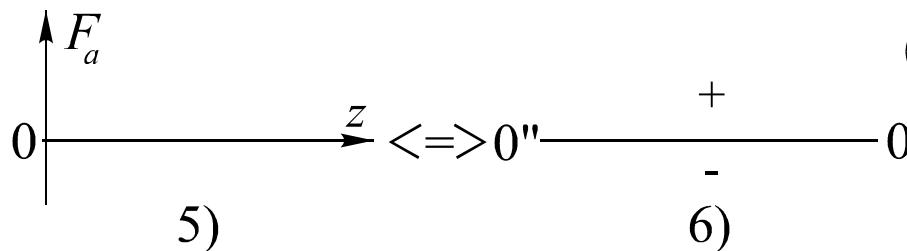
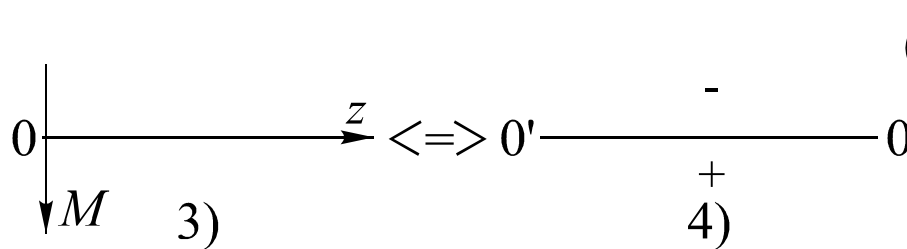
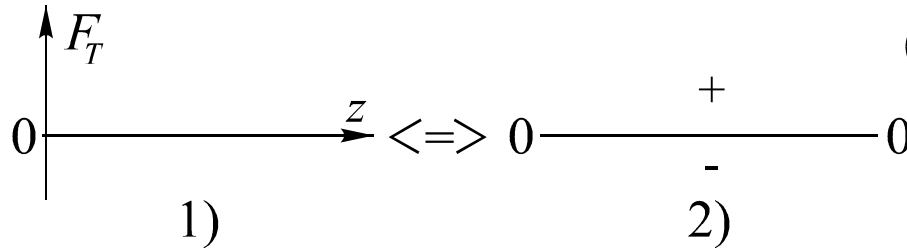


35. Crtanje dijagrama presečnih sila. Koordinatni sistemi F_T - z , M - z i F_a - z .

Presečne sile su funkcije uzdužne koordinate (z , odnosno, u) i njihovo dijagramsko predstavljanje daje kompletnu sliku o presečnim silama u svakom preseku grednog nosača u kojem su one definisane.



(F_T) Apscisna osa, za svaki od dijagrama, je horizontalna, desno usmerena. Ordinatna osa je u slučaju transverzalnih i aksijalnih sila usmerena naviše, dok je u slučaju napadnog momenta usmerena naniže. Apscisne ose se ovim dijagramima najčešće nazivaju “nultim linijama” koje se označavaju 0-0, 0'-0' i 0''-0''. Kod njih se strelica, koja govori o porastu koordinate (u desnu stranu), najčešće ne crta.

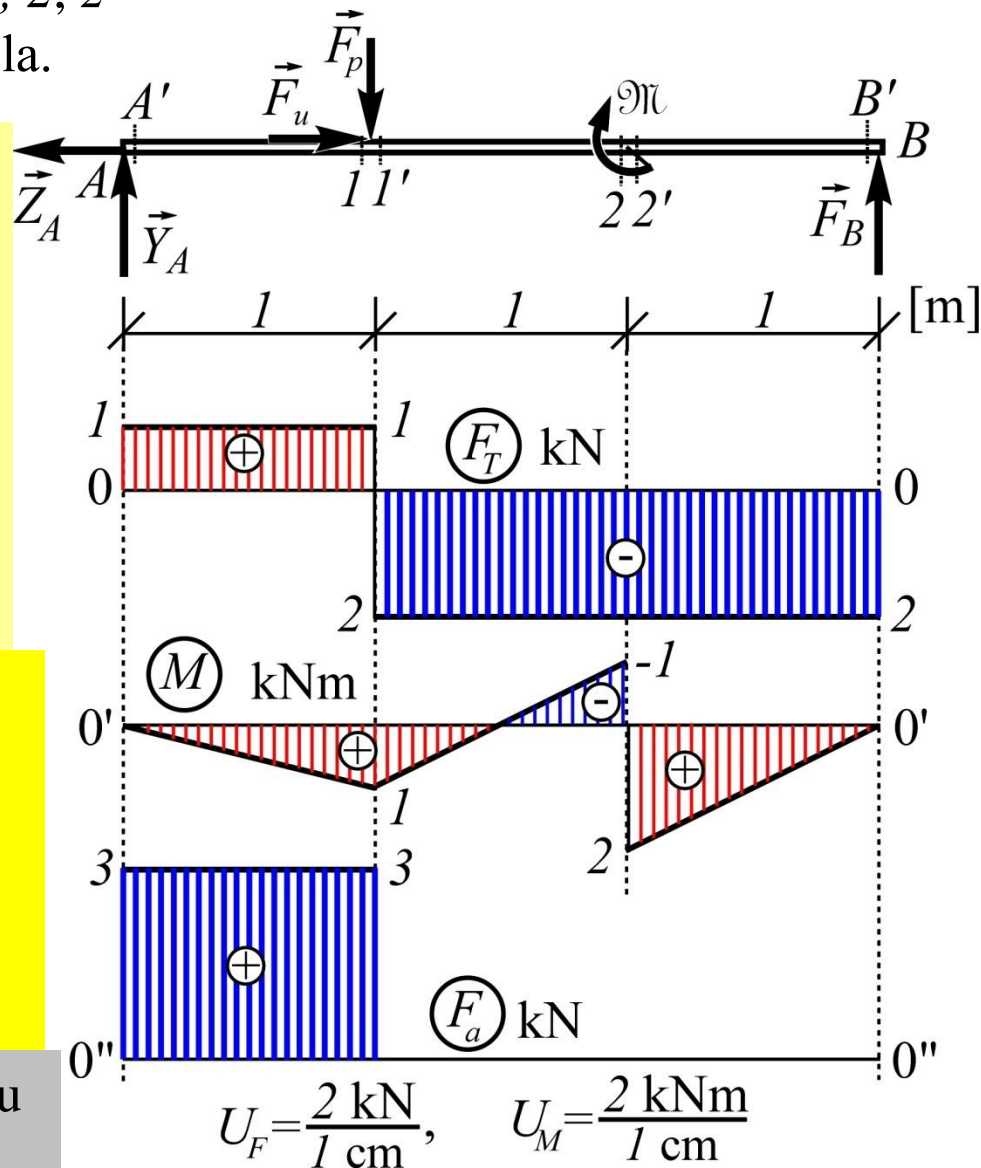
Koordinatni sistemi i nulte linije za dijagrame presečnih sila

Primer 8.3 Za prostu gredu za koju su u primeru 8.2 određene vrednosti presečnih sila u presecima A' , 1 , $1'$, 2 , $2'$ i B' nacrtati dijagrame presečnih sila.

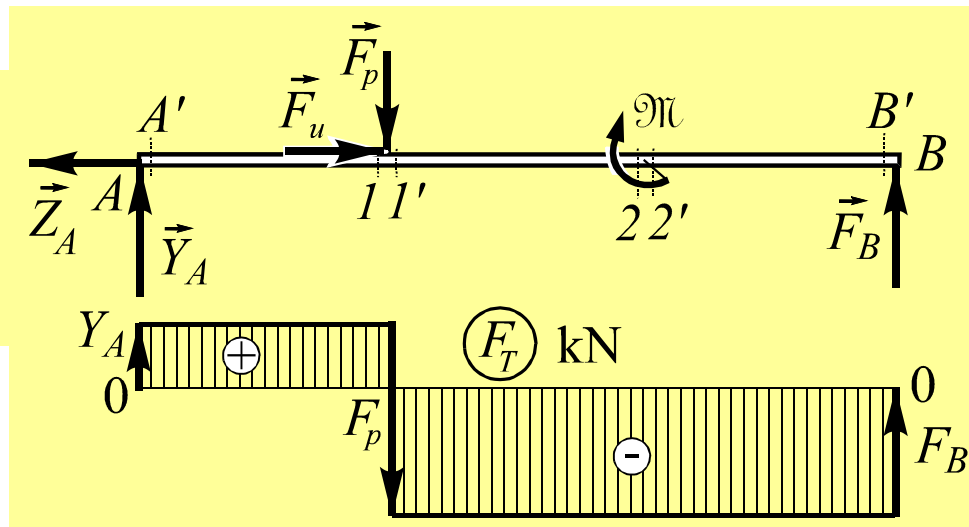
Zbog $q=0$ transverzalne sile u svakom preseku između preseka A' i 1 moraju imati konstantnu vrednost. Isto važi za preseke između $1'$ i 2 kao i $2'$ i B' . Zbog tih konstantnosti, linije u dijagramu transverzalnih sila su paralelne sa nultom linijom.

U intervalima u kojima je $q=0$ napadni momenti su linearne funkcije uzdužne koordinate. Zbog toga su pravim linijama povezane vrednosti u presecima: A' i 1 , $1'$ i 2 kao i $2'$ i B'

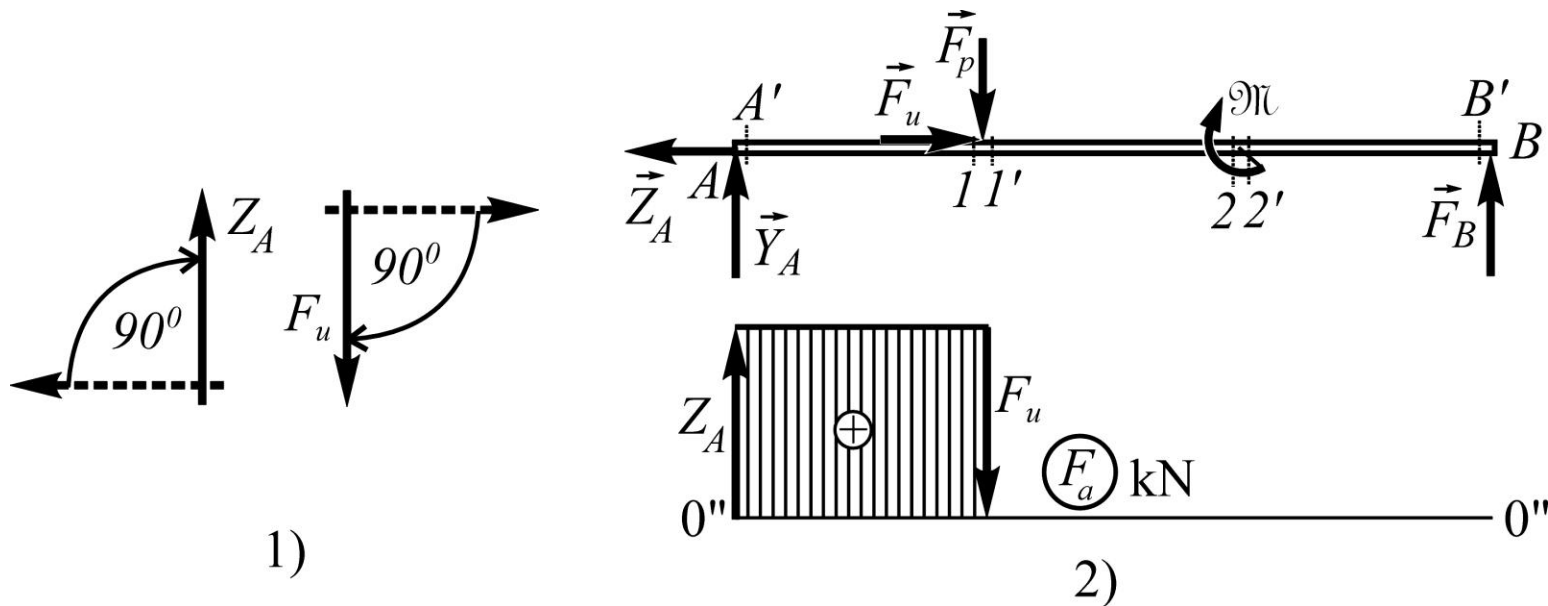
U dijagramu aksijalnih sila linije su paralelne sa nultom linijom.



Crtanje dijagrama transverzalnih sila idući s leva na desno i nadovezujući spoljašnje sile u poprečnom pravcu



Crtanje dijagrama aksijalnih sila idući s leva na desno i nadovezujući spoljašnje sile u uzdužnom pravcu



36. Preseci u kojima se računaju napadni momenti

Preseci u kojima treba računati napadni moment (karakteristične tačke) su:

-Preseci kod kojih dejstvuju sile. Takvi su preseci A, 1, 2 i B.

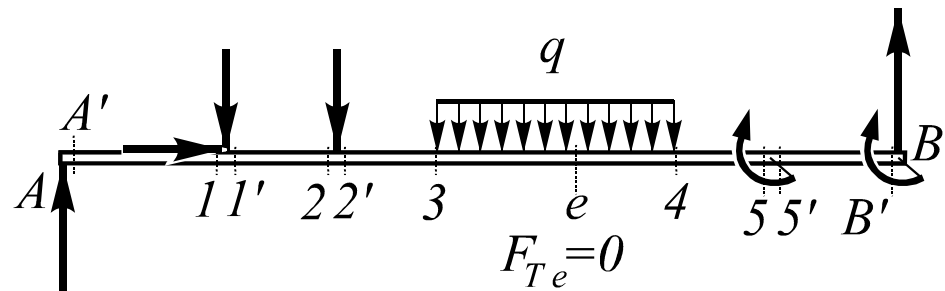
(tu je najbolje ne uvoditi po dva bliska preseka pošto su vrednosti napadnog momenta praktično iste)

Za preseke sa slike važi: $M_{A'} = M_A$, $M_{1'} = M_1$, $M_{2'} = M_2$

-Preseci na početku i kraju kontinualnog opterećenja. Takvi su preseci 3 i 4 sa slike.

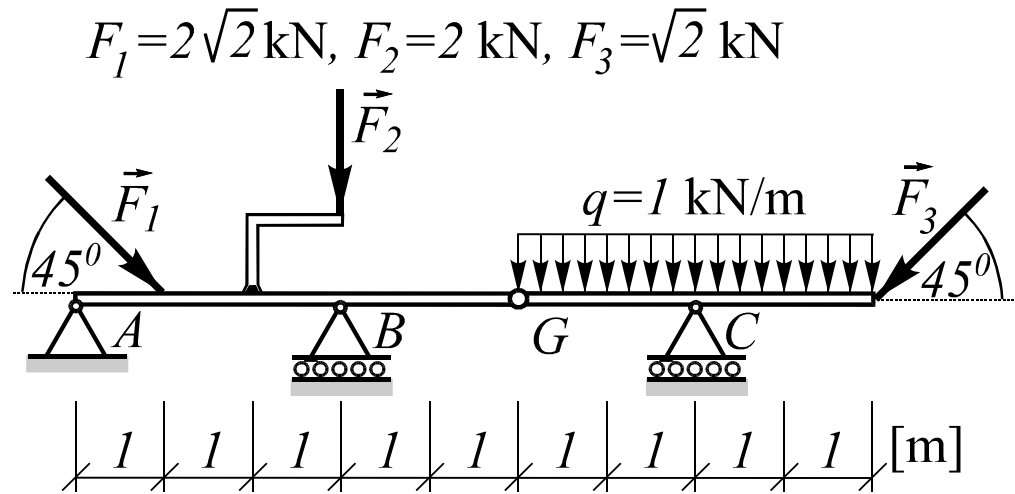
-Preseci koji su beskonačno blizu levo i beskonačno blizu desno od mesta gde dejstvuje koncentrisani spreg. Takvi su preseci 5 i 5' kao i B' sa slike. Pošto je tačka B na kraju presek B'' koji bi morao biti desno od B ne postoji.

-Presek u okviru kontinualnog opterećenja gde je tranverzalna sila jednaka nuli a napadni moment ima lokalni maksimum (minimum). Takav je presek e na slici.



Primer 8.4

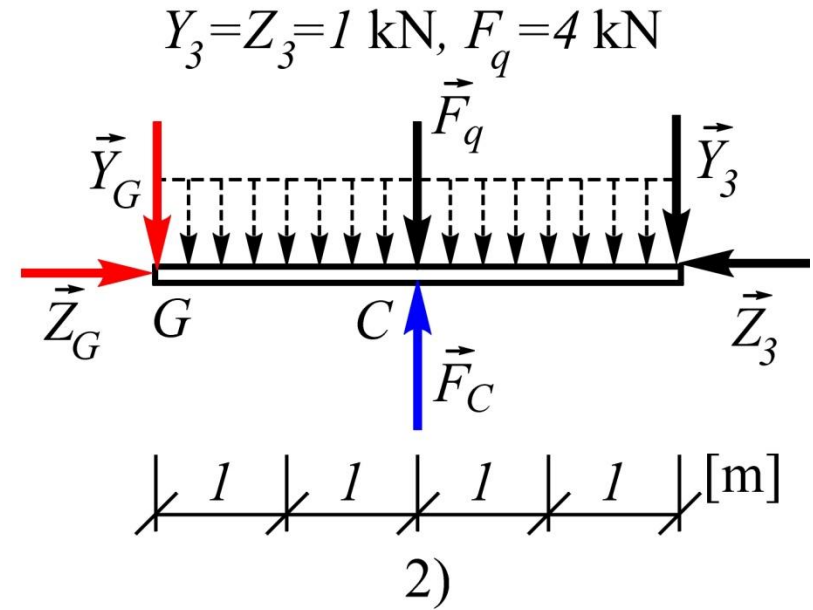
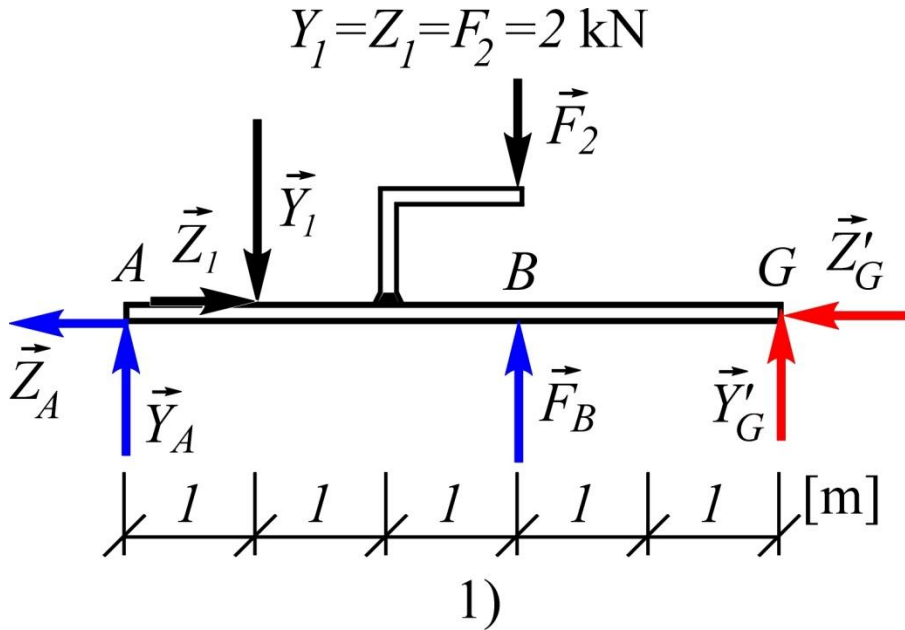
Za dati Gerberov nosač,
rastavljanjem na mestu zgloba,
analitičkim putem odrediti
otrore oslonaca i sile u zglobu a
zatim nacrtati dijagrame
presečnih sila.



Prvo se rastavljanjem na mestu zgloba (dekompozicijom), kao što se to radi kod sistema krutih tela, određuju otpori oslonaca i reakcije u zglobu. Nakon toga se u karakterističnim tačkama određuju napadni momenti kako bi se dijagram napadnog momenta mogao što bolje nacrtati. Za što bolje crtanje dijagrama napadnog momenta korisno je i to što se prvo crta dijagram transverzalnih sila zbog njihove povezanosti formulom:

$$F_T = \frac{dM}{dz}$$

Razmera za sve dijagrame, koja se upisuje na crtežu, usvaja se proizvoljno



Sl.2

$$\sum M_{Gi} = F_C \cdot 2 - F_q \cdot 2 - Y_3 \cdot 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad F_C = 6 \text{ kN}$$

$$\sum Y_i = -Y_G - F_q + F_C - Y_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad Y_G = 1 \text{ kN}$$

$$\sum Z_i = Z_G - Z_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad Z_G = 1 \text{ kN}$$

Sl.1

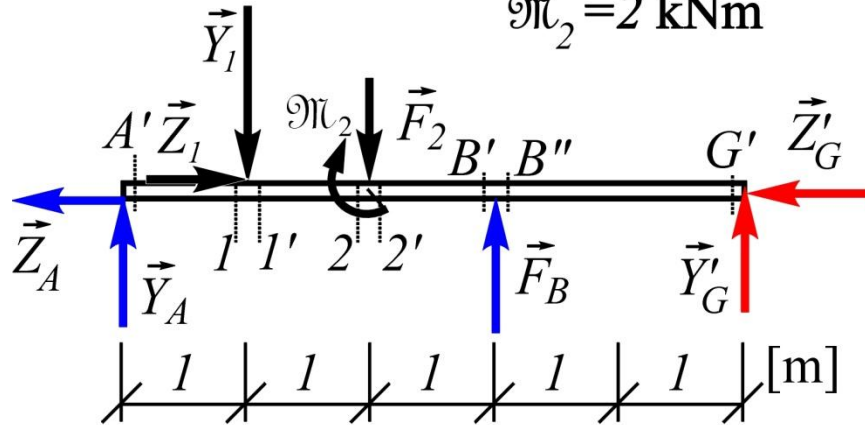
$$\sum M_{Ai} = -Y_1 \cdot 1 - F_2 \cdot 3 + F_B \cdot 3 + Y_G \cdot 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad F_B = 1 \text{ kN}$$

$$\sum Y_i = Y_A - Y_1 - F_2 + F_B + Y_G = 0 \quad \Rightarrow \quad Y_A = 2 \text{ kN}$$

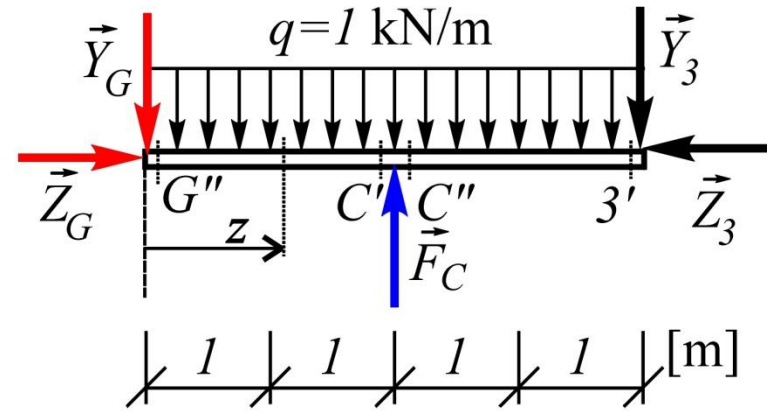
$$\sum Z_i = -Z_A + Z_1 - Z_G = 0 \quad \Rightarrow \quad Z_A = 1 \text{ kN}$$

$$Y_1 = Z_1 = F_2 = Y_A = 2 \text{ kN}, \quad Z_A = F_B = 1 \text{ kN}$$

$$\mathfrak{M}_2 = 2 \text{ kNm}$$



$$Y_3 = Z_3 = Y_G = Z_G = 1 \text{ kN}, \quad F_C = 6 \text{ kN}$$



$$M_{A'} = \sum M_{A'i}^l = 0$$

1)

NAPADNI MOMENTI

2)

$$M_1 = M_{1'} = \sum M_{1i}^l = Y_A \cdot 1 = 2 \text{ kNm}$$

$$M_2 = \sum M_{2i}^l = Y_A \cdot 2 - Y_1 \cdot 1 = 2 \text{ kNm}$$

$$M_{2'} = \sum M_{2'i}^l = Y_A \cdot 2 - Y_1 \cdot 1 + \mathfrak{M}_2 = 4 \text{ kNm}$$

$$M_{G'} = \sum M_{G'i}^d = 0$$

$$M_{B'} = M_{B''} = \sum M_{B'i}^d = Y_G \cdot 2 = 2 \text{ kNm}$$

$$M_{G''} = \sum M_{G''i}^l = 0$$

$$M_{C'} = M_{C''} = \sum M_{C'i}^l = -Y_G \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 = -4 \text{ kNm}$$

$$M_{3'} = \sum M_{3'i}^d = 0$$

$$M = \begin{cases} -Y_G \cdot z - q \cdot z \cdot \frac{z}{2}, & 0 < z < 2 \\ -Y_G \cdot z - q \cdot z \cdot \frac{z}{2} + F_C \cdot (z - 2), & 2 < z < 4 \end{cases}$$

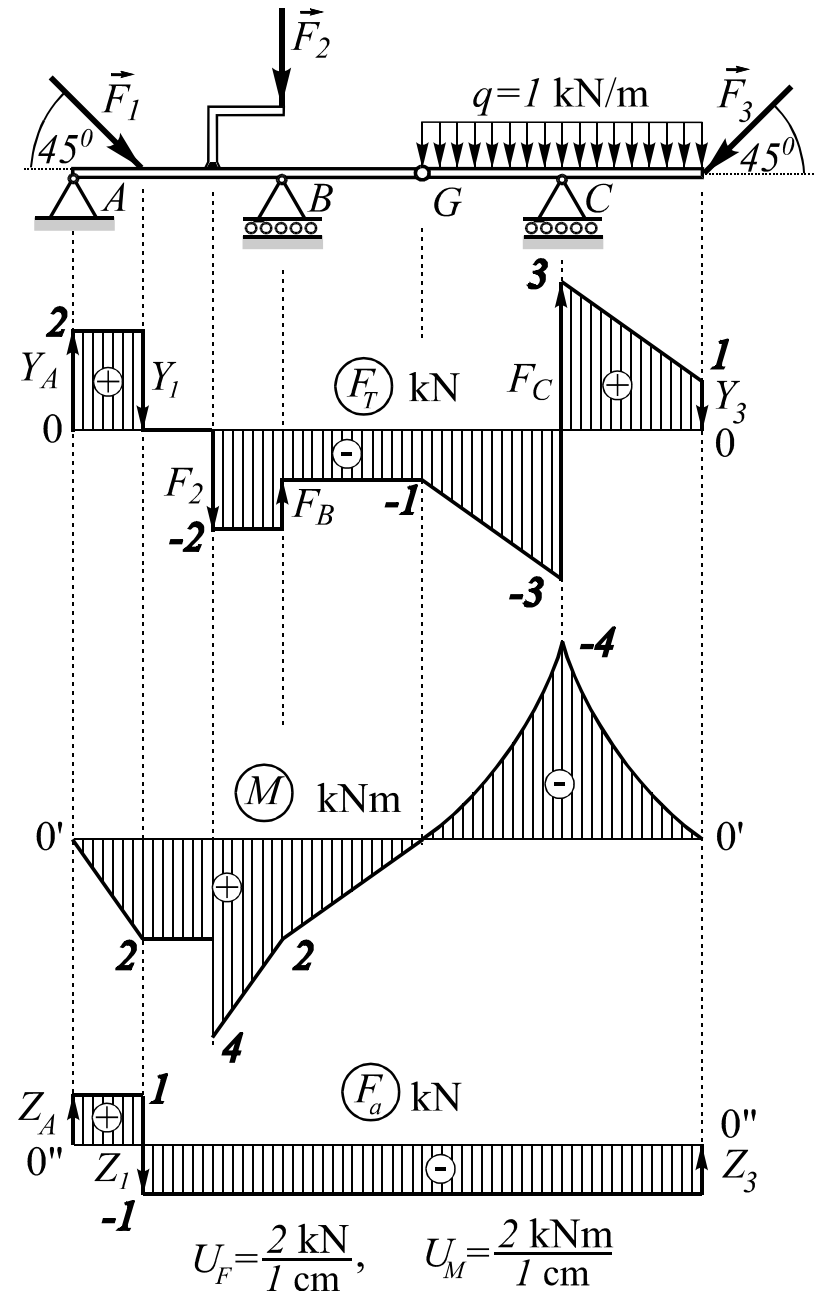
$$\Rightarrow M(z) = \begin{cases} -\frac{z^2}{2} - z, & \text{za } 0 < z < 2 \\ -\frac{z^2}{2} + 5z - 12, & \text{za } 2 < z < 4 \end{cases}$$

TRANSVERZALNE SILE

Za drugi deo grede (opterećen
ravnomernim kontinualnim
opterećenjem), funkcija transverzalne
sile, u skladu sa izvedenim formulama,
ima oblik:

$$F_T(z) = \begin{cases} -z - 1, & \text{za } 0 < z < 2 \\ -z + 5, & \text{za } 2 < z < 4 \end{cases}$$

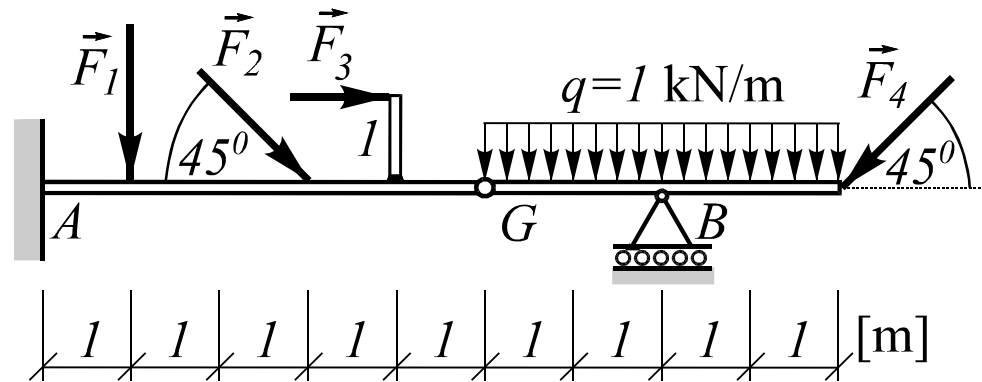
Dijagrami presečnih sila za ceo nosač



Primer 8.5

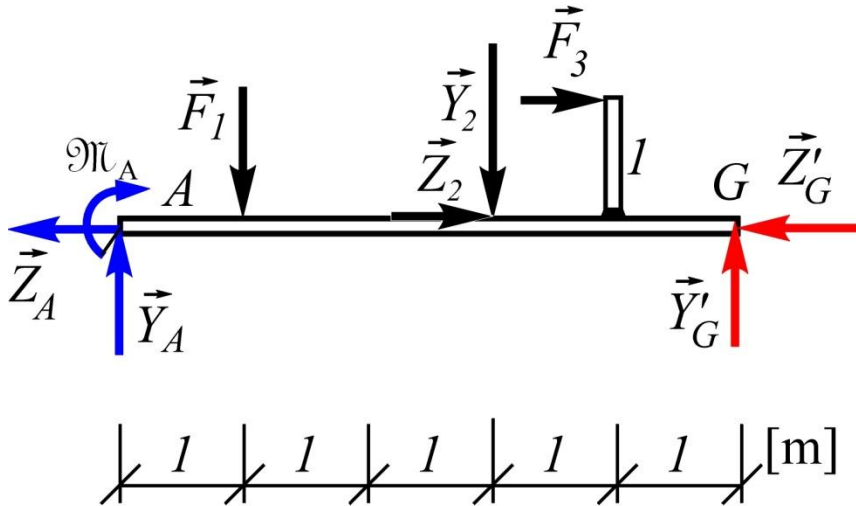
Za dati Gerberov nosač, rastavljanjem na mestu zgloba, analitičkim putem odrediti reakcije spoljašnjih veza i sile u zglobu a zatim nacrtati dijagrame presečnih sila.

$$F_1 = 2 \text{ kN}, F_2 = 2\sqrt{2} \text{ kN}, F_3 = 1 \text{ kN}, F_4 = 2\sqrt{2} \text{ kN}$$

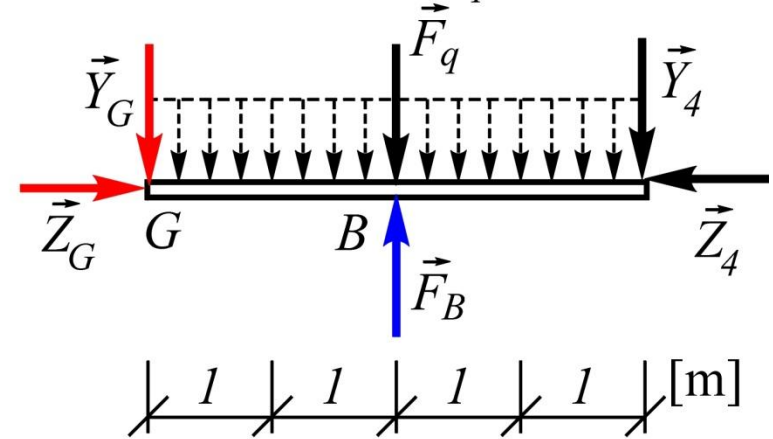


$$F_1 = Y_2 = Z_2 = 2 \text{ kN}, F_3 = 1 \text{ kN}$$

$$Y_4 = Z_4 = 2 \text{ kN}, F_q = 4 \text{ kN}$$



1)



2)

$$\sum M_{Gi} = F_B \cdot 2 - F_q \cdot 2 - Y_4 \cdot 4 = 0$$

$$\Rightarrow F_B = 8 \text{ kN}$$

$$\sum Y_i = -Y_G - F_q + F_B - Y_4 = 0 \Rightarrow Y_G = 2 \text{ kN}$$

$$\sum Z_i = Z_G - Z_4 = 0 \Rightarrow Z_G = 2 \text{ kN}$$

$$\sum M_{Ai} = -F_1 \cdot 1 - Y_2 \cdot 3 - F_3 \cdot 1 + Y_G \cdot 5 - M_A = 0$$

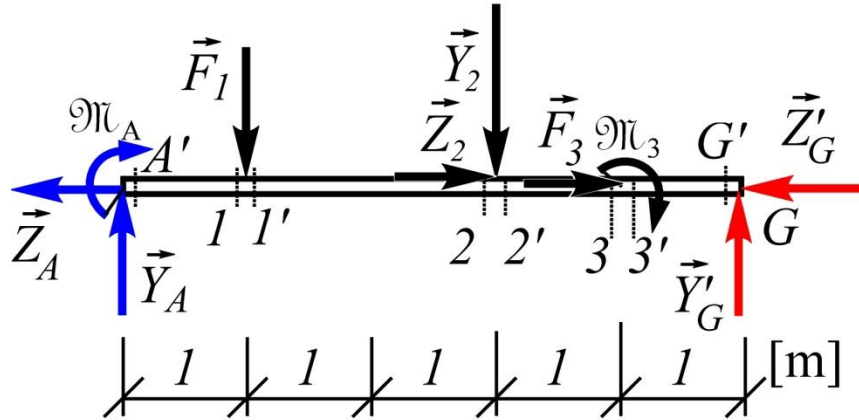
$$\Rightarrow \mathfrak{M}_A = 1 \text{ kNm}$$

$$\sum Y_i = Y_A - F_1 - Y_2 + Y_G = 0 \Rightarrow Y_A = 2 \text{ kN}$$

$$\sum Z_i = -Z_A + Z_2 + F_3 - Z_G = 0 \Rightarrow Z_A = 1 \text{ kN}$$

$$F_1 = Y_2 = Z_2 = Y_A = 2 \text{ kN}, F_3 = Z_A = 1 \text{ kN}$$

$$\mathfrak{M}_3 = \mathfrak{M}_A = 1 \text{ kNm}$$



1)

$$M_{A'} = \sum M_{A'i}^l = \mathfrak{M}_A = 1 \text{ kNm}$$

$$M_1 = M_{1'} = \sum M_{1i}^l = Y_A \cdot 1 + \mathfrak{M}_A = 3 \text{ kNm}$$

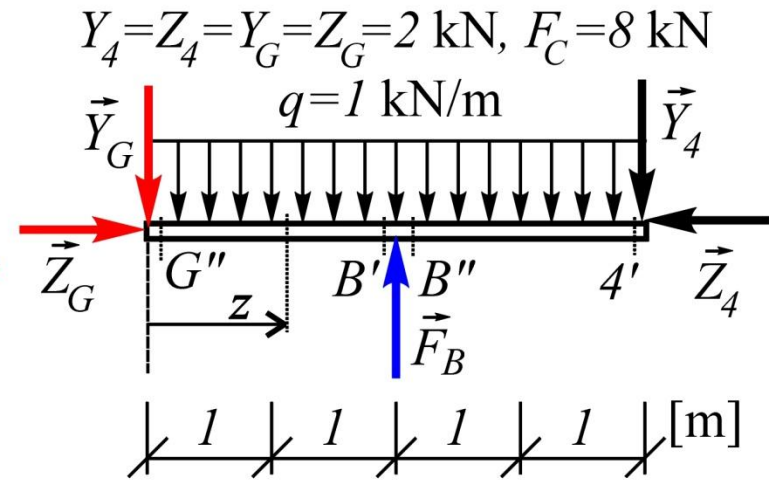
$$M_{G'} = \sum M_{G'i}^d = 0$$

$$M_{3'} = \sum M_{3'i}^d = Y_G \cdot 1 = 2 \text{ kNm}$$

$$M_3 = \sum M_{3i}^d = Y_G \cdot 1 - \mathfrak{M}_3 = 1 \text{ kNm}$$

$$M_2 = M_{2'} = \sum M_{2i}^d = Y_G \cdot 2 - \mathfrak{M}_3 = 3 \text{ kNm}$$

$$M = \begin{cases} -Y_G \cdot z - q \cdot z \cdot \frac{z}{2}, & 0 < z < 2 \\ -Y_G \cdot z - q \cdot z \cdot \frac{z}{2} + F_B \cdot (z - 2), & 2 < z < 4 \end{cases}$$



2)

$$M_{G''} = \sum M_{G''i}^l = 0$$

$$M_{B'} = M_{B''} = \sum M_{B'i}^l = -Y_G \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 = -6 \text{ kNm}$$

$$M_{4'} = \sum M_{4'i}^d = 0$$

$$\Rightarrow M(z) = \begin{cases} -\frac{z^2}{2} - 2z, & \text{za } 0 < z < 2 \\ -\frac{z^2}{2} + 6z - 16, & \text{za } 2 < z < 4 \end{cases}$$

Provera usklađenosti dijagrama napadnog momenta sa dijagramom transverzalnih sila

Na prvom metru transverzalna sila je pozitivna a moment idući s leva na desno (u smeru porasta koordinate z) raste što je OK.

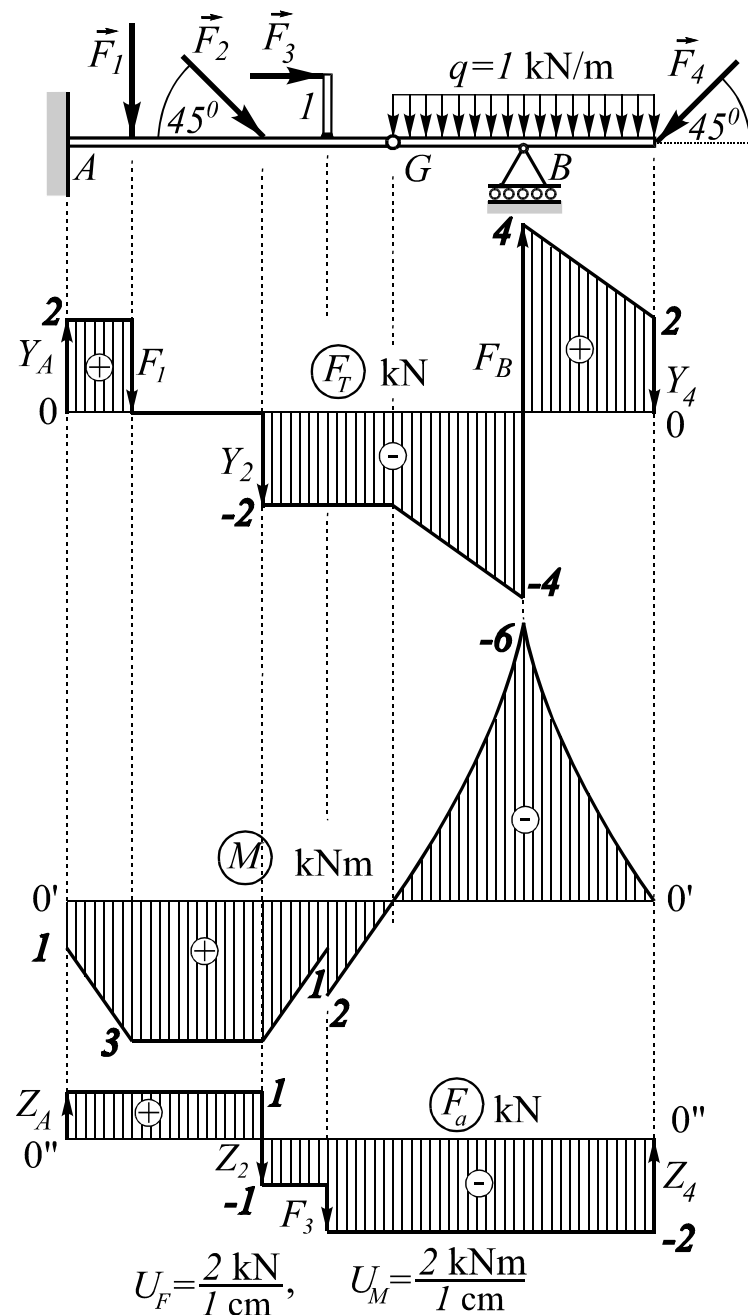
Naredna dva metra transverzalna sila je nula a moment je konstantan što je OK.

Sledeći metar transverzalna sila je negativna a moment opada što je OK.

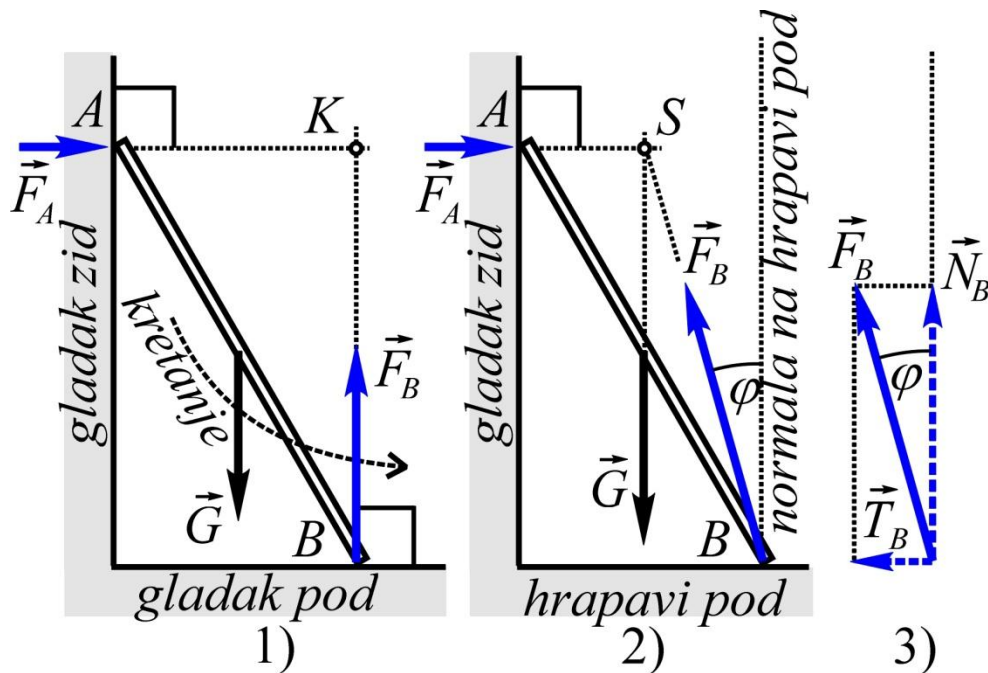
Još jedan metar transverzalna sila je negativna sa istom vrednošću kako kod prethodnog metra a moment takođe opada sa istim nagibom što je OK.

Zatim je transverzalna sila negativna i promenljiva a moment opada sa promenljivim nagibom što je OK.

Na kraju transverzalna sila je pozitivna i promenljiva a moment raste sa promenljivim nagibom što je OK.



37. Reakcija hrapave veze i njene komponente



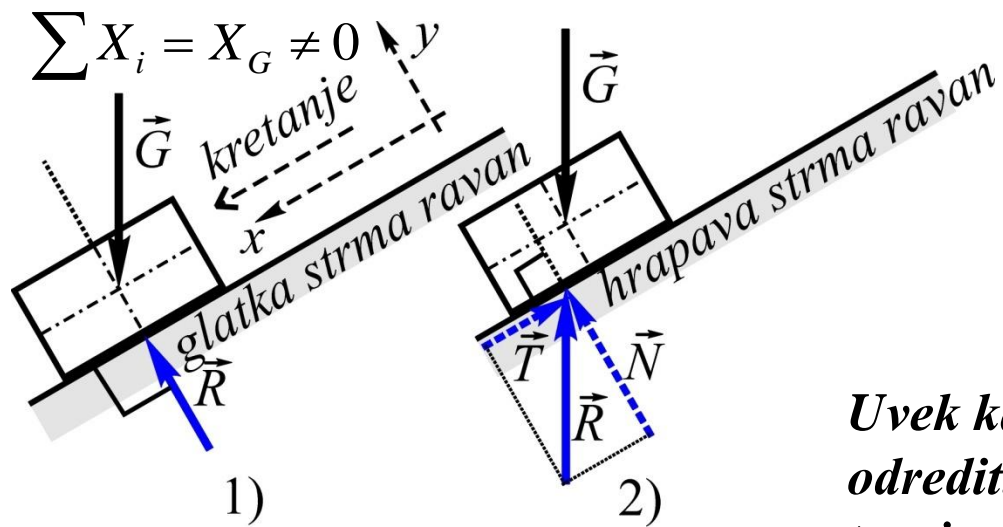
Reakcija hrapave veze najčešće se zamenjuje svojim međusobno upravnim komponentama. Jedna od njih \vec{N}_B , koja nosi naziv normalna reakcija, ima pravac normale na hrapavu površinu a smer isti kao što bi imala reakcija da je veza glatka.

Druga \vec{T}_B , koja je upravna na normalnu reakciju, naziva se silom trenja klizanja na tom mestu. Kaže se da tačka B štapa u odnosu na hrapav pod teži da se kreće u desnu stranu iz razloga što bi se u slučaju glatke veze baš i kretala u tu stranu.

$$\sum M_{Ki} = M_K^{\vec{G}} \neq 0$$

Reakcija hrapave veze \vec{F}_B u opštem slučaju nema pravac normale već odstupa od nje

Sila trenja, kojom uklonjena hrapava površina dejstvuje na tačku B štapa je suprotnog smera od težnje tačke B za kretanjem u odnosu na hrapavu površinu (usmerena je u levu stranu) pošto baš ona sprečava kretanje tački B .



Pri kontaktu površina dva tela jedan od neophodnih uslova za postojanje sile trenja između njih je hrapavost obeju dodirnih površina.

Uvek kada se iz uslova ravnoteže mogu odrediti sve reakcije, uključujući i sile trenja, onda se one i moraju tako odrediti.

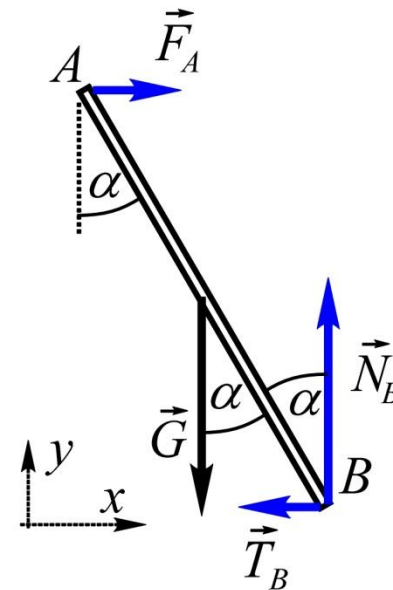
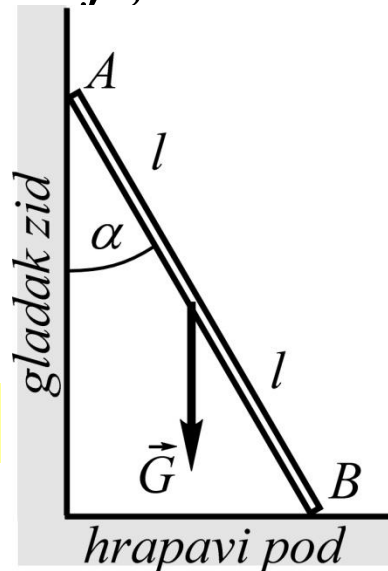
Sila trenja kojom telo 2 dejstvuje na neku tačku tela 1 suprotnog je smera od težnje za kretanjem te tačke tela 1 u odnosu na telo 2.

Primer 9.1 Poznate veličine: G , l , α
 Odrediti sve reakcije veza?

$$\sum M_{Bi} = G \cdot l \sin \alpha - F_A \cdot 2l \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow F_A = \frac{G}{2} \tan \alpha$$

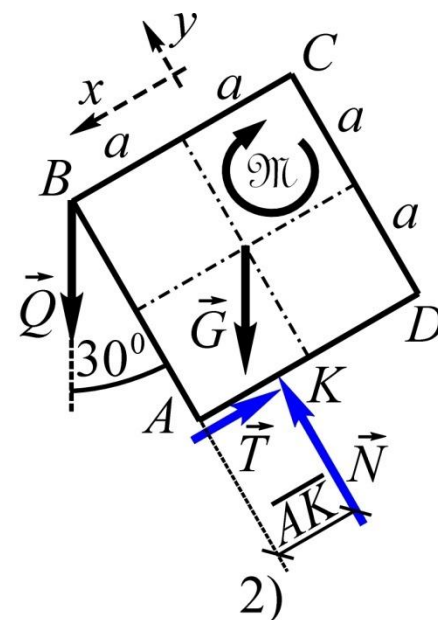
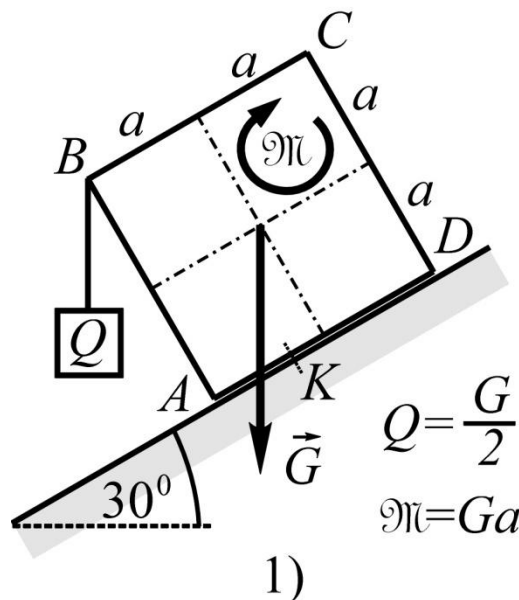
$$\sum X_i = F_A - T_B = 0 \Rightarrow T_B = \frac{G}{2} \tan \alpha$$



$$1) \quad \sum Y_i = -G + N_B = 0 \Rightarrow N_B = G$$

Primer 9.2

Homogena kvadratna ploča $ABCD$ težine G , stranice $2a$, nalazi se na hrapavoj strmoj ravni koja sa horizontalom gradi ugao od 30° . Za teme B ploče, posredstvom užeta, okačen je teret težine $Q = G/2$. Na ploču dejstvuje i spreg momenta $M = Ga$,



smera datog na slici. Za prikazan ravnotežni položaj, u zavisnosti od poznatih veličina G i a , odrediti komponente reakcije podloge, koja dejstvuje u tački K , kao i mesto te reakcije (rastojanje \overline{AK}).

Sl.2

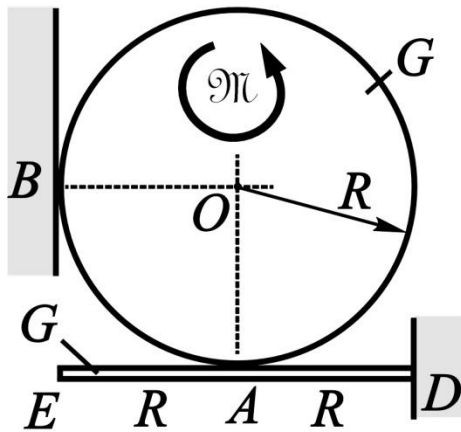
$$\sum X_i = -T + G \sin 30^\circ + Q \sin 30^\circ = 0 \Rightarrow T = \frac{3}{4}G$$

$$\sum Y_i = N - G \cos 30^\circ - Q \cos 30^\circ = 0 \Rightarrow N = \frac{3\sqrt{3}}{4}G$$

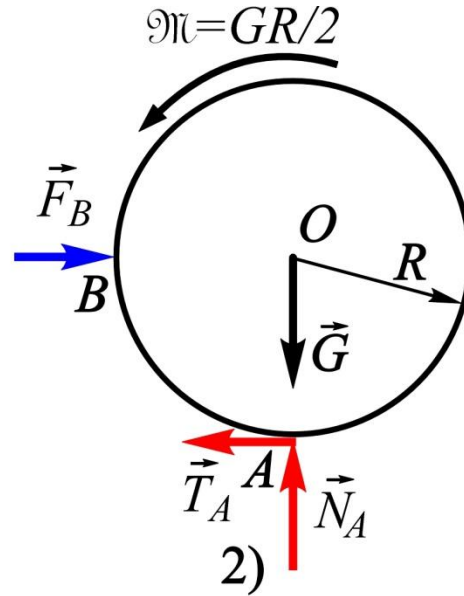
$$\sum M_{A_i} = -G \cdot (a \cos 30^\circ - a \sin 30^\circ) + N \cdot \overline{AK} + Q \cdot 2a \sin 30^\circ - M = 0 \Rightarrow \overline{AK} = \frac{2}{3}a$$

Primer 9.3

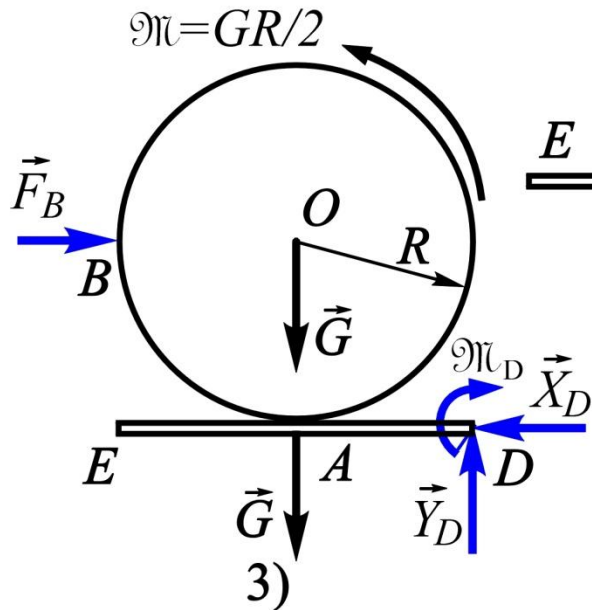
$$\mathfrak{M} = GR/2$$



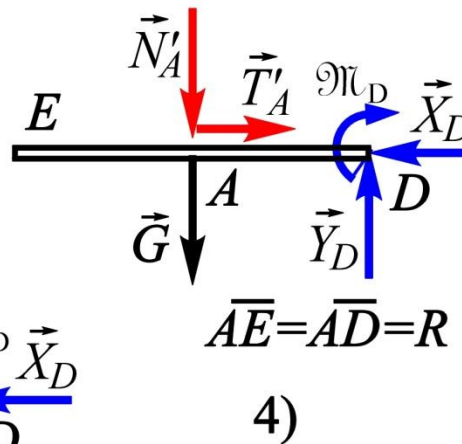
1)



2)



3)



4)

Vertikalan zid je gladak.

Veza u tački A je neidealna (hrapavi su i disk i štap).

Poznate veličine su: G, R

Odrediti sve reakcije veza?

Sl.2

$$\sum M_{Ai} = -F_B \cdot R + \mathfrak{M} = 0 \Rightarrow F_B = \frac{G}{2}$$

$$\sum X_i = F_B - T_A = 0 \Rightarrow T_A = \frac{G}{2}$$

$$\sum Y_i = N_A - G = 0 \Rightarrow N_A = G$$

Sl.4

$$\sum M_{Di} = N_A \cdot R + G \cdot R - \mathfrak{M}_D = 0$$

$$\Rightarrow \mathfrak{M}_D = 2GR$$

Sl.3

$$\sum X_i = -X_D + F_B = 0 \Rightarrow X_D = \frac{G}{2}$$

$$\sum Y_i = Y_D - G - G = 0 \Rightarrow Y_D = 2G$$