau_C = \frac{F_T}{I_x} \frac{S_C}{\xi}.$$

Pri izvođenju gornje formule iskorišćeno je da je  $F_T = dM/dz$  a sa  $S_C$  je označen statički moment površine  $A_C$  za neutralnu osu  $x$ , odnosno

$$S_C = S_x^{A_C} = \int_{(A_C)} y dA.$$

**Primer 3.1** Odrediti matematičku zavisnost promene tangencijalnog napona sa udaljenjem od neutralne ose kod pravougaonog preseka širine  $b$  a visine  $h$ ?

$$S_C = A_C \cdot y_1 = b \left( \frac{h}{2} - y_C \right) \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{h}{2} + y_C \right) = \frac{b}{2} \left[ \left( \frac{h}{2} \right)^2 - y_C^2 \right] \Rightarrow S_C = \frac{bh^2}{8} - \frac{b}{2} y_C^2,$$



$$I_x = \frac{bh^3}{12}, \quad \xi = b \Rightarrow$$

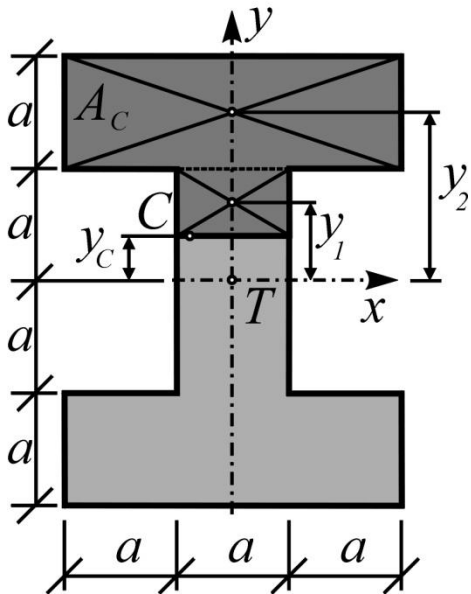
$$\tau_C = \frac{F_T}{I_x} \left( \frac{h^2}{8} - \frac{y_C^2}{2} \right) = \frac{6F_T}{bh^3} \left( \frac{h^2}{4} - y_C^2 \right)$$

$$\Rightarrow \tau_C|_{y_C=0} = \tau_{\max} = \frac{3F_T}{2bh} = \frac{3F_T}{2A},$$

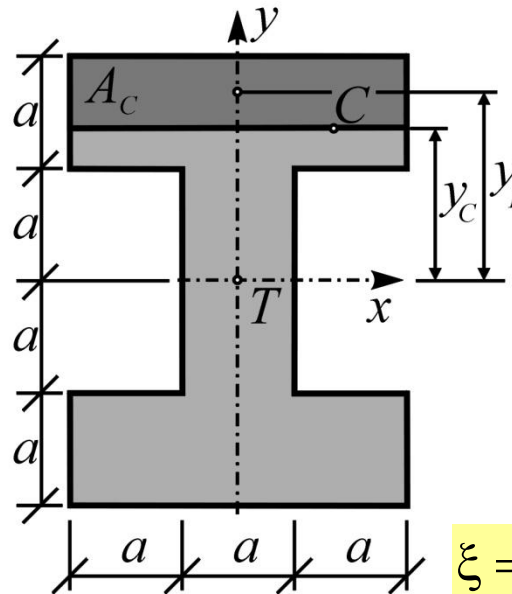
$$\tau_C|_{y_C=\frac{h}{2}} = \tau_C|_{y_C=-\frac{h}{2}} = 0.$$

**Primer 3.2** Odrediti matematičku zavisnost promene tangencijalnog napona sa udaljenjem od neutralne ose kod preseka prikazanog na slici?

Za  $0 \leq y_c < a$

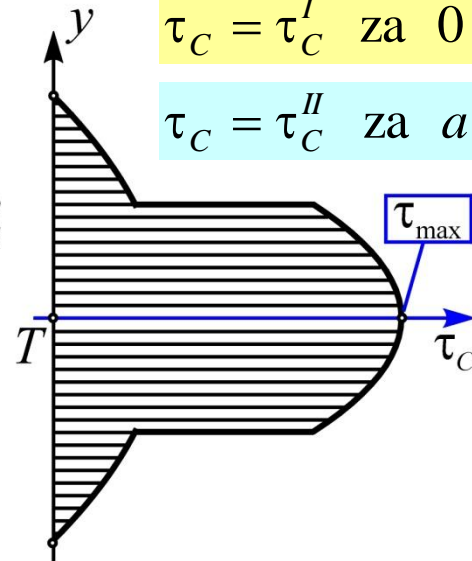


Za  $a < y_c < 2a$



$\tau_c = \tau_c^I$  za  $0 \leq y_c < a$ ,

$\tau_c = \tau_c^{II}$  za  $a < y_c < 2a$ ,



$\xi = a$  i  $S_c = S_c^I$  za  $0 \leq y_c < a$ ,

$\xi = 3a$  i  $S_c = S_c^{II}$  za  $a < y_c < 2a$ .

$F_T$  i  $I_x$  su konstante.

$$S_c^I = a(a - y_c) \cdot y_1 + a \cdot 3a \cdot y_2 = a(a - y_c) \cdot \frac{1}{2}(a + y_c) + a \cdot 3a \cdot \frac{3a}{2} = 5a^3 - \frac{a}{2} y_c^2,$$

$$\tau_c^I = \frac{F_T}{I_x} \frac{S_c^I}{a} = \frac{F_T}{I_x} \left( 5a^2 - \frac{1}{2} y_c^2 \right).$$

$$S_c^{II} = 3a(2a - y_c) \cdot y_1 \Rightarrow$$

$$S_c^{II} = 3a(2a - y_c) \cdot \frac{1}{2}(2a + y_c) = \frac{3a}{2}(4a^2 - y_c^2), \quad \tau_c^{II} = \frac{F_T}{I_x} \frac{S_c^{II}}{3a} = \frac{F_T}{I_x} \left( 2a^2 - \frac{1}{2} y_c^2 \right).$$



## Dimenzionisanje nosača u slučaju savijanja silama

Dimenzionisanje nosača u slučaju savijanja silama vrši se na isti način kao i kod čistog savijanja, dakle uzimajući u obzir samo normalne napone, iako postoje i tangencijalni. Grubo rečeno, vrednosti tangencijalnih napona a posebno, kako će se videti, njihov raspored duž preseka imaju odlučujuću ulogu u njihovom zanemarivanju pri dimenzionisanju. Ukratko, nakon određivanja vrednosti za  $I_x$  i  $|y|_{\max}$  određuje se otporni moment po formuli  $W_x = I_x / |y|_{\max}$ . Na primer, ako dimenzija  $c$  definiše veličinu poprečnog preseka, onda su vrlo verovatno moment inercije i otporni moment oblika  $I_x = B \cdot c^4$ ,  $W_x = B_1 \cdot c^3$ , gde su  $B$  i  $B_1$  konstante.

Takođe je neophodno da se prouči i statički deo nosača, kako bi se odredio maksimalni moment savijanja, pošto je maksimalni normalni napon na nosaču definisan izrazom  $\sigma_{\max} = |M|_{\max} / W_x$ .

Poželjno je crtanje dijagrama transverzalnih sila i momenta savjaja.

Korišćenjem osnove dimenzionisanja  $\sigma_{\max} \leq \sigma_d$ , koja daje  $\frac{|M|_{\max}}{W_x} \leq \sigma_d$ ,

dobija se  $W_x \geq \frac{|M|_{\max}}{\sigma_d}$ , što za  $W_x = B_1 \cdot c^3$  daje  $c \geq \sqrt[3]{\frac{|M|_{\max}}{B_1 \cdot \sigma_d}}$ .

$\sigma_d$  je dozvoljeni normalni napon.