

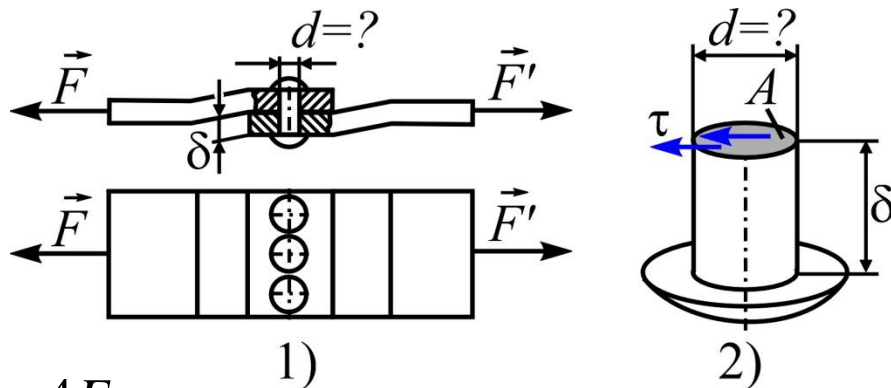
Proračuni pri smicanju

Osnovna formula za dimenzionisanje (ali i proračun nosivosti) pri smicanju je $\tau \leq \tau_d$, gde τ_d dozvoljeni tangencijalni napon. Podsetimo se da je $\tau = F/A_s$.

Kod smicanja je veoma čest i proračun gde se traži minimalna potrebna sila F koja obezbeđuje sečenje lima. Ako je debljina lima δ a ukupna dužina reza l onda je smicajna površina $A_s = \delta l$. Da bi došlo do sečenja mora biti

$$\frac{F}{A_s} > \tau_M \Rightarrow F > \tau_M \cdot \delta \cdot l, \text{ gde je } \tau_M \text{ čvrstoća materijala lima na smicanje.}$$

Primer 2.1 Dva elementa opterećena silom intenziteta F , kao što je na slici prikazano povezana su sa tri istovetna zakivka. Odrediti prečnik zakivka d ? Poznate veličine su F i τ_d .



$$\tau = \frac{F}{A_s}, \quad A_s = A \cdot n \cdot s = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot 3 \cdot 1 \Rightarrow \tau = \frac{4F}{3d^2 \pi},$$

gde je $n=3$ broj zakivaka a $s=1$ sečnost zakivka,

$$\tau \leq \tau_d \Rightarrow \frac{4F}{3d^2 \pi} \leq \tau_d \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{4F}{3\tau_d \pi}}.$$

Primer 2.2 Dva elementa opterećena silom intenziteta F , kao što je na slici prikazano povezana su sa dva istovetna zakivka. Odrediti prečnik zakivka d ? Poznate veličine su F i τ_d .

$$\tau = \frac{F}{A_s}, \quad A_s = A \cdot n \cdot s \Rightarrow$$

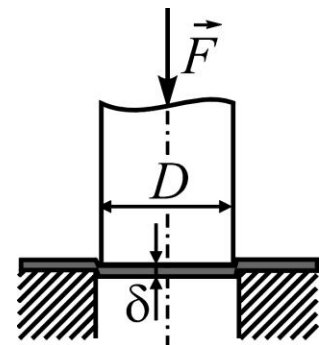
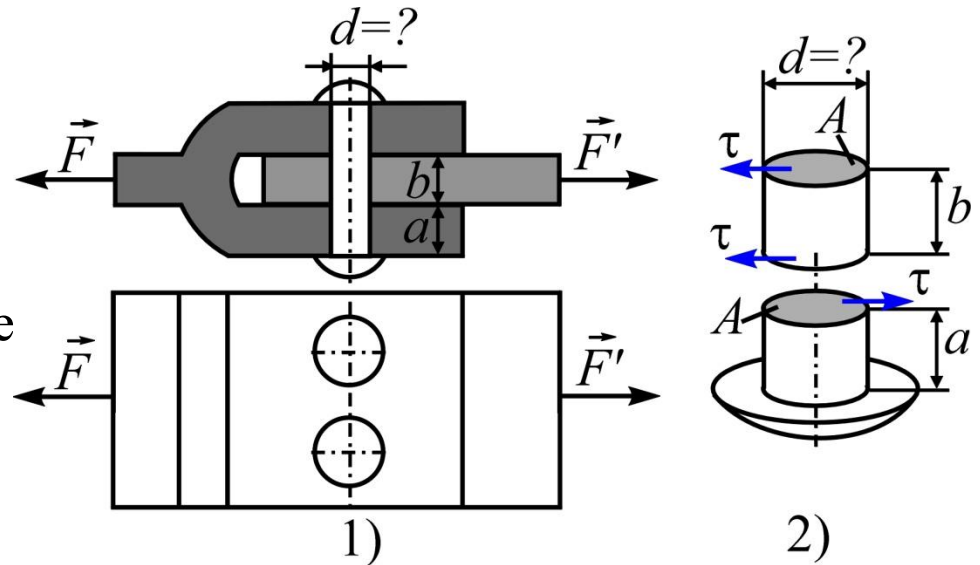
$$A_s = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot 2 \cdot 2 = d^2 \pi \Rightarrow \tau = \frac{F}{d^2 \pi}, \quad \text{gde je } n=2 \text{ i } s=2,$$

$$\tau \leq \tau_d \Rightarrow \frac{F}{d^2 \pi} \leq \tau_d \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{F}{\tau_d \pi}}.$$

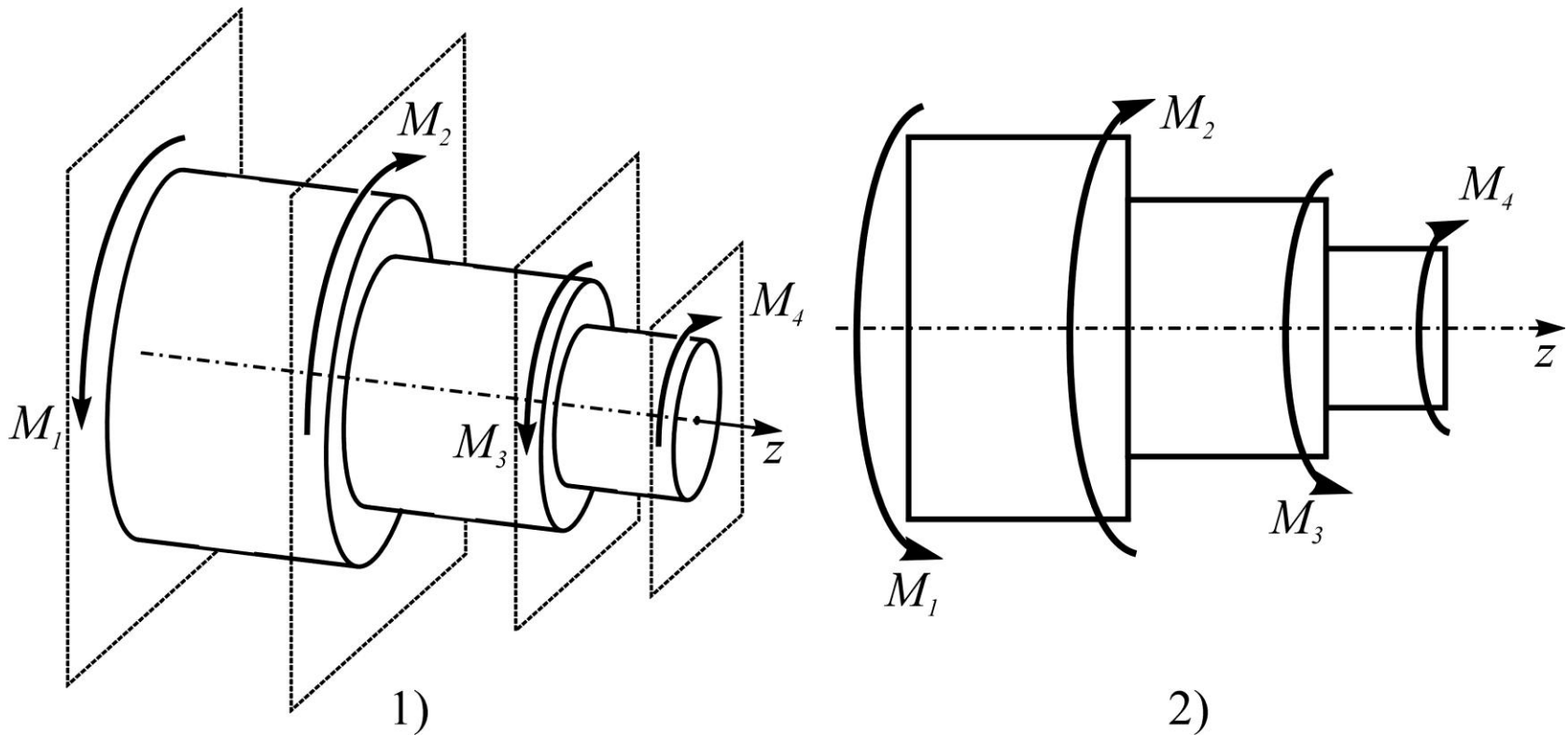
Primer 2.3 Uz pomoć prese iz lima debljine $\delta = 2 \text{ mm}$ iseca se krug prečnika $D = 40 \text{ mm}$. Odrediti potrebni silu na presi F ako je čvrstoća materijala lima na smicanje $\tau_M = 300 \text{ N/mm}^2$?

$$A_s = \delta \cdot l = \delta \cdot D \cdot \pi, \quad \frac{F}{A_s} > \tau_M \Rightarrow F > \tau_M \cdot \delta \cdot D \cdot \pi = 300 \cdot 2 \cdot 40 \cdot \pi$$

$$\Rightarrow F > 75398 \text{ N}.$$

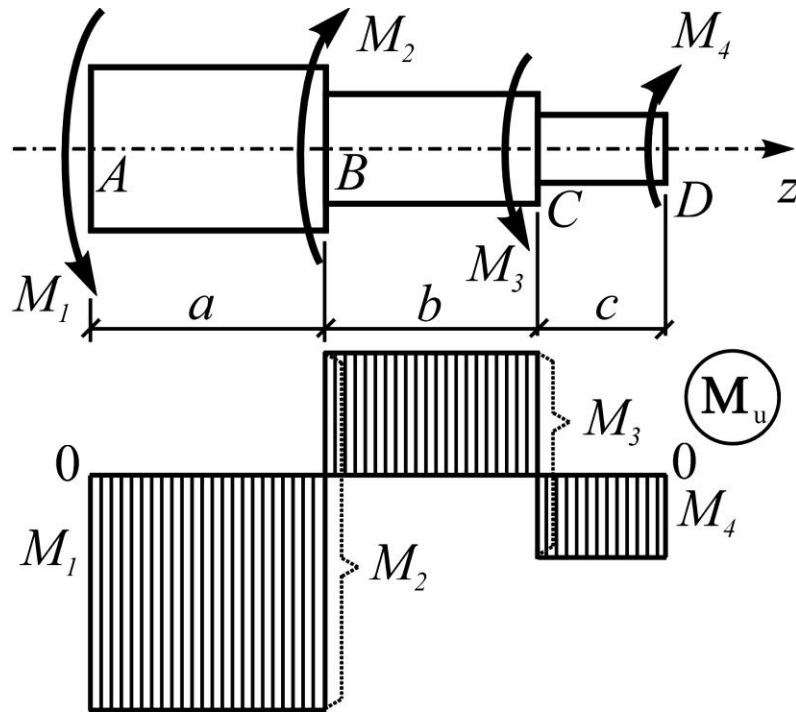


Uvijanje: definicija, dijagram momenata uvijanja.



Štap, kružnog ili kružno prstenastog poprečnog preseka, izložen je uvijanju, ako na njega dejstvuju samo spregovi koji leže u ravnima, upravnim na osu štapa (Sl.1). Radi lakšeg crtanja opterećeni štap na uvijanje sa slike 1 predstavljamo kao na slici 2. Za uravnotežen sistem spregova koji dejstvuje na štap imamo jednu statičku jednačinu koja se dobija iz uslova ravnoteže $\sum M_i = 0$. U konkretnom slučaju jednačina ravnoteže je: $M_1 - M_2 + M_3 - M_4 = 0$.

Dijagram momenata uvijanja

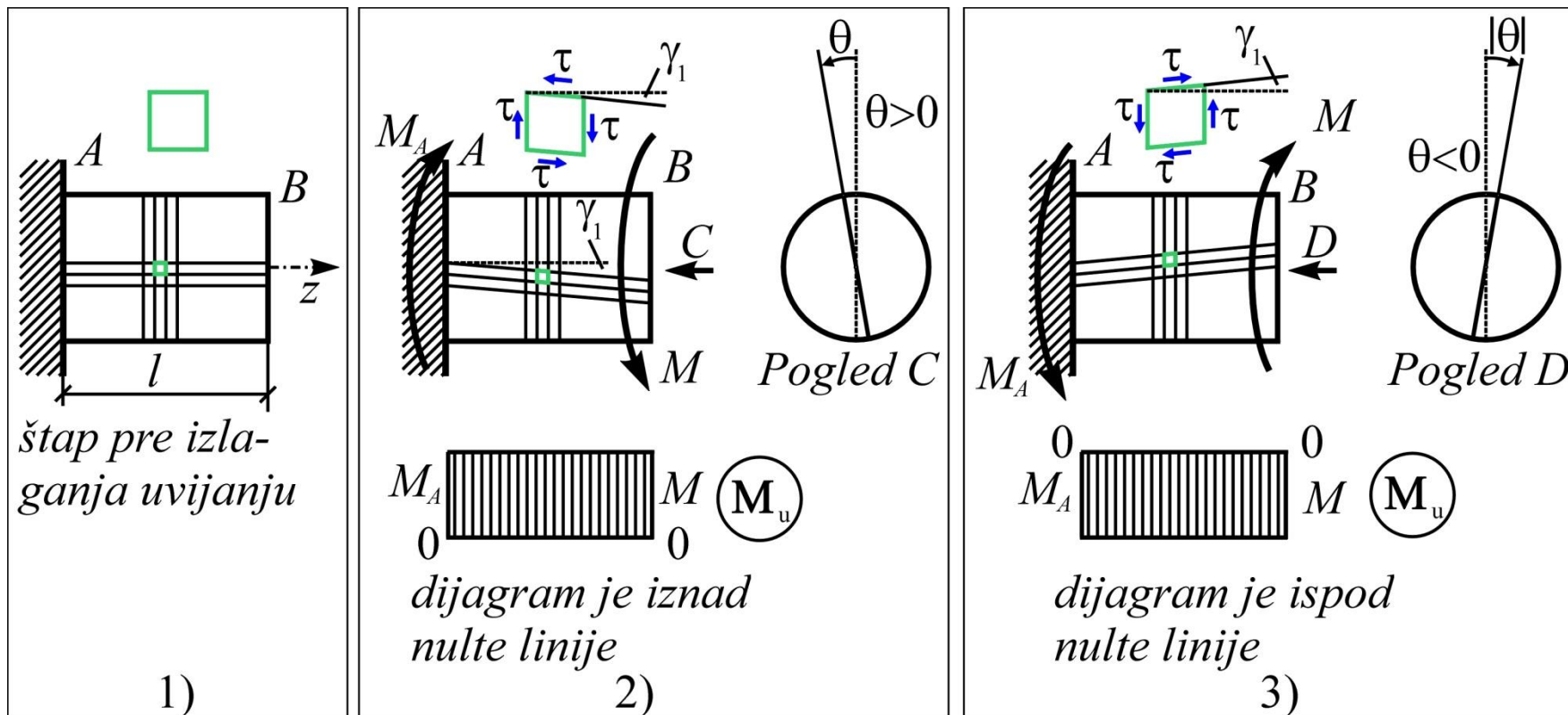


Vrednost momenta uvijanja u nekom preseku može se dobiti sumiranjem svih spregova koji se nalaze levo ili desno od tog preseka.

Mi ćemo ovde u mnogim primerima momente uvijanja određivati na osnovu “dijagrama momenta uvijanja”.

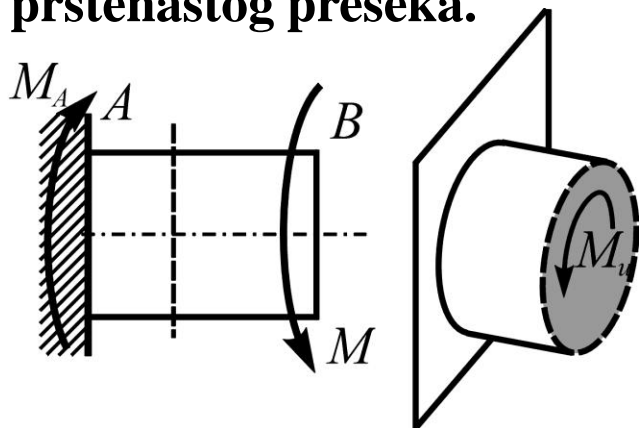
Dijagram crtamo tako što nanosimo spregove kao u ovom primeru, s leva prema desno, nadovezujući svaki naredni spreg. Prvi mora da krene sa nulte linije, a poslednji, zbog uslova ravnoteže, mora da se vrati na nultu liniju.

Spreg, koji ima smer kao M_1 i M_3 , u dijagramu momenata uvijanja crtamo naniže, a spreg, koji ima smer kao M_2 i M_4 , u dijagramu momenata uvijanja crtamo naviše. Po analogiji sa dijagramom aksijalnih sila možemo moment uvijanja koji je iznad nulte linije da usvojimo da je predznaka $+$ dok bi moment uvijanja koji je ispod nulte linije imao predznak $-$.



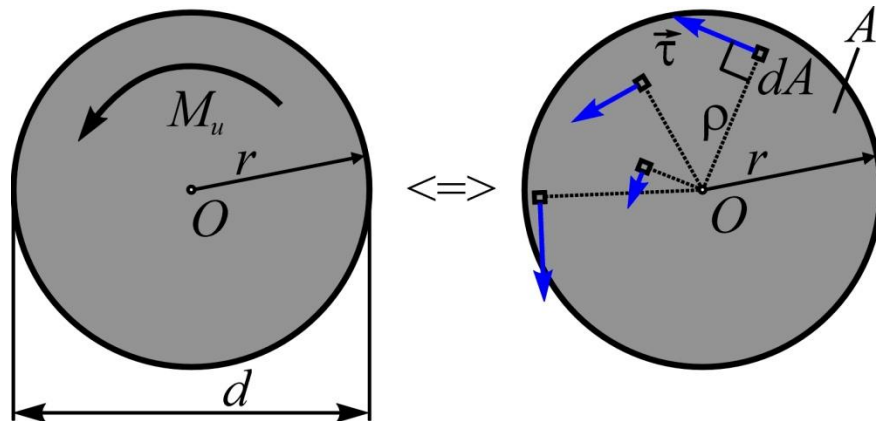
Kod uvijanja imamo tangencijalne napone. Dokaz za to može da bude oblik deformisanog kvadratnog elementa sa slike 1. Pošto je došlo do klizanja, jer se kvadratni element ugaono deformisao, moraju postojati tangencijalni naponi (S1.2 i S1.3). Deformacija kod uvijanja je ugao θ (ugao uvijanja) i on govori o tome koliko je zakretanje desnog dela štapa B, u odnosu na levi A $\theta = \theta_{A-B}$. Taj ugao je pozitivan ako je deformacija dela od A do B kao na slici 2, a negativan, ako je deformacija tog dela kao na slici 3.

Određivanje tangencijalnih napona pri uvijanju štapa kružnog i kružno-prstenastog preseka.



U svakom poprečnom preseku, upravnom na osu štapa od unutrašnjih sila i spregova imamo jedino jedan spreg koji leži u ravni poprečnog preseka i koji nazivamo “Momentom uvijanja- M_u ” ili “Momentom torzije- M_t ” .

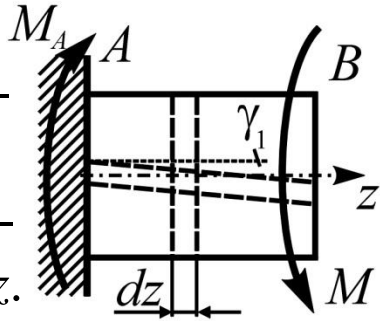
Moment uvijanja- M_u je rezultujuće dejstvo beskonačnog broja elementarnih sila $\vec{\tau} \cdot dA$ koje su posledice tangencijalnih napona $\vec{\tau}$.



Tangencijalni napon $\vec{\tau}$ u svakoj tački poprečnog preseka ima pravac koji je upravan na duž koja spaja tu tačku sa centom O a smer koji je u skladu sa smerom momenta uvijanja. Pomenuta ekvivalentnost daje jednakost:

$$M_u = \int_{(A)} \tau \cdot dA \cdot \rho \Rightarrow M_u = \int_{(A)} \tau \cdot \rho \cdot dA \dots (1)$$

Štap AB je izložen uvijanju. Posmatrajmo deformaciju njegovog elementarnog dela dužine dz .

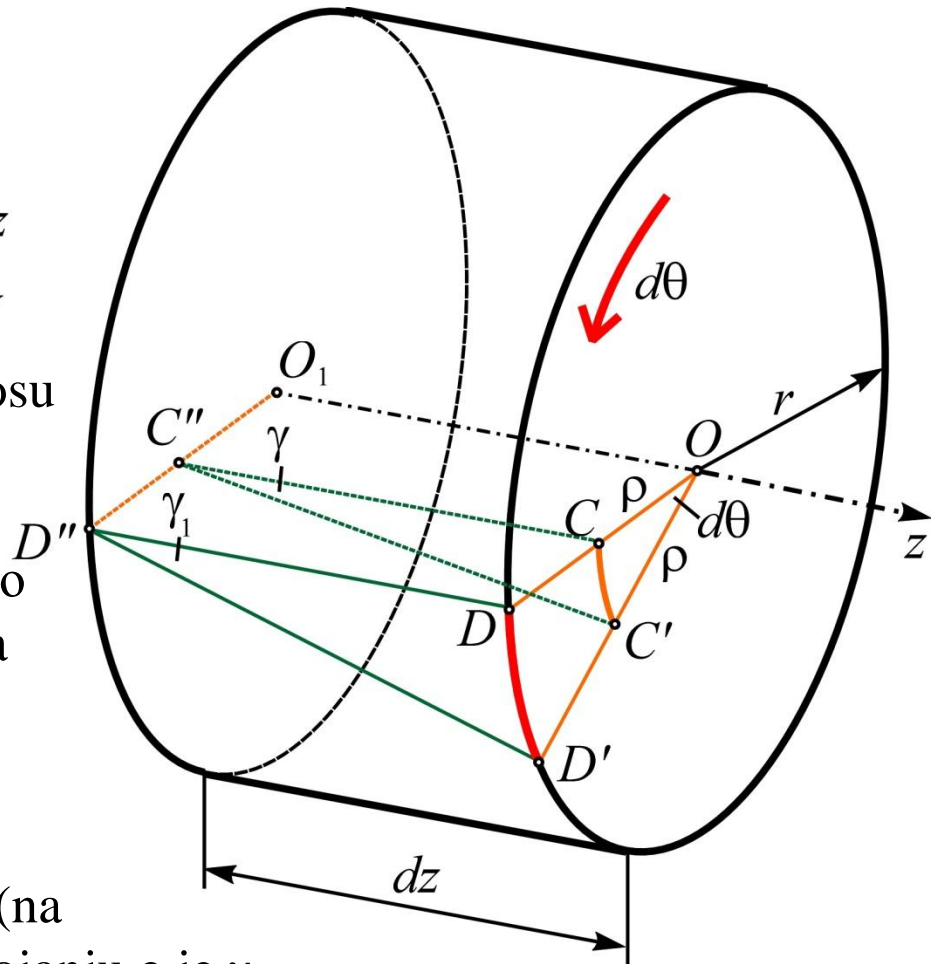


Desni kraj elementarnog dela u odnosu na levi se zakrenuo za mali ugao $d\theta$. Nakon deformacije tačka C se pomerila po malom luku u C' , i slično tome, tačka D u D' . Vlakena paralelna sa osom $C''C$ i $D''D$, koja su na rastojanju ρ i r od ose, prešla su u položaj $C''C'$ i $D''D'$.

Ugao klizanja na rastojanju r od ose (na perifernim vlaknima) je γ_1 , a na rastojanju ρ je γ .

Jednakosti iz geometrije su: $\overline{CC'} = \rho \cdot d\theta = \gamma \cdot dz \dots (2)$, $\overline{DD'} = r \cdot d\theta = \gamma_1 \cdot dz \dots (3)$.

Neka su tangencijalni naponi u tačkama C i D (odnosno, na rastojanjima ρ i r od centra preseka O) označeni sa τ i τ_1 pa, prema Hukovom zakonu, imamo



$$\gamma = \frac{\tau}{G}, \quad \gamma_1 = \frac{\tau_1}{G}, \quad \text{što deljenjem ovih jednakosti daje} \quad \frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{\tau}{\tau_1} \dots (4)$$

Uzimanjem u obzir jednakosti (4), deljenje jednačina (2) i (3), daje:

$$\frac{\rho}{r} = \frac{\gamma}{\gamma_1} \Rightarrow \frac{\rho}{r} = \frac{\tau}{\tau_1} \Rightarrow \tau = \frac{\tau_1}{r} \cdot \rho \dots (5)$$

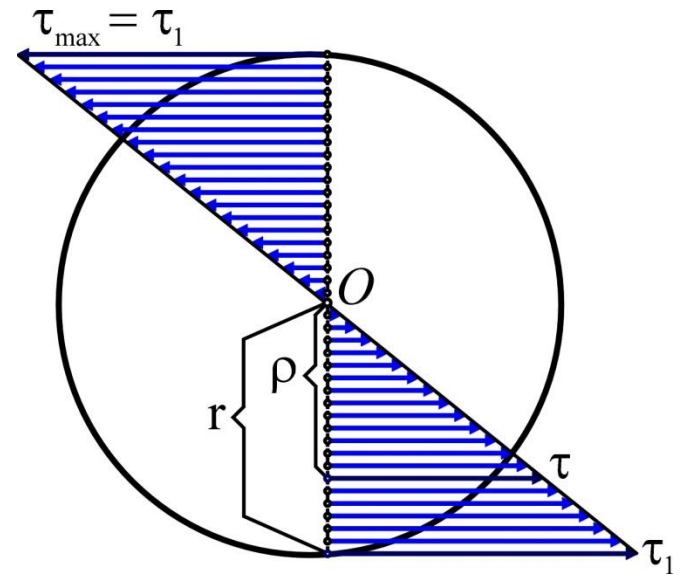
Jednakost (5) jasno govori da se tangencijalni naponi τ proporcionalno povećavaju sa rastojanjem ρ od centra poprečnog preseka O .

Uvrštavanjem (5) u (1), odnosno $\tau = \frac{\tau_1}{r} \cdot \rho$ u

$$M_u = \int_{(A)} \tau \cdot \rho \cdot dA, \quad \text{dobija se} \quad M_u = \frac{\tau_1}{r} \int_{(A)} \rho^2 dA = \frac{\tau_1}{r} I_0 \Rightarrow \frac{\tau_1}{r} = \frac{M_u}{I_0} \dots (6)$$

U dobijenom izrazu uvedena je veličina polarni moment inercije površine poprečnog preseka čija je definicija $I_0 = \int_{(A)} \rho^2 dA \dots (7)$

Uvrštavanjem (6) u (5), izraz za tangencijalni napon postaje $\tau = \frac{M_u}{I_0} \cdot \rho \dots (8)$

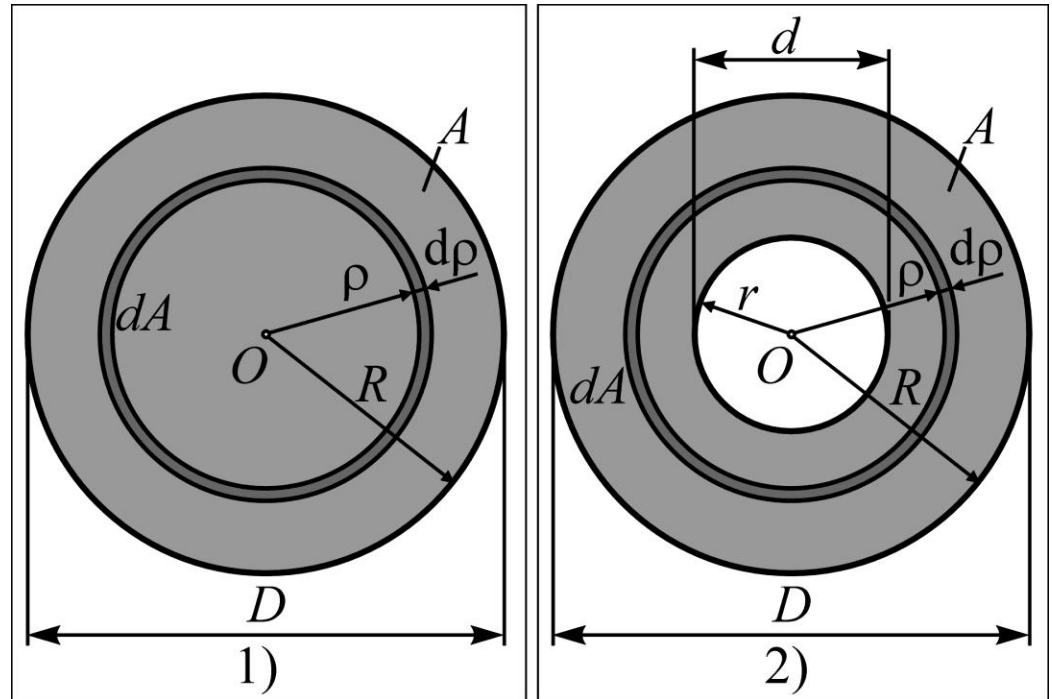


Polarni moment inercije kružnog i kružno-prstenastog preseka. Polarni otporni moment

Definicija polarnog momenta inercije:

$$I_0 = \int_{(A)} \rho^2 dA.$$

Elementarna površina se bira u obliku prstena poluprečnika ρ debljine $d\rho$ i praktično je jednaka površini izduženog pravougaonika dužine $2\rho\pi$ a širine $d\rho$, $dA = 2 \cdot \rho \cdot \pi \cdot d\rho$.



Uvrštavanjem dA u definiciju, za kružni i kružno prstenasti presek, dobija se:

kružni (Sl.1)

$$I_0 = 2\pi \int_0^R \rho^3 d\rho = 2\pi \cdot \frac{\rho^4}{4} \Big|_0^R = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{D}{2} \right)^4 = \frac{\pi D^4}{32},$$

kružno prstenasti (Sl.2)

$$I_0 = 2\pi \int_0^R \rho^3 d\rho = 2\pi \cdot \frac{\rho^4}{4} \Big|_r^R = \frac{\pi}{2} (R^4 - r^4) = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4).$$

Polarni otporni moment W_0 definiše formula: $W_0 = I_0 / \rho_{\max} = I_0 / R = 2I_0 / D$.

Određivanje ugla uvijanja kod štapova kružnog i kružno-prstenastog preseka.

Uvrstimo prvo Hukov zakon $\gamma_1 = \frac{\tau_1}{G}$ u jednačinu (3), čiji je oblik $r \cdot d\theta = \gamma_1 \cdot dz$:

$$d\theta = \frac{\gamma_1}{r} \cdot dz = \frac{\tau_1}{r} \cdot \frac{1}{G} \cdot dz.$$

U dobijeni izraz uvrstimo jednakost (6), čiji je oblik $\frac{\tau_1}{r} = \frac{M_u}{I_0}$: $\Rightarrow d\theta = \frac{M_u}{GI_0} \cdot dz.$

Integracijom poslednjeg izraza u odgovarajućim granicama za promenljivu z dobija se ugao uvijanja, odnosno ugao zakretanja desnog kraja u odnosu na levi. Ako bi, na primer, u opštem slučaju, i M_u i I_0 bili funkcije z koordinate a štap bio dužine l , onda bi ugao uvijanja štapa određivala formula

$$\theta = \pm \frac{1}{G} \int_0^l \frac{M_u(z)}{I_0(z)} dz.$$

Ako bi štapu AB , dužine l , veličine M_u i I_0 bile konstante onda bi ugao uvijanja

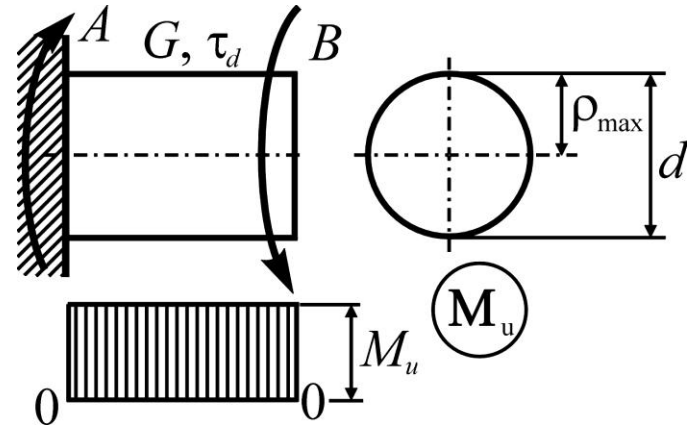
iznosio $\theta = \frac{M_u}{G \cdot I_0} \int_0^l dz = \frac{M_u \cdot l}{G \cdot I_0} \Rightarrow \theta = \theta_{A-B} = \pm \frac{M_u \cdot l}{G \cdot I_0}.$

Ako bi postojao neki segment štapa, recimo CD , dužine b , za koji su veličine M_u i I_0 konstantne, onda bi ugao uvijanja tog segmenta iznosio

$$\theta = \theta_{C-D} = \pm \frac{M_u \cdot b}{G \cdot I_0}.$$

Dimenzionisanje štapova izloženih uvijanju na osnovu dozvoljenog tangencijalnog napona.

Prema osnovnoj formuli za dimenzionisanje maksimalni tangencijalni napon τ_{\max} koji se javlja u štapu mora biti manji od dozvoljenog τ_d ili njemu jednak. U najjednostavnijem slučaju, sa slike, kada je štap konstantnog prečnika d i konstantnog momenta uvijanja M_u maksimalni tangencijalni napon τ_{\max} i prečnik d bi odredili na način:



Osnovne veličine:

$$I_0 = \frac{\pi \cdot d^4}{32}, \quad \rho_{\max} = \frac{d}{2}, \quad W_0 = \frac{I_0}{\rho_{\max}} = \frac{\frac{\pi \cdot d^4}{32}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi \cdot d^3}{16}.$$

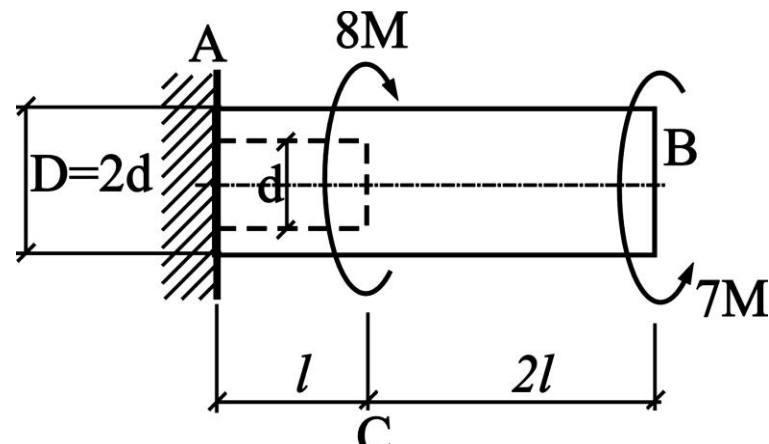
Maksimalni tangencijalni napon:

$$\tau_{\max} = \frac{M_u}{I_0} \cdot \rho_{\max} = \frac{M_u}{\frac{I_0}{\rho_{\max}}} = \frac{M_u}{W_0} = \frac{M_u}{\frac{\pi \cdot d^3}{16}} = \frac{16M_u}{\pi \cdot d^3}.$$

Dimenzionisanje:

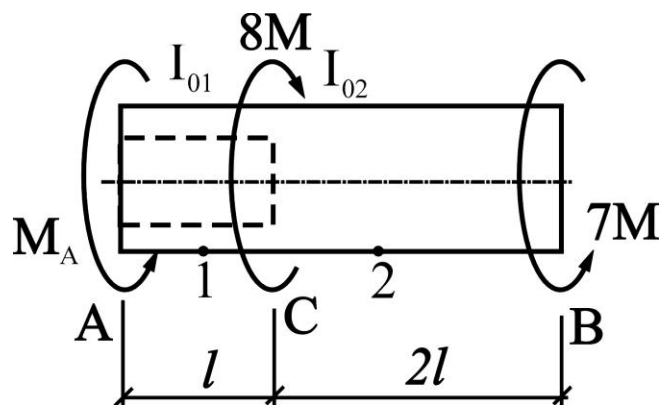
$$\tau_{\max} \leq \tau_d \Rightarrow \frac{16M_u}{\pi \cdot d^3} \leq \tau_d \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{16M_u}{\pi \cdot \tau_d}}.$$

Primer 2.4 Za prikazan statički određen štap izložen uvijanju izvršiti dimenzionisanje (odrediti prečnik d) i odrediti ugao zakretanja desnog kraja B (odnosno, odrediti θ_{A-B}). Veličine τ_d , l , M i G su poznate. Za određivanje θ_{A-B} smatrati da je i veličina d poznata.



Prvo se iz statičke jednačine odredi M_A :

$$\sum M_i = 0 \Rightarrow M_A - 8M + 7M = 0 \Rightarrow M_A = M.$$



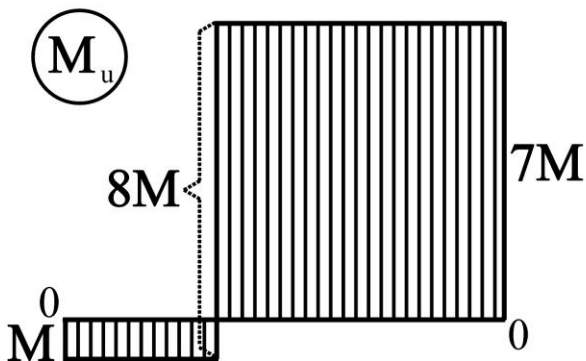
Polarni momenti inercije segmenata su:

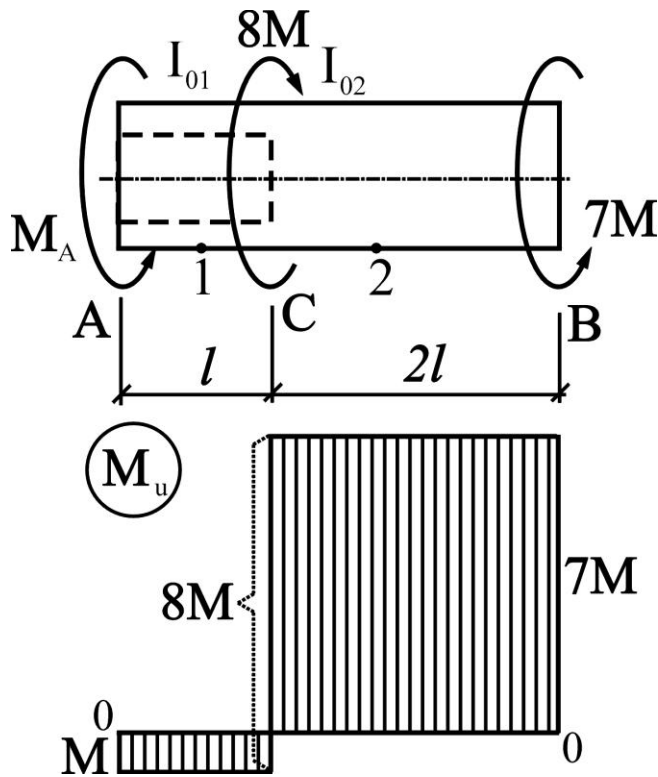
$$I_{01} = \frac{[(2d)^4 - d^4] \pi}{32} = 15 \frac{d^4 \pi}{32},$$

$$I_{02} = \frac{(2d)^4 \pi}{32} = 16 \frac{d^4 \pi}{32}.$$

Polarni otporni momenti segmenata su:

$$W_{01} = \frac{I_{01}}{d} = 15 \frac{d^3 \pi}{32}, \quad W_{02} = \frac{I_{02}}{d} = 16 \frac{d^3 \pi}{32}.$$





Na osnovu prikazanog dijagrama momenata uvijanja, maksimumi apsolutnih vrednosti tangencijalnih napona, koji moraju biti manji od dozvoljenih, po segmentima iznose:

$$\tau_{\max A-C} = \tau_1 = \frac{M}{W_{01}} = \frac{32M}{15d^3\pi} \leq \tau_d,$$

$$\tau_{\max C-B} = \tau_2 = \frac{7M}{W_{02}} = \frac{32 \cdot 7 \cdot M}{16d^3\pi} \leq \tau_d,$$

Za dimenzionisanje mora biti iskorišćena druga nejednakost, pošto su njenim zadovoljenjem zadovoljene obe nejednakosti:

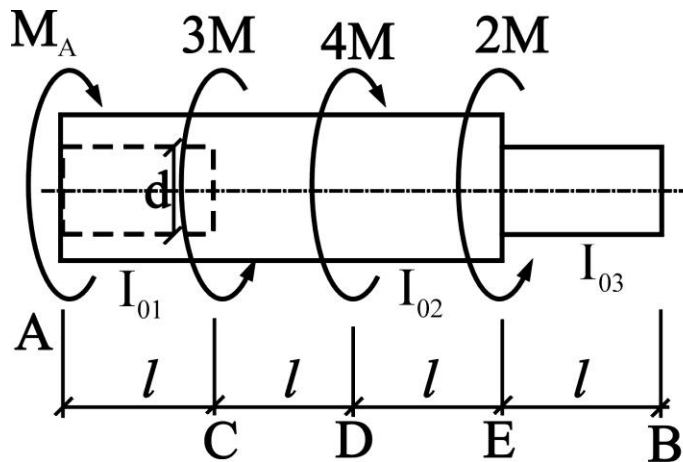
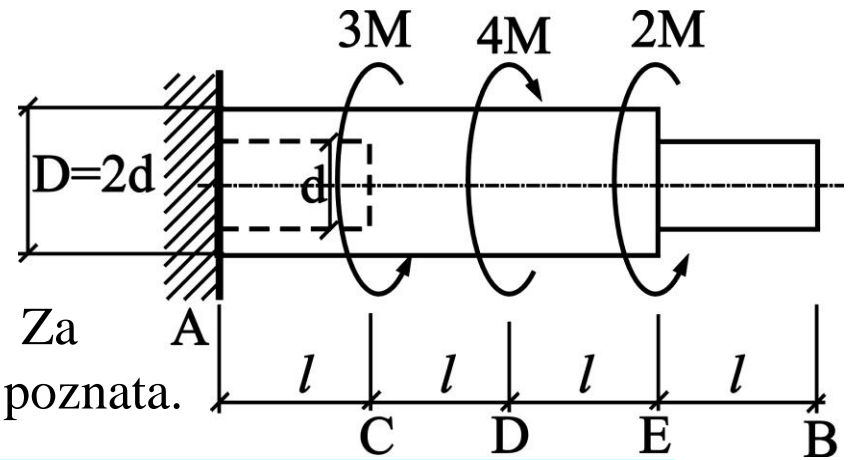
$$\frac{32 \cdot 7 \cdot M}{16d^3\pi} \leq \tau_d \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{14M}{\pi\tau_d}}.$$

Pošto se u daljem proračunu veličina d smatra poznatom, takođe se smatraju poznatim veličine I_{01} i I_{02} .

Traženi ugao zakretanja preseka B definiše izraz:

$$\theta_{A-B} = \theta_{A-C} + \theta_{C-B} = -\frac{M \cdot l}{G \cdot I_{01}} + \frac{7M \cdot 2l}{G \cdot I_{02}}.$$

Primer 2.5 Za prikazan statički određen štap izložen uvijanju izvršiti dimenzionisanje (odrediti prečnik d) i odrediti ugao zakretanja desnog kraja B (odnosno, odrediti θ_{A-B}). Veličine τ_d , l , M i G su poznate. Za određivanje θ_{A-B} smatrati da je i veličina d poznata.



Prvo se iz statičke jednačine odredi M_A :

$$\sum M_i = -M_A + 3M - 4M + 2M = 0 \Rightarrow M_A = M.$$

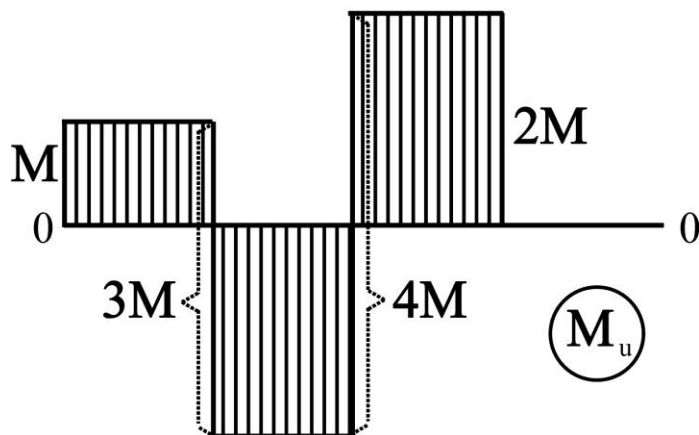
Polarni momenti inercije segmenata su:

$$I_{01} = \frac{[(2d)^4 - d^4]\pi}{32} = 15 \frac{d^4\pi}{32},$$

$$I_{02} = \frac{(2d)^4\pi}{32} = 16 \frac{d^4\pi}{32}, \quad I_{03} = \frac{d^4\pi}{32}.$$

Polarni otporni momenti: $W_{01} = \frac{I_{01}}{d} = 15 \frac{d^3\pi}{32},$

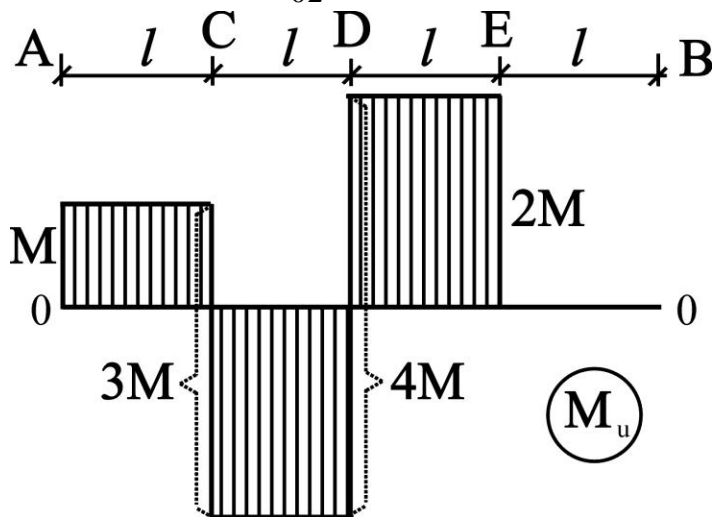
$$W_{02} = \frac{I_{02}}{d} = 16 \frac{d^3\pi}{32}, \quad W_{03} = \frac{I_{03}}{(d/2)} = \frac{d^3\pi}{16}.$$



Na osnovu prikazanog dijagrama momenata uvijanja, maksimumi apsolutnih vrednosti tangencijalnih napona, koji moraju biti manji od dozvoljenih, po segmentima iznose:

$$\tau_{\max A-C} = \frac{M}{W_{01}} = \frac{32M}{15d^3\pi} \leq \tau_d, \quad \tau_{\max C-D} = \frac{2M}{W_{02}} = \frac{32 \cdot 2 \cdot M}{16d^3\pi} \leq \tau_d,$$

$$\tau_{\max D-E} = \frac{2M}{W_{02}} = \frac{32 \cdot 2 \cdot M}{16d^3\pi} \leq \tau_d, \quad \tau_{\max E-B} = \frac{0}{W_{03}} = 0 < \tau_d.$$



Primetimo da u poslednjem segmentu (od E do B) nema napona zbog toga što moment uvijanja u njemu iznosi 0.

Za dimenzionisanje moraju biti iskorišćene istovetne nejednakosti (druga i treća), pošto su njihovim zadovoljenjem, zadovoljene sve nejednakosti:

$$\frac{4M}{d^3\pi} \leq \tau_d \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{4M}{\pi\tau_d}}.$$

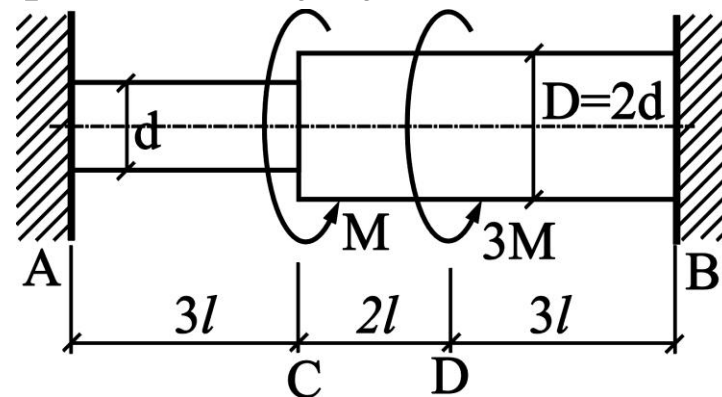
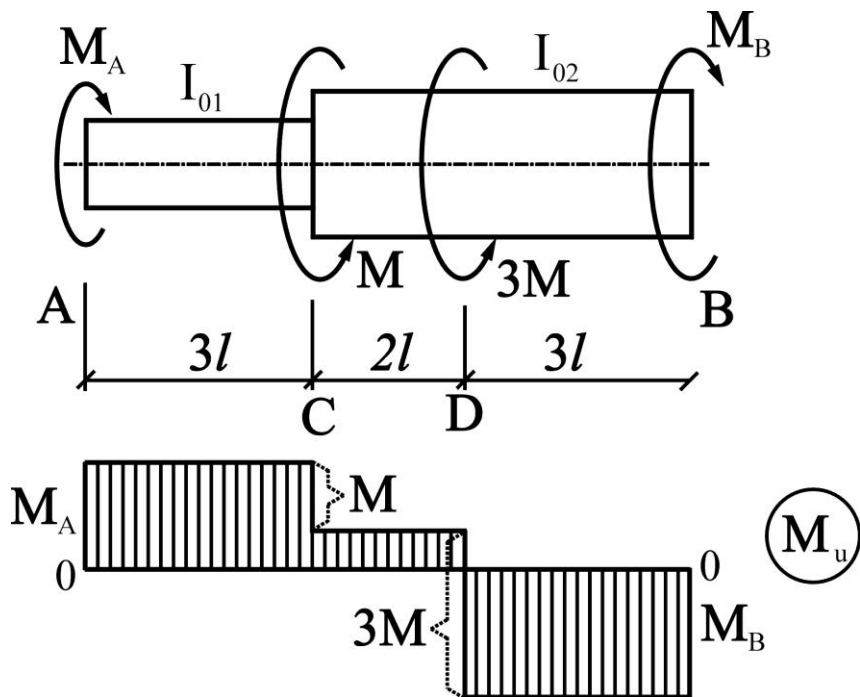
Pošto se u daljem proračunu veličina d smatra poznatom, takođe se smatraju poznatim veličine I_{01} i I_{02} . Traženi ugao zakretanja preseka B definiše izraz:

$$\theta_{A-B} = \theta_{A-C} + \theta_{C-D} + \theta_{D-E} + \theta_{E-B} = \frac{M \cdot l}{G \cdot I_{01}} - \frac{2M \cdot l}{G \cdot I_{02}} + \frac{2M \cdot l}{G \cdot I_{02}} + 0 = \frac{M \cdot l}{G \cdot I_{01}} = \frac{32Ml}{15Gd^4\pi}.$$

Statički neodređeni zadaci pri uvijanju.

Za rešavanje statički neodređenih problema neophodno osim statičkih koristiti i dopunske jednačine, koje se dobijaju iz geometrijskih uslova deformacije.

Primer 2.6 Za prikazan statički neodređen štap izložen uvijanju nacrtati dijagram momenata uvijanja i odrediti reakcije u uklještenjima A i B ? Veličine d , l , M i G su poznate.



Na štap osim zadatih spregova dejstvuju i reakcije u uklještenjima M_A i M_B , čiji smerovi su pretpostavljeni kao što je na slici prikazano.

Statička jednačina:

$$\sum M_i = 0 \Rightarrow -M_A + M + 3M - M_B = 0$$
$$\Rightarrow \underline{M_A + M_B = 4M}$$

Nacrtan je mogući oblik dijagrama momenata uvijanja u skladu sa pretpostavljenim smerovima za M_A i M_B .

Polarni momenti inercije segmenata:

$$I_{01} = \frac{d^4 \pi}{32}, \quad I_{02} = \frac{(2d)^4 \pi}{32} = 16 \frac{d^4 \pi}{32} = 16I_{01}.$$

Geometrijski uslov deformacije (GUD) i dopunska jednačina:

Pošto zbog zidova nema zakretanja krajnjih preseka A i B, geometrijski uslov deformacije (GUD) je $\theta_{A-B} = 0$.

Pošto je θ_{A-B} jednako algebarskom zbiru uglova uvijanja pojedinih segmenata dobiće se dopunska jednačina:

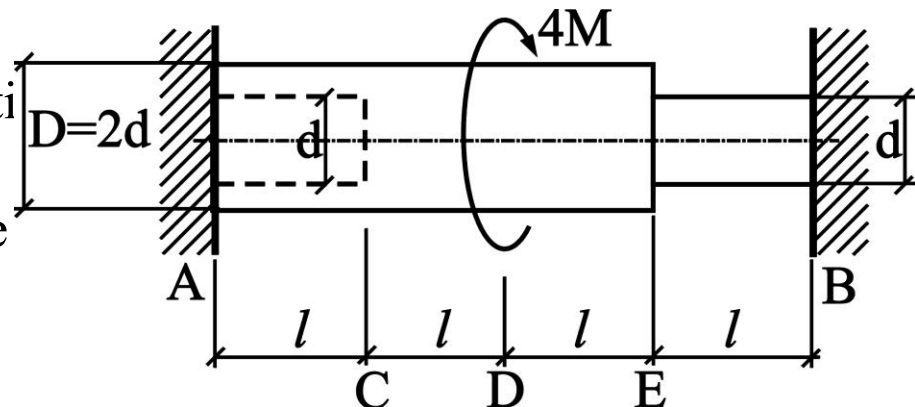
$$\theta_{A-B} = \theta_{A-C} + \theta_{C-D} + \theta_{D-B} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{M_A \cdot 3l}{G \cdot I_{01}} + \frac{(M_A - M) \cdot 2l}{G \cdot 16I_{01}} - \frac{M_B \cdot 3l}{G \cdot 16I_{01}} = 0.$$

Tražena rešenja:

Rešavanjem dobijenog sistema jednačina dobija se:

$$M_A = \frac{14}{53}M, \quad M_B = \frac{198}{53}M.$$

Primer 2.7 Za prikazan statički neodređen štap izložen uvijanju nacrtati dijagram momenata uvijanja i odrediti reakcije u uklještenjima A i B ? Veličine l , M i G su poznate.

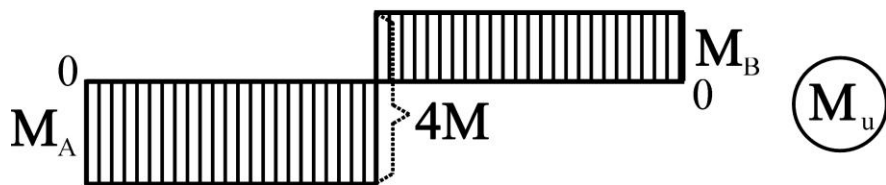
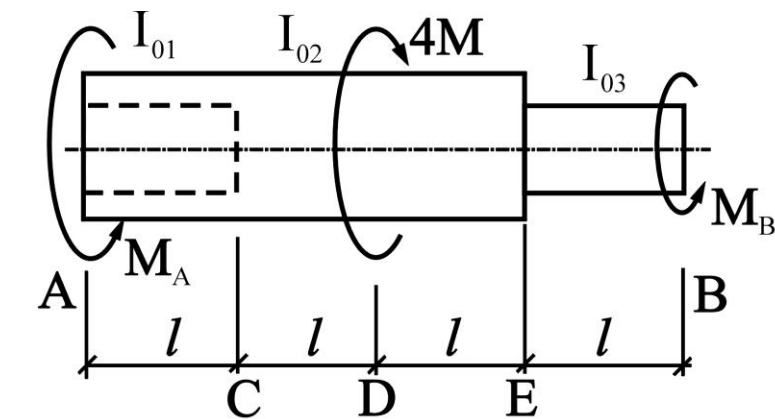


Na štap osim zadatih spregova djeluju i reakcije u uklještenjima M_A i M_B , čiji smerovi su pretpostavljeni kao što je na slici prikazano.

Statička jednačina:

$$\sum M_i = 0 \Rightarrow M_A - 4M + M_B = 0$$

$$\Rightarrow \underline{M_A + M_B = 4M}$$



Nacrtan je mogući oblik dijagrama momenata uvijanja u skladu sa pretpostavljenim smerovima za M_A i M_B .

Polarni momenti inercije segmenata:

$$I_{03} = \frac{d^4 \pi}{32}, \quad I_{02} = \frac{(2d)^4 \pi}{32} = 16I_{03}, \quad I_{01} = \frac{[(2d)^4 - d^4] \pi}{32} = 15I_{03}.$$

Geometrijski uslov deformacije (GUD) i dopunska jednačina:

Pošto zbog zidova nema zakretanja krajnjih preseka A i B , geometrijski uslov deformacije (GUD) je $\theta_{A-B} = 0$.

Pošto je θ_{A-B} jednako algebarskom zbiru uglova uvijanja pojedinih segmenata dobiće se dopunska jednačina:

$$\theta_{A-B} = \theta_{A-C} + \theta_{C-D} + \theta_{D-E} + \theta_{E-B} = 0 \Rightarrow$$

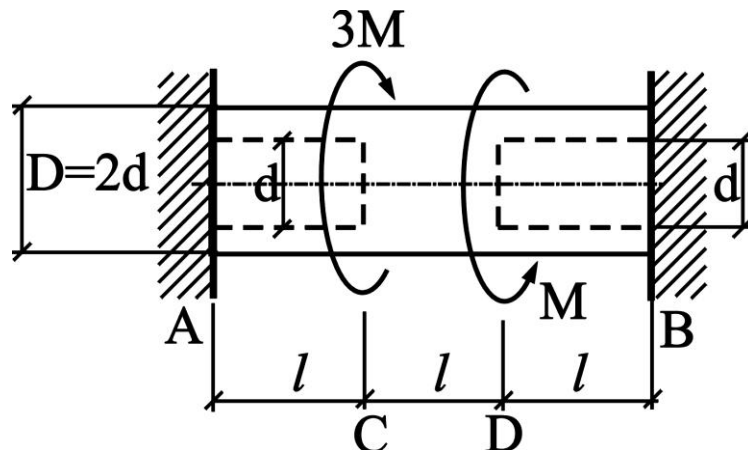
$$-\frac{M_A \cdot l}{G \cdot 15I_{03}} - \frac{M_A \cdot l}{G \cdot 16I_{03}} + \frac{M_B \cdot l}{G \cdot 16I_{03}} + \frac{M_B \cdot l}{G \cdot I_{03}} = 0.$$

Tražena rešenja:

Rešavanjem dobijenog sistema jednačina dobija se:

$$M_A = \frac{510}{143} M, \quad M_B = \frac{62}{143} M.$$

Primer 2.8 Za prikazan statički neodređen štap izložen uvijanju nacrtati dijagram momenata uvijanja i odrediti reakcije u uklještenjima A i B ? Veličine d , l , M i G su poznate.

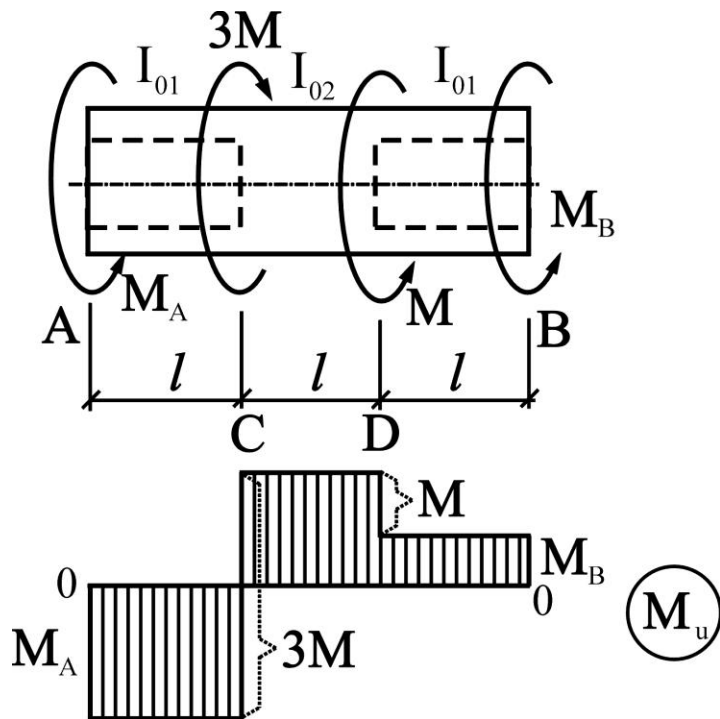


Na štap osim zadatih spregova djeluju i reakcije u uklještenjima M_A i M_B , čiji smerovi su pretpostavljeni kao što je na slici prikazano.

Statička jednačina:

$$\sum M_i = 0 \Rightarrow M_A - 3M + M + M_B = 0$$

$$\Rightarrow \underline{M_A + M_B = 2M}$$



Nacrtan je mogući oblik dijagrama momenata uvijanja u skladu sa pretpostavljenim smerovima za M_A i M_B .

Polarni momenti inercije segmenata:

$$I_{01} = \frac{[(2d)^4 - d^4] \pi}{32} = 15 \frac{d^4 \pi}{32}, \quad I_{02} = \frac{(2d)^4 \pi}{32} = 16 \frac{d^4 \pi}{32}.$$

Geometrijski uslov deformacije (GUD) i dopunska jednačina:

Pošto zbog zidova nema zakretanja krajnjih preseka A i B , geometrijski uslov deformacije (GUD) je $\theta_{A-B} = 0$.

Pošto je θ_{A-B} jednako algebarskom zbiru uglova uvijanja pojedinih segmenata dobiće se dopunska jednačina:

$$\theta_{A-B} = \theta_{A-C} + \theta_{C-D} + \theta_{D-B} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{M_A \cdot l}{G \cdot 15 \frac{d^4 \pi}{32}} + \frac{(3M - M_A) \cdot l}{G \cdot 16 \frac{d^4 \pi}{32}} + \frac{M_B \cdot l}{G \cdot 15 \frac{d^4 \pi}{32}} = 0.$$

Tražena rešenja:

Rešavanjem dobijenog sistema jednačina dobija se:

$$M_A = \frac{77}{47} M, \quad M_B = \frac{17}{47} M.$$