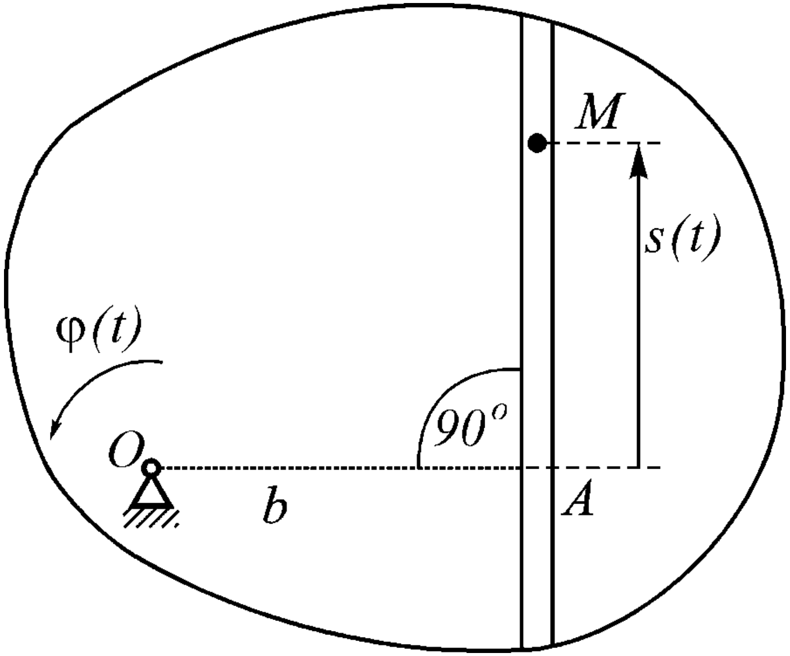
Primer 3.1 Mehanički sistem, prikazan na slici, kreće se u ravni crteža. Kretanje prenosnog elementa definiše njegov ugao rotacije $\varphi(t)$ a relativno kretanje definiše koordinata $s(t)$. Podaci su: $\varphi(t)=t^2$, $s(t)=3t-t^2, b=1\,m, \quad (t[s], s[m], \varphi[rad])$. Za date podatke nacrtati položaj sistema u trenutku $\bar{t}=1\,s$ i u tom trenutku odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje tačke M koja vrši složeno kretanje.



U ovom zadatku kretanje prenosnog elementa je obrtanje oko nepomične ose a relativno kretanje je pravolinijsko. U zadatom trenutku vremena rastojanje $\overline{AM}$ (relativna koordinata) iznosi $\overline{AM}=s(1)=2\,m$.

Ugaona brzina i ugaono ubrzanje prenosnog elementa:

$$\dot{\varphi}(t)=2t \quad \Rightarrow \quad \dot{\varphi}(1)=2 \quad \Rightarrow \quad \omega=2\,s^{-1}, \quad \ddot{\varphi}(t)=2 \quad \Rightarrow \quad \ddot{\varphi}(1)=2 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon=2\,s^{-2}.$$

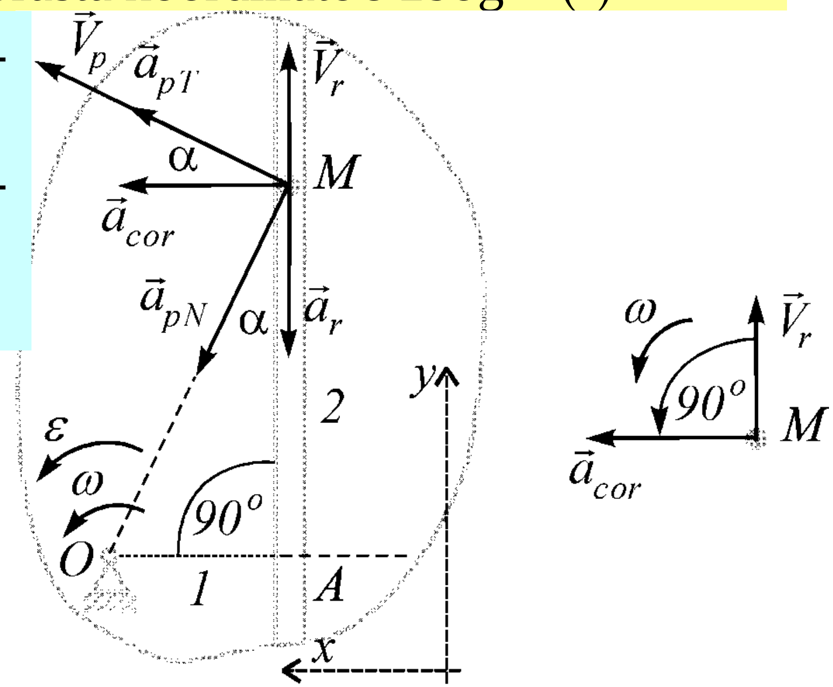
Smerovi ω i ε se poklapaju sa smerom porasta ugla φ jer je $\dot{\varphi}(1)>0$ i $\ddot{\varphi}(1)>0$.

Relativna brzina i relativno ubrzanje:

$$\dot{s}(t) = 3 - 2t \;\Rightarrow\; \dot{s}(1) = 1 \;\Rightarrow\; V_r = 1\,\frac{m}{s},\;\; \ddot{s}(t) = -2 \;\Rightarrow\; \ddot{s}(1) = -2 \;\Rightarrow\; a_r = 2\,\frac{m}{s^2}.$$

Smer vektora $\vec{V}_r$ poklapa se sa smorom porastom koordinate *s* zbog $\dot{s}(1) > 0$, a smer vektora $\vec{a}_r$ je suprotan od smera porasta koordinate *s* zbog $\ddot{s}(1) < 0$.

Rastojanje $\overline{OM}$, važno za određivanje brzine i ubrzanja tačke *M'* prenosnog elementa (to jest, prenosne brzine i prenosnog ubrzanja), dobijeno iz Pitagorine teoreme za trougao *OAM*, iznosi $\overline{OM} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}\, m$.



1) 2)

Uvedimo ugao α u trouglu *OAM*, odakle sinus i kosinus tog ugla, koji će nam kasnije trebati, iznose

$$\sin\alpha = \frac{\overline{OA}}{\overline{OM}} = \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad \cos\alpha = \frac{\overline{MA}}{\overline{OM}} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Intenziteti prenosne brzine i komponenata prenosnog ubrzanja (Sl.1) su:

$$V_p = V_{M'} = \overline{OM} \cdot \omega = 2\sqrt{5}\,\frac{m}{s},$$

$$a_{pN} = a_{M'N} = \overline{OM} \cdot \omega^2 = 4\sqrt{5}\,\frac{m}{s^2}, \quad a_{pT} = a_{M'T} = \overline{OM} \cdot \varepsilon = 2\sqrt{5}\,\frac{m}{s^2}.$$

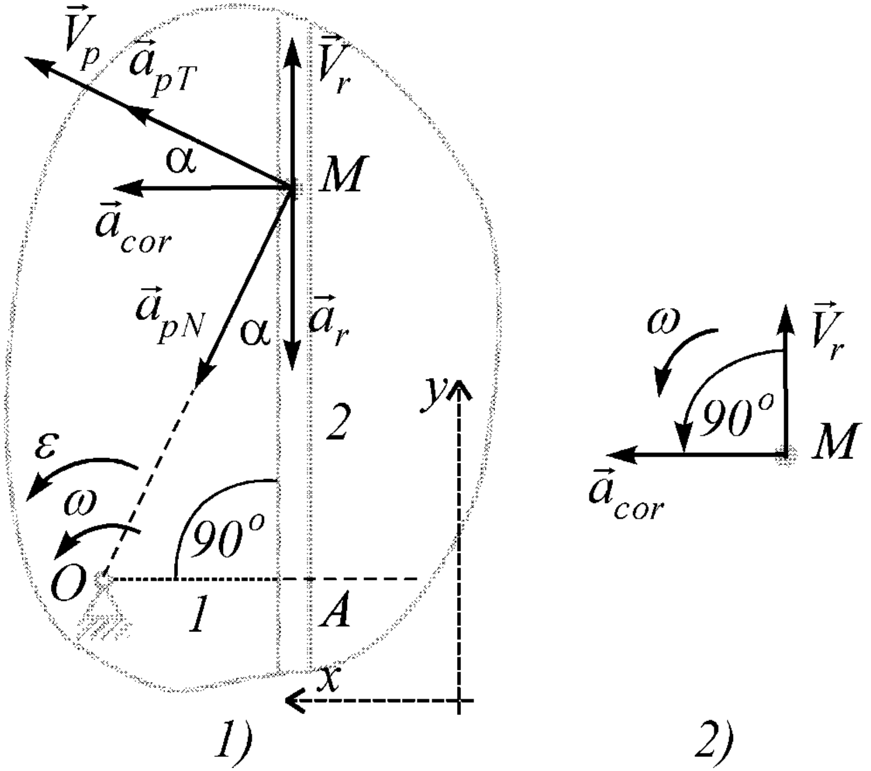
Smerovi vektora $\vec{V}_p$ i $\vec{a}_{pT}$ su u skladu sa smerovima ω i ε.

Koriolisovo ubrzanje: $\vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega}\times\vec{V}_r$

Intenzitet je

$a_{cor} = 2\cdot\omega\cdot V_r = 4\,\frac{m}{s^2}$ zbog $\theta = 90^0$.

Pošto se sva kretanja odvijaju u ravni crteža, pravac i smer Koriolisovog ubrzanja određeni su zakretanjem vektora $\vec{V}_r$ za 90^0 u smeru ugaone brzine ω (Sl.2).



Apsolutna brzina:

$$\vec{V} = \vec{V}_p + \vec{V}_r$$

$$x: \quad V_x = V_p \cos\alpha + 0 = 4$$

$$y: \quad V_y = V_p \sin\alpha + V_r = 3$$

$$\Rightarrow \quad V = \sqrt{V_x^{\,2} + V_y^{\,2}} = 5\,\frac{m}{s}$$

Apsolutno ubrzanje:

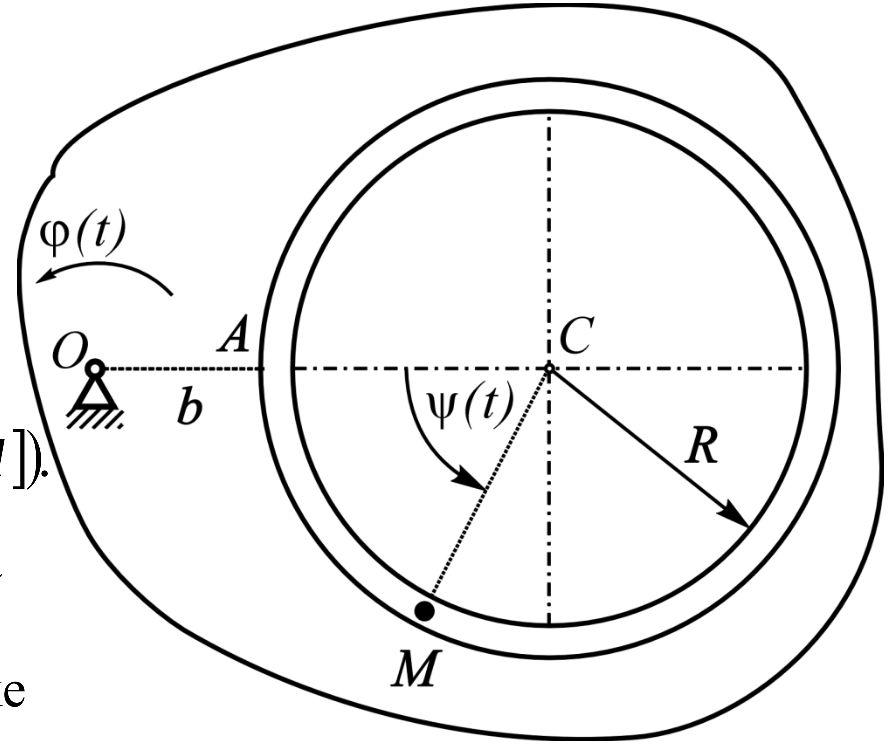
$$\vec{a} = \vec{a}_{pN} + \vec{a}_{pT} + \vec{a}_r + \vec{a}_{cor}$$

$$x: \quad a_x = a_{pN}\sin\alpha + a_{pT}\cos\alpha + 0 + a_{cor} = 12$$

$$y: \quad a_y = -a_{pN}\cos\alpha + a_{pT}\sin\alpha - a_r + 0 = -8$$

$$\Rightarrow \quad a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2}} = 4\sqrt{13}\,\frac{m}{s^2}$$

Primer 3.2 Mehanički sistem, prikazan na slici, kreće se u ravni crteža. Kretanje prenosnog elementa definiše njegov ugao rotacije $\varphi(t)$ a relativno kružno kretanje definiše ugaona koordinata $\psi(t)$ gde je $R=1\,m$. Podaci su: $\varphi(t)=2t^2-t^3$, $\psi(t)=t^2-t+\dfrac{\pi}{2}, b=0, \quad (t[s], \psi[rad], \varphi[rad])$.

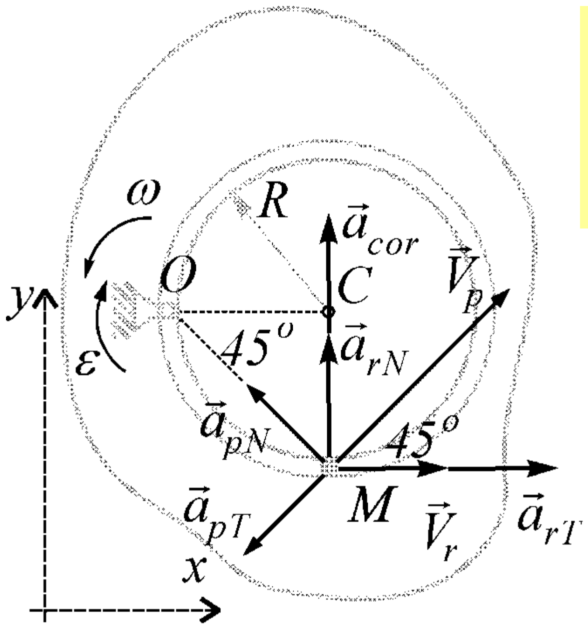


Za zadate podatke nacrtati položaj sistema trenutku $\bar{t}=1\,s$ i u tom trenutku odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje tačke *M* koja vrši složeno kretanje?

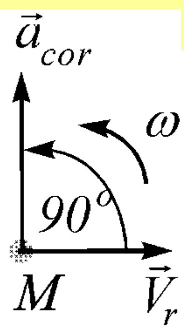
U ovom zadatku kretanje prenosnog elementa je obrtanje oko nepomične ose a relativno kretanje je kružno. Položaj tačke *M* u odnosu na prenosni element određuje koordinata $\psi(t)$ koja za $\bar{t}=1\,s$ iznosi

$$\psi(1)=\frac{\pi}{2}=90^0.$$

U zadatom trenutku vremena rastojanje $\overline{OM}$ (važno za određivanje prenosne brzine i prenosnog ubrzanja), iz jednakokrakog pravouglog trougla *OCM*, iznosi $\overline{OM}=\sqrt{2}\,m$, a ugao između duži $\overline{OM}$ i *x* ose iznosi 45^0 (Sl.1-sledeći slajd).



1)



2)

Relativna brzina i relativno ubrzanje:

Uvođenjem relativne kružne koordinate $s(t) = R \cdot \psi(t)$ dobija se $s(t) = t^2 - t + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$

$$\dot{s}(t) = 2t - 1 \quad \Rightarrow \quad \dot{s}(1) = 1 \quad \Rightarrow \quad V_r = 1\,\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \quad a_{rN} = \frac{V_r^2}{R} = 1\,\frac{m}{s^2}$$

$$\ddot{s}(t) = 2 \quad \Rightarrow \quad \ddot{s}(1) = 2 \quad \Rightarrow \quad a_{rT} = 2\,\frac{m}{s^2}$$

Smerovi vektora $\vec{V}_r$ i $\vec{a}_{rT}$ poklapaju se sa smorom porastom koordinate s jer je i $\dot{s}(1) > 0$ i $\ddot{s}(1) > 0$.

Ugaona brzina i ugaono ubrzanje prenosnog elementa:

$$\dot{\varphi}(t) = 4t - 3t^2 \Rightarrow \dot{\varphi}(1) = 1 \Rightarrow \omega = 1\,s^{-1}$$

$$\ddot{\varphi}(t) = 4 - 6t \Rightarrow \ddot{\varphi}(1) = -2 \Rightarrow \varepsilon = 2\,s^{-2}$$

Smer ω se poklapa sa smerom porasta ugla φ jer je $\dot{\varphi}(1) > 0$.

Smer ε je suprotan od smera porasta ugla φ jer je $\ddot{\varphi}(1) < 0$.

Koriolisovo ubrzanje: $\vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega} \times \vec{V}_r$

$\theta = 90^0 \Rightarrow$ $$a_{cor} = 2 \cdot \omega \cdot V_r = 2\,\frac{m}{s^2}$$

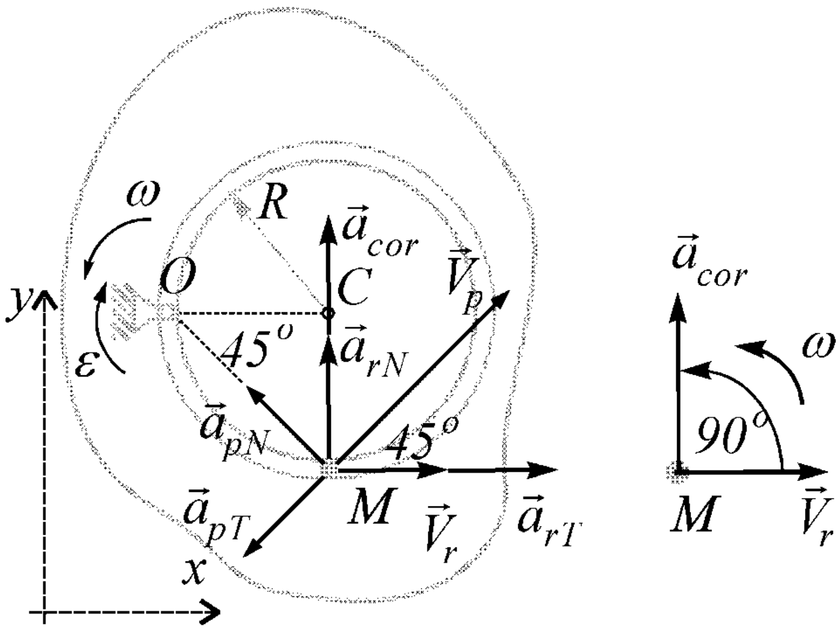
Određivanje pravca i smera Koriolisovog ubrzanja prikazano je na slici 2.

Intenziteti prenosne brzine i komponenata prenosnog ubrzanja (Sl.1) su:

$$V_p = V_{M'} = \overline{OM} \cdot \omega = \sqrt{2}\ \frac{m}{s},$$

$$a_{pN} = a_{M'N} = \overline{OM} \cdot \omega^2 = \sqrt{2}\ \frac{m}{s^2},$$

$$a_{pT} = a_{M'T} = \overline{OM} \cdot \varepsilon = 2\sqrt{2}\ \frac{m}{s^2}.$$



1) 2)

Određivanje apsolutne brzine:

$$\vec{V} = \vec{V}_p + \vec{V}_r$$

$$x: \quad V_x = V_p \cos 45^o + V_r = 2$$

$$y: \quad V_y = V_p \sin 45^o + 0 = 1$$

$$\Rightarrow \quad V = \sqrt{V_x^{\ 2} + V_y^{\ 2}} = 5\ \frac{m}{s}$$

Određivanje apsolutnog ubrzanja:

$$\vec{a} = \vec{a}_{pN} + \vec{a}_{pT} + \vec{a}_{rN} + \vec{a}_{rT} + \vec{a}_{cor}$$

$$x: a_x = -a_{pN}\frac{\sqrt{2}}{2} - a_{pT}\frac{\sqrt{2}}{2} + 0 + a_{rT} + 0 = -1$$

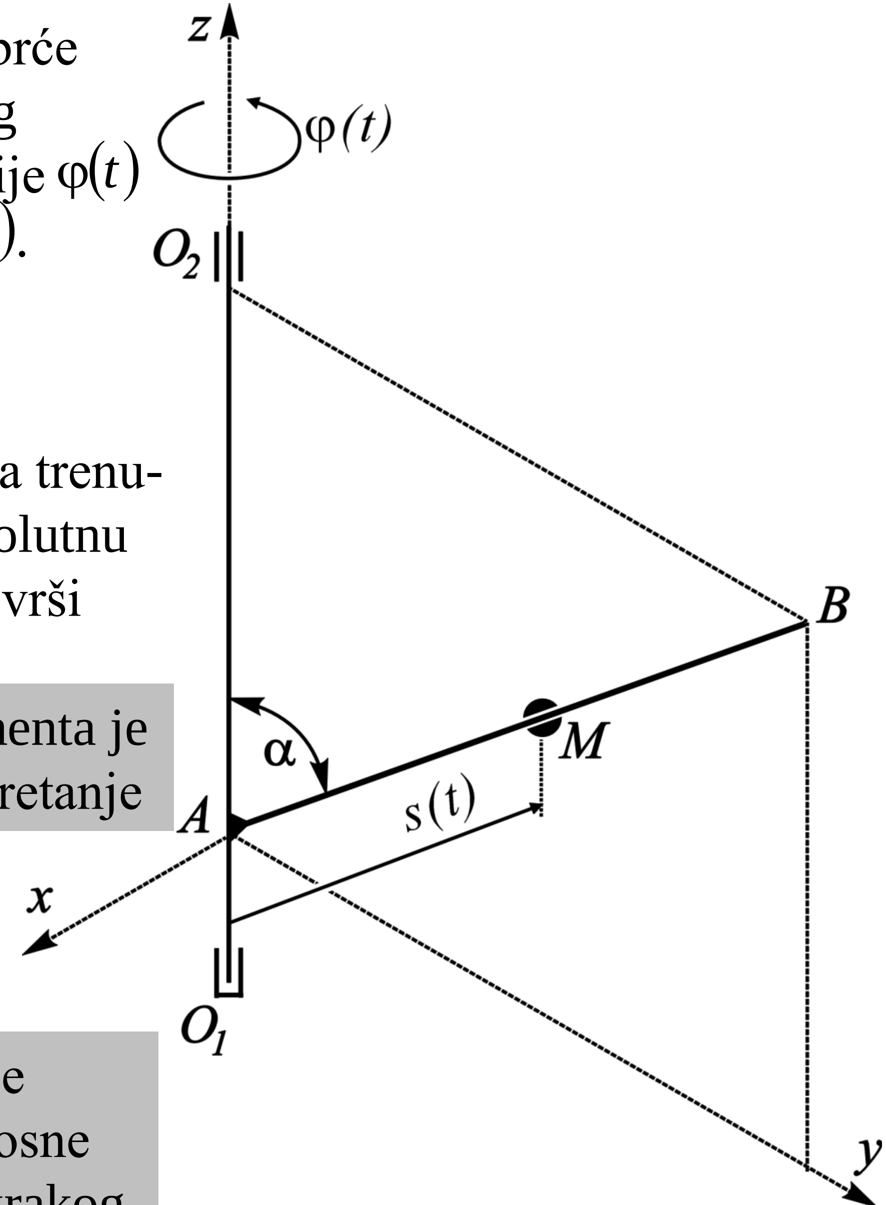
$$y: a_y = a_{pN}\frac{\sqrt{2}}{2} - a_{pT}\frac{\sqrt{2}}{2} + a_{rN} + 0 + a_{cor} = 0$$

$$\Rightarrow \quad a = \sqrt{a_x^{\ 2} + a_y^{\ 2}} = 1\ \frac{m}{s^2}$$

Primer 3.3 Žica *AB*, koja leži u *yz* ravni obrće se oko vertikalne ose *z*. Kretanje prenosnog elementa (žice) definiše njegov ugao rotacije $\varphi(t)$ a relativno kretanje definiše koordinata $s(t)$.
Podaci su: $s(t) = 2 - t + t^2,\ \varphi(t) = t^3/3,$

$\alpha = 30^0, \quad (t[s], \varphi[rad], s[m]).$

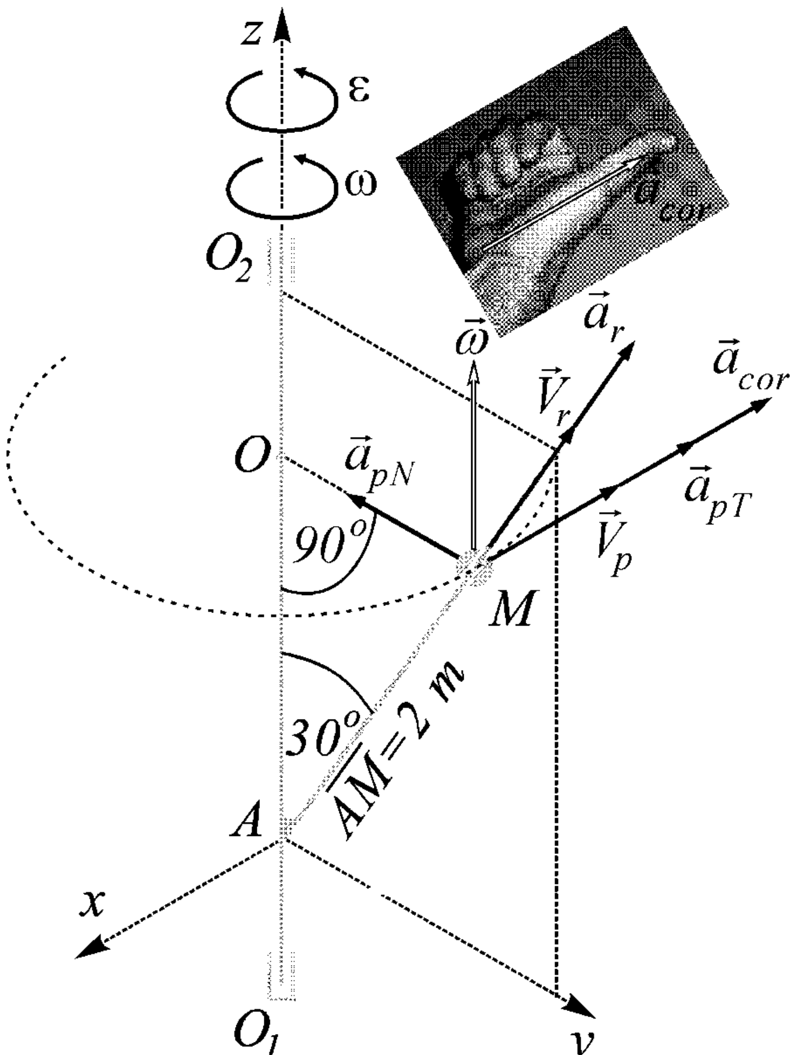
Za zadate podatke nacrtati položaj sistema trenutku $\bar{t} = 1\,s$ i u tom trenutku odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje tačke *M* koja vrši složeno kretanje.

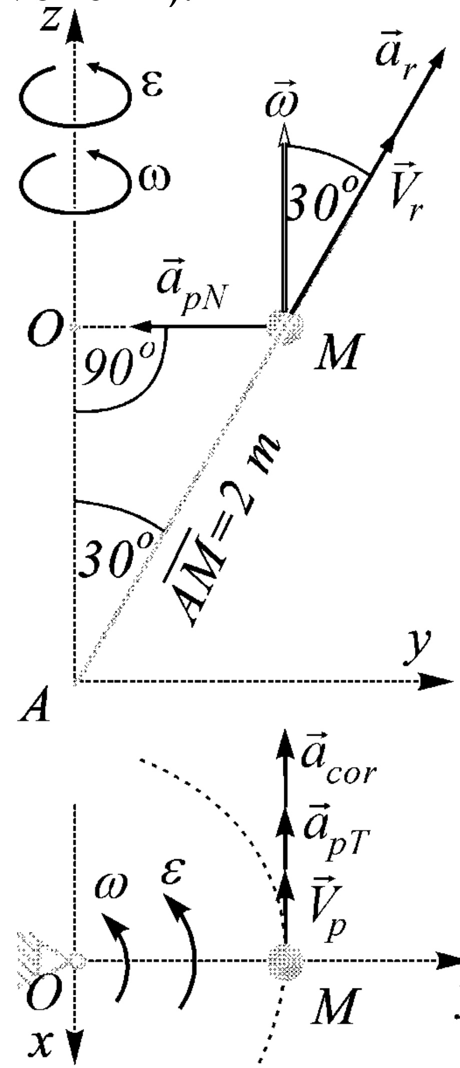


U ovom zadatku kretanje prenosnog elementa je obrtanje oko nepomične ose a relativno kretanje je pravolinijsko. U trenutku $\bar{t} = 1\,s$ rastojanje $\overline{AM}$ (relativna koordinata) iznosi $\overline{AM} = s(1) = 2\,m$,

a najkraće rastojanje između tačke M i ose obrtanja $\overline{OM}$ (važno za određivanje prenosne brzine i prenosnog ubrzanja), iz jednakokrakog pravouglog trougla *OAM* (naredni slajd), iznosi $\overline{OM} = \overline{AM} \cdot \sin 30^0 = 1\,m.$

Prostorni prikaz položaja sistema u trenutku $\bar{t} = 1\,s$, za zadate podatke, prikazan je na prvoj slici. Na drugoj slici, može se videti taj isti položaj ali u projekcijama (gornja slika desno je pogled spreda-prikaz *zAy* u pravoj veličini a donja slika desno je pogled odozgo-prikaz *xAy* u pravoj veličini).





Relativna brzina i relativno ubrzanje:

$$\dot{s}(t) = -1 + 2t,\ \ddot{s}(t) = 2 \quad \Rightarrow \quad \dot{s}(1) = 1,\ \ddot{s}(1) = 2 \quad \Rightarrow \quad V_r = 1\,\frac{m}{s}, \quad a_r = 2\,\frac{m}{s^2}.$$

Smerovi vektora $\vec{V}_r$ i $\vec{a}_r$ poklapaju se sa smorom porastom koordinate s jer je i $\dot{s}(1) > 0$ i $\ddot{s}(1) > 0$.

Ugaona brzina i ugaono ubrzanje prenosnog elementa:

$$\dot{\varphi}(t) = t^2,\ \ddot{\varphi}(t) = 2t \Rightarrow \dot{\varphi}(1) = 1,\ \ddot{\varphi}(1) = 2 \Rightarrow \omega = 1\,s^{-1},\ \varepsilon = 2\,s^{-2}.$$

Smer ω se poklapa sa smerom porasta ugla φ jer je $\dot{\varphi}(1) > 0$.

Smer ε se poklapa sa smerom porasta ugla φ jer je $\ddot{\varphi}(1) > 0$.

Intenziteti prenosne brzine i komponenata prenosnog ubrzanja:

$$V_p = V_{M'} = \overline{OM} \cdot \omega = 1\,\frac{m}{s},$$

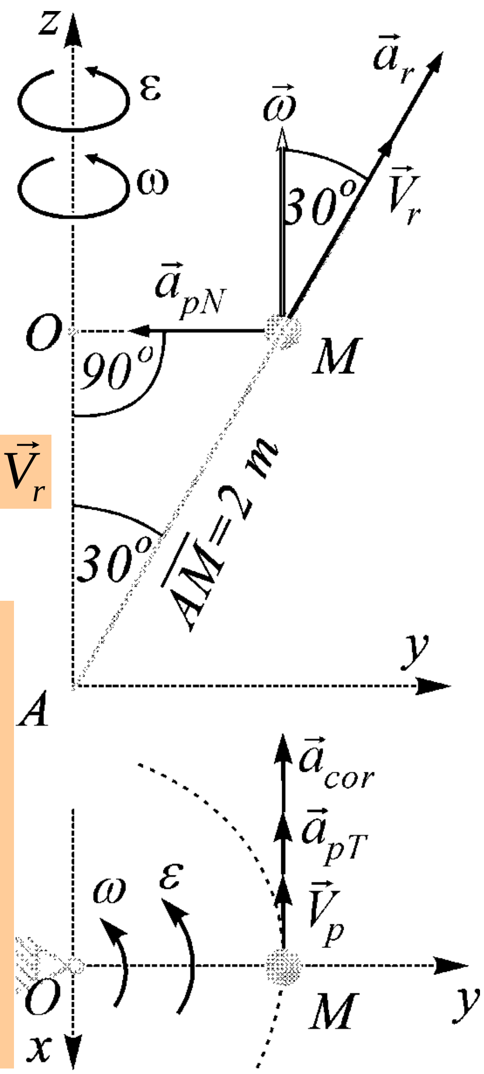
$$a_{pN} = a_{M'N} = \overline{OM} \cdot \omega^2 = 1\,\frac{m}{s^2},$$

$$a_{pT} = a_{M'T} = \overline{OM} \cdot \varepsilon = 2\,\frac{m}{s^2}.$$

Koriolisovo ubrzanje: $\vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega} \times \vec{V}_r$

$$a_{cor} = 2 \cdot \omega \cdot V_r \cdot \sin 30^0 = 1\,m/s^2$$

Vektori koji se vektorski množe $\vec{\omega}$ i $\vec{V}_r$ obrazuju ravan zAy. Vektor $\vec{a}_{cor}$, pošto mora biti upravan na tu ravan, ima pravac ose x. Smer vektora $\vec{a}_{cor}$, određen pravilom desne ruke, suprotan je od smera ose x.



Određivanje apsolutne brzine:

$$\vec{V} = \vec{V}_p + \vec{V}_r$$

$$x: \quad V_x = -V_p + 0 = -1$$

$$y: \quad V_y = 0 + V_r \sin 30^o = \frac{1}{2}$$

$$z: \quad V_z = 0 + V_r \cos 30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad V = \sqrt{V_x^{\,2} + V_y^{\,2} + V_z^{\,2}} = \sqrt{2}\ \frac{m}{s}$$

Do istog rezultata se moglo doći i na sledeći način. Pošto su $\vec{V}_p$ i $\vec{V}_r$ međusobno upravne komponente apsolutne brzine, intenzitet apsolutne brzine je

$$V = \sqrt{V_p^{\,2} + V_r^{\,2}}.$$

Određivanje apsolutnog ubrzanja:

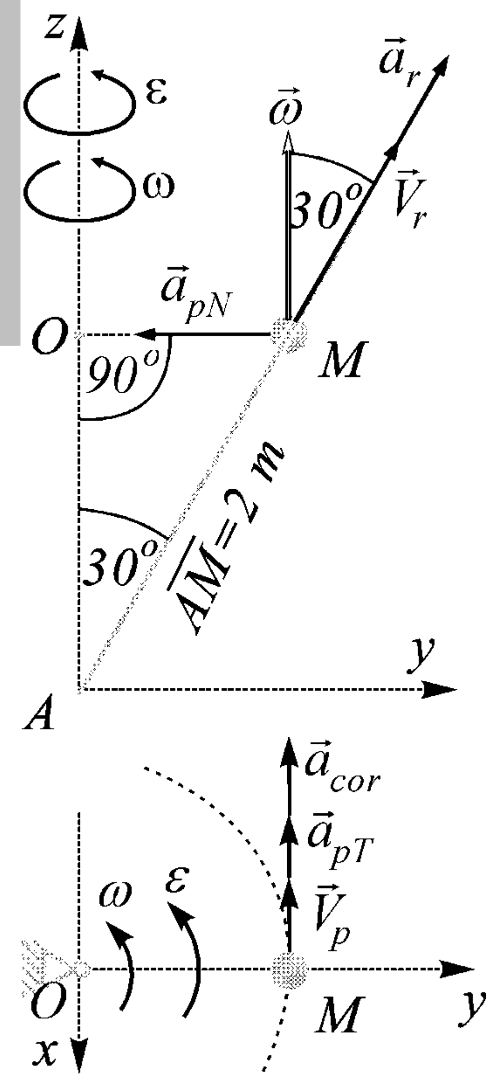
$$\vec{a} = \vec{a}_{pN} + \vec{a}_{pT} + \vec{a}_r + \vec{a}_{cor}$$

$$x: \quad a_x = 0 - a_{pT} + 0 - a_{cor} = -3$$

$$y: \quad a_y = -a_{pN} + 0 + a_r \sin 30^o + 0 = 0$$

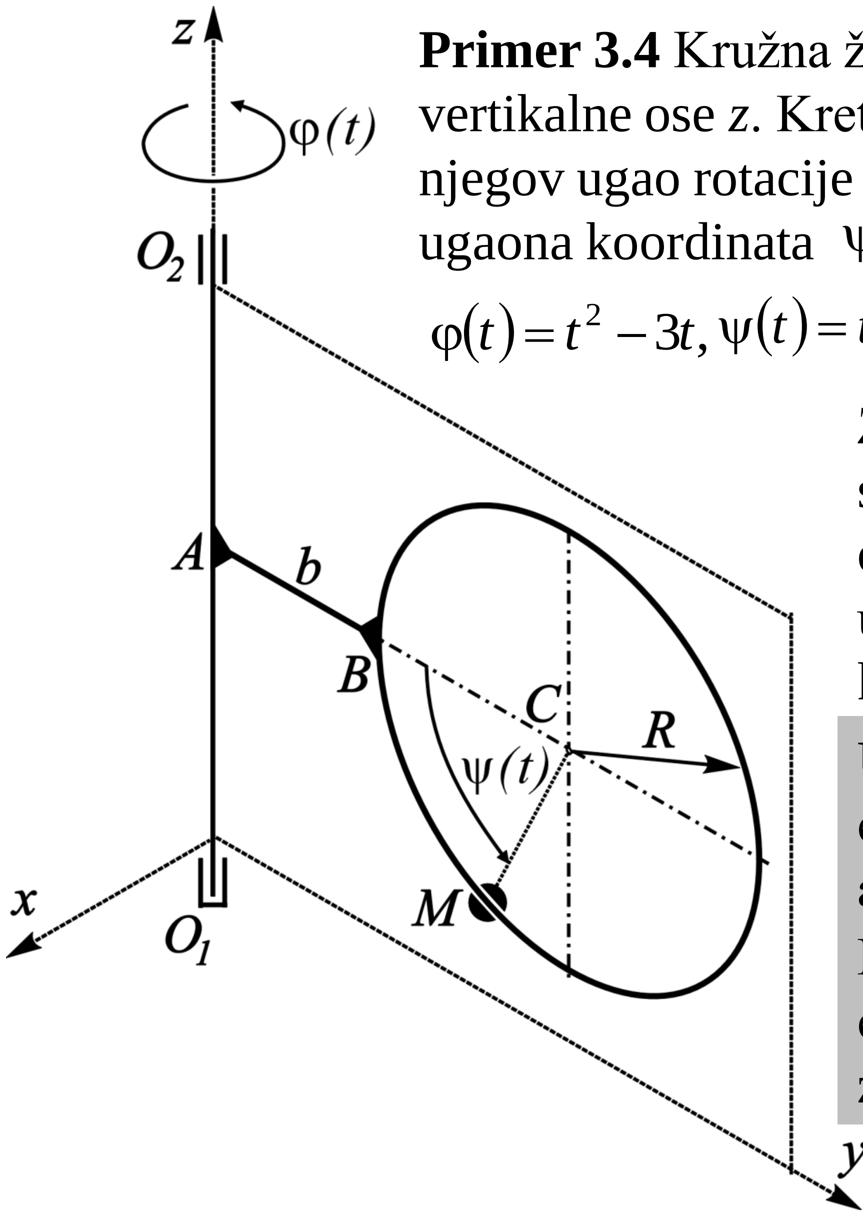
$$z: \quad a_z = 0 + 0 + a_r \cos 30^o + 0 = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \quad a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2} + a_z^{\,2}} = 2\sqrt{3}\ \frac{m}{s^2}$$



Primer 3.4 Kružna žica, koja leži u *yz* ravni, obrće se oko vertikalne ose z. Kretanje prenosnog elementa (žice) definiše njegov ugao rotacije $\varphi(t)$ a relativno kružno kretanje definiše ugaona koordinata $\psi(t)$ gde je $R=1\,m$. Podaci su:

$$\varphi(t)=t^2-3t,\ \psi(t)=t^2-t+\frac{3\pi}{2},\ b=1\,m,\quad (t[s],\ \psi[rad],\ \varphi[rad]).$$



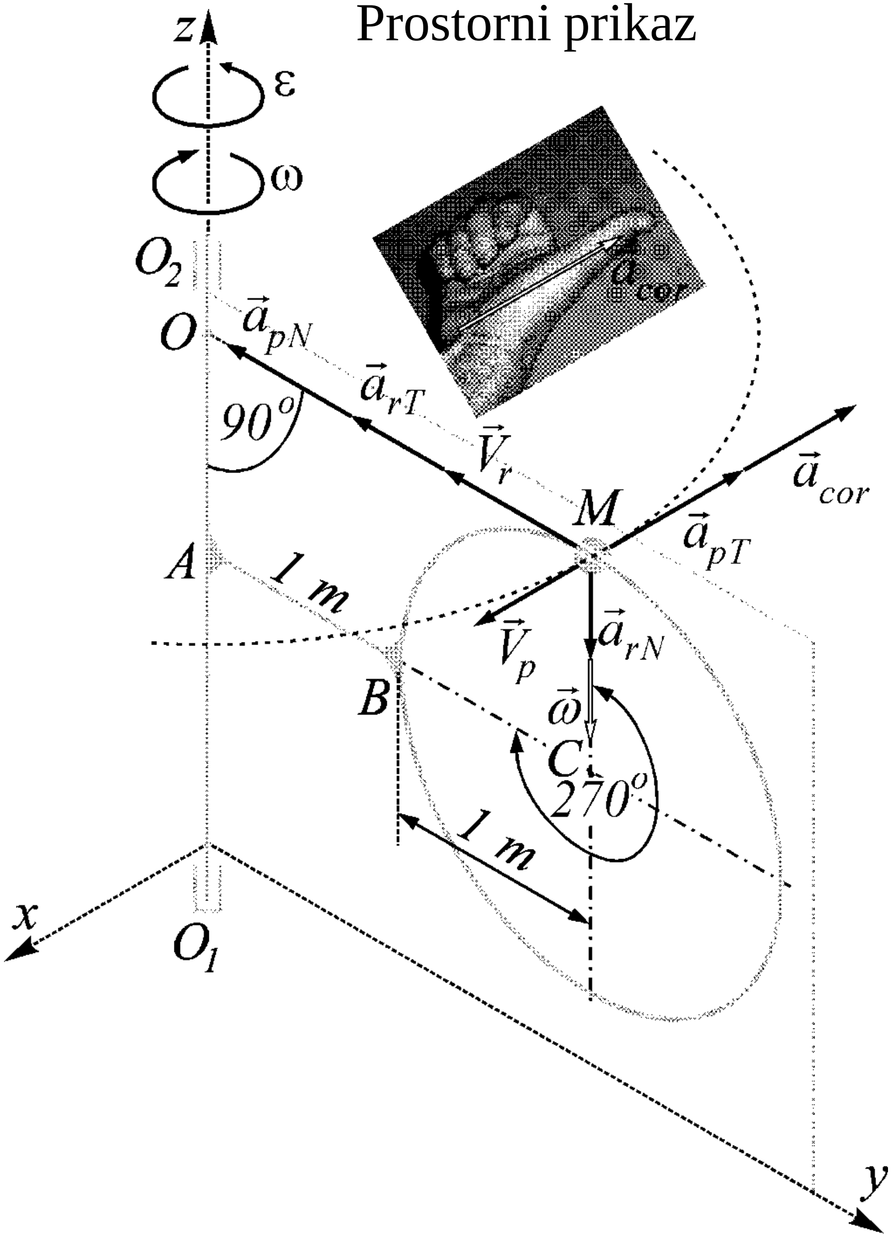
Za zadate podatke nacrtati položaj sistema trenutku $\bar{t}=1\,s$ i u tom trenutku odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje tačke *M* koja vrši složeno kretanje?

U ovom zadatku kretanje prenosnog elementa je obrtanje oko nepomične ose a relativno kretanje je kružno.

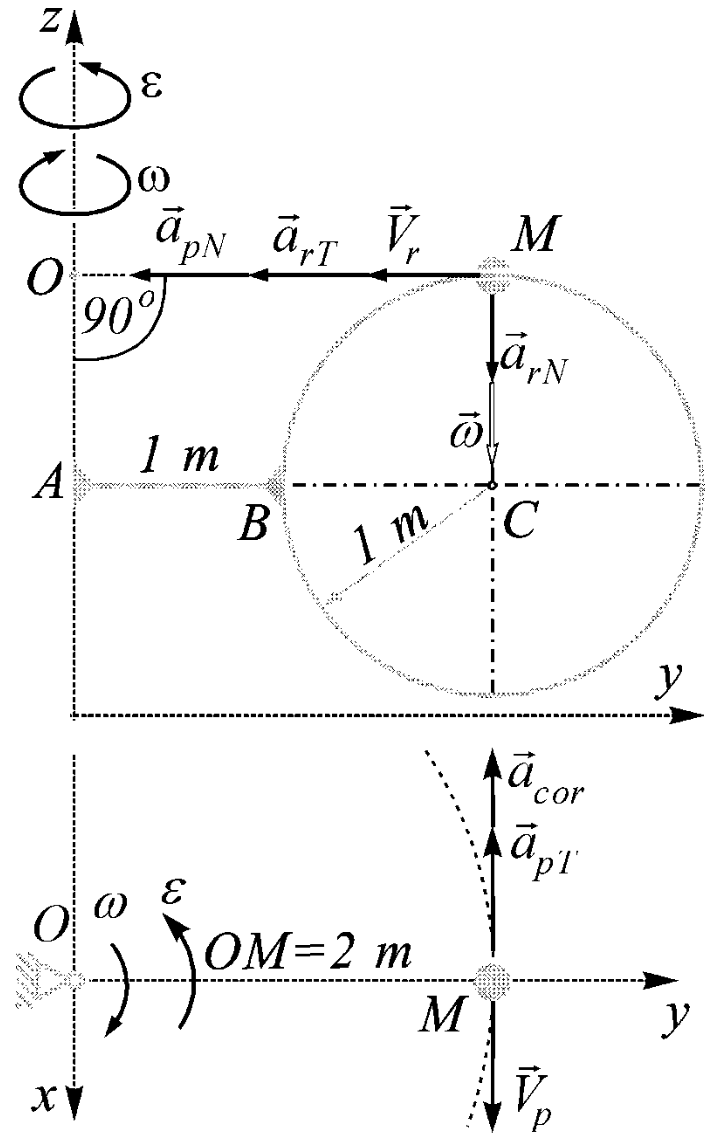
Položaj tačke *M* u odnosu na prenosni element određuje koordinata $\psi(t)$ koja za $\bar{t}=1\,s$ iznosi

$$\psi(1)=\frac{3\pi}{2}=270^0.$$

Prostorni prikaz



Prikaz u projekcijama



U zadatom trenutku vremena rastojanje $\overline{OM}$ (važno za određivanje prenosne brzine i prenosnog ubrzanja), iznosi $\overline{OM} = b + R = 2m$.

Relativna brzina i relativno ubrzanje:

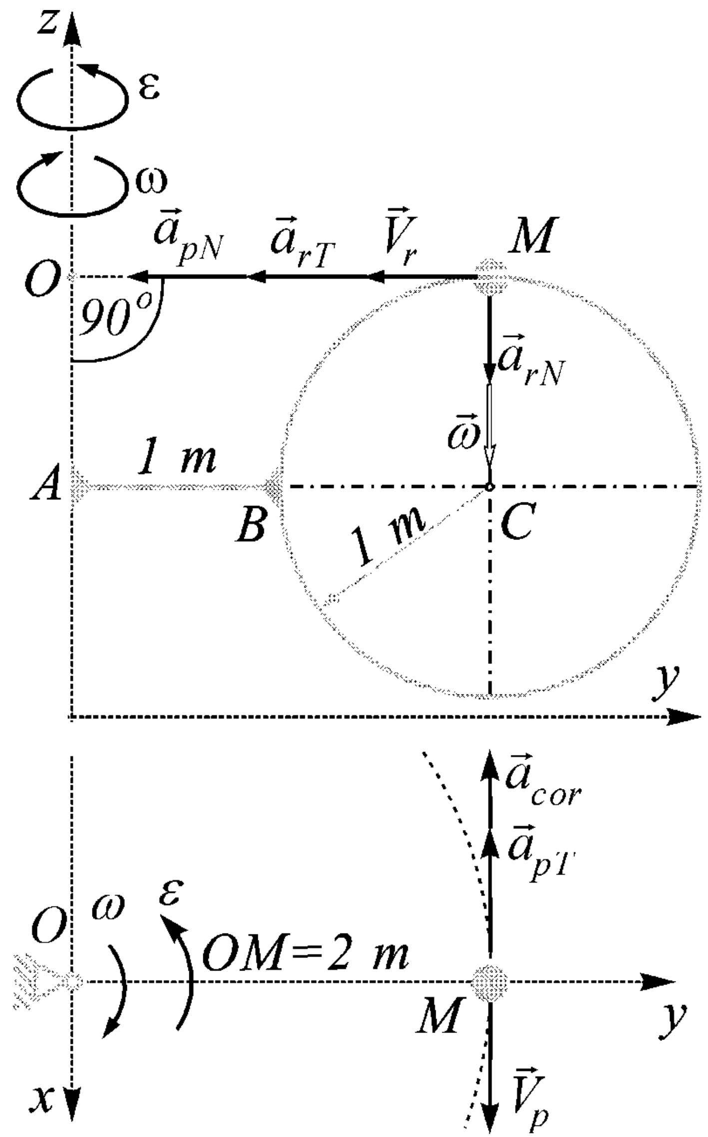
Uvođenjem relativne kružne koordinate $s(t) = R \cdot \psi(t)$ dobija se da je $s(t) = t^2 - t + \frac{3\pi}{2}$.

$$\dot{s}(t) = 2t - 1 \quad \Rightarrow \quad \dot{s}(1) = 1 \quad \Rightarrow \quad V_r = 1\,\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \quad a_{rN} = \frac{V_r^2}{R} = 1\,\frac{m}{s^2}$$

$$\ddot{s}(t) = 2 \quad \Rightarrow \quad \ddot{s}(1) = 2 \quad \Rightarrow \quad a_{rT} = 2\,\frac{m}{s^2}$$

Smerovi vektora $\vec{V}_r$ i $\vec{a}_{rT}$ poklapaju se sa smorom porastom koordinate s jer je i $\dot{s}(1) > 0$ i $\ddot{s}(1) > 0$.



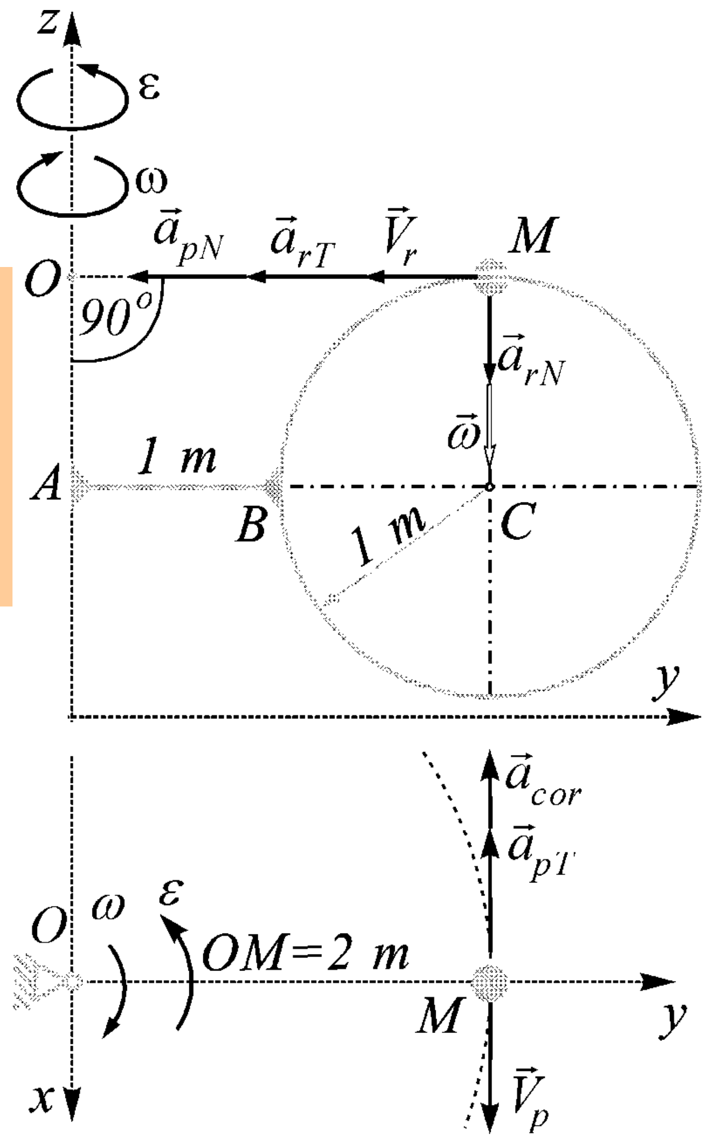
Koriolisovo ubrzanje: $\vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega}\times\vec{V}_r$

$\theta = 90^0 \Rightarrow$ $a_{cor} = 2\cdot\omega\cdot V_r = 2\,\frac{m}{s^2}$

Vektori koji se vektorski množe $\vec{\omega}$ i $\vec{V}_r$ obrazuju ravan *zAy*. Vektor $\vec{a}_{cor}$, pošto mora biti upravan na tu ravan, ima pravac ose *x*. Smer vektora $\vec{a}_{cor}$, određen pravilom desne ruke, suprotan je od smera ose *x*.

Određivanje apsolutne brzine (kraći način):

Pošto su $\vec{V}_p$ i $\vec{V}_r$ međusobno upravne komponente apsolutne brzine, intenzitet apsolutne brzine je $V = \sqrt{V_p^{\ 2} + V_r^{\ 2}} = \sqrt{5}\,\frac{m}{s}.$



Određivanje apsolutnog ubrzanja:

$$\vec{a} = \vec{a}_{pN} + \vec{a}_{pT} + \vec{a}_{rN} + \vec{a}_{rT} + \vec{a}_{cor}$$

$$x: \quad a_x = 0 - a_{pT} + 0 + 0 - a_{cor} = -6$$

$$y: \quad a_y = -a_{pN} + 0 + 0 - a_{rT} + 0 = -4$$

$$z: \quad a_z = 0 + 0 - a_{rN} + 0 + 0 = -1$$

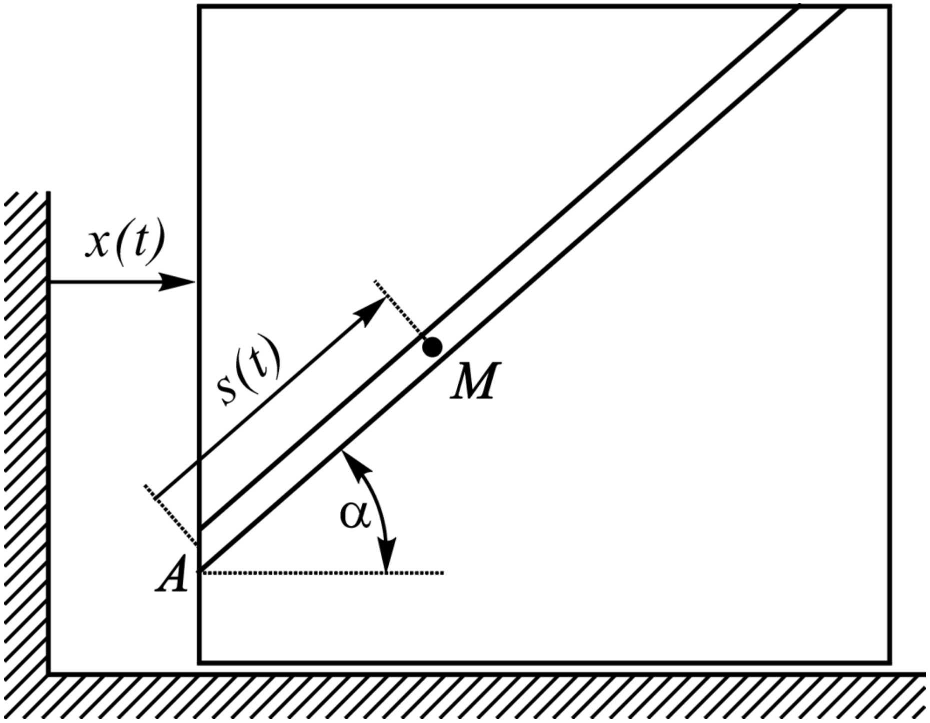
$$\Rightarrow \quad a = \sqrt{a_x^{\ 2} + a_y^{\ 2} + a_z^{\ 2}} = \sqrt{53}\,\frac{m}{s^2}$$

Primer 3.5 Mehanički sistem, prikazan na slici, kreće se u ravni crteža. Translatorno kretanje prenosnog elementa definiše koordinata $x(t)$ a relativno kretanje definiše koordinata $s(t)$. Podaci su:

$x(t) = t^3 - 2t^2 + 2,\ s(t) = t^2 - 3t + 3,$

$\alpha = 60^0, \quad (t[s], x[m], s[m]).$

Za zadate podatke odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje tačke *M* trenutku $\bar{t} = 1\,s.$



U ovom zadatku, u kom je relativno kretanje pravolinijsko, rastojanje $\overline{AM}$ (relativna koordinata) iznosi $\overline{AM} = s(1) = 1\,m,$ mada, ovo rastojanje, kao i vrednost *x* koordinate, neće imati nikakav uticaj na brzine i ubrzanja.

Prvi i drugi izvod koordinate x, koja definiše prenosno translatorno kretanje, u trenutku $\bar{t} = 1\,s$ su: $\dot{x}(t) = 3t^2 - 4t,\ \ddot{x}(t) = 6t - 4$

$\Rightarrow \dot{x}(1) = -1,\ \ddot{x}(1) = 2 \quad \Rightarrow V_p = 1\,\frac{m}{s},\ a_p = 2\,\frac{m}{s^2}$

Smer vektora $\vec{a}_p$ poklapa se sa smorom porastom koordinate *x* zbog $\ddot{x}(1) > 0$, a smer vektora $\vec{V}_p$ je suprotan od smera porasta koordinate *x* zbog $\dot{x}(1) < 0$.

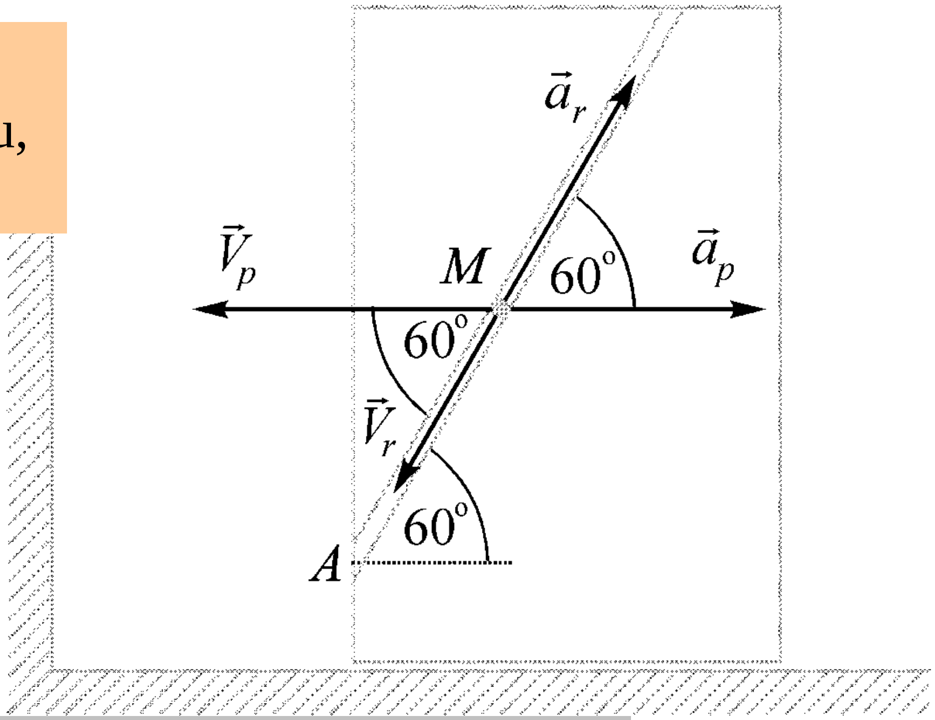
Relativna brzina i relativno ubrzanje:

$$\dot{s}(t) = 2t - 3, \ddot{s}(t) = 2 \quad \Rightarrow \quad \dot{s}(1) = -1, \ddot{s}(1) = 2$$

$$\Rightarrow \quad V_r = 1\frac{m}{s}, \quad a_r = 2\frac{m}{s^2}.$$

Smer vektora $\vec{a}_r$ poklapa se sa smorom porastom koordinate s zbog $\ddot{s}(1) > 0$, a smer vektora $\vec{V}_r$ je suprotan od smera porasta koordinate s zbog $\dot{s}(1) < 0$.

Primetimo da Koriolisovog ubrzanja, pri translatornom prenosnom kretanju, nema, zbog toga što je ω=0.



Određivanje apsolutne brzine:

$$\vec{V} = \vec{V}_p + \vec{V}_r$$

$$x: \quad V_x = -V_p - V_r \cos 60^o = -\frac{3}{2}$$

$$y: \quad V_y = 0 - V_r \sin 60^o = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad V = \sqrt{V_x^{\,2} + V_y^{\,2}} = \sqrt{3}\,\frac{m}{s}$$

Određivanje apsolutnog ubrzanja:

$$\vec{a} = \vec{a}_p + \vec{a}_r \Rightarrow$$

$$x: \quad a_x = a_p + a_r \cos 60^o = 3$$

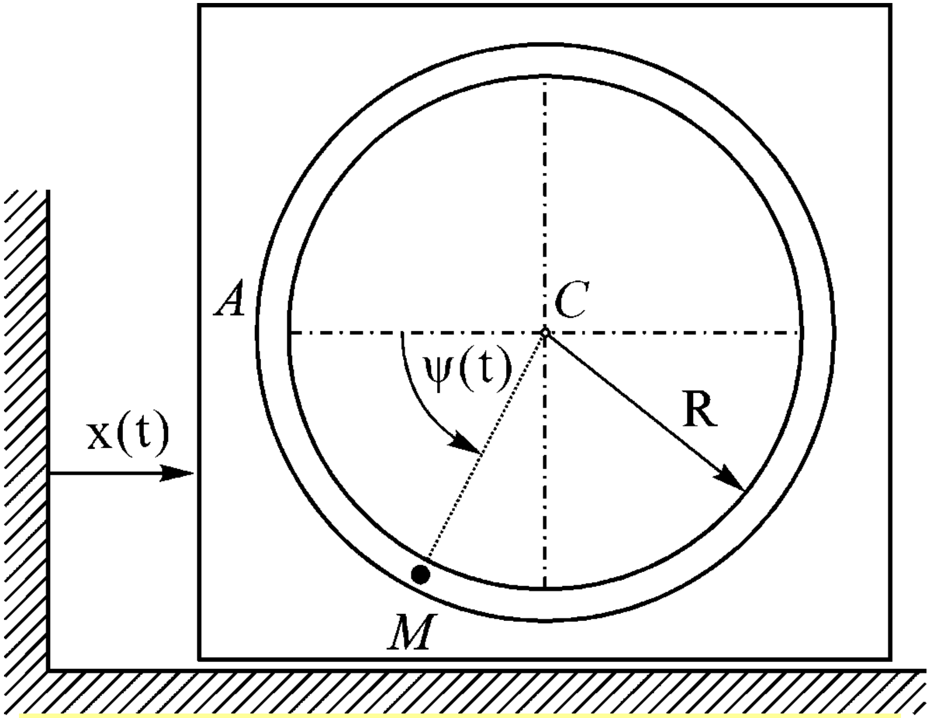
$$y: \quad a_y = 0 + a_r \sin 60^o = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \quad a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2}} = 2\sqrt{3}\,\frac{m}{s^2}$$

Primer 3.6 Mehanički sistem, prikazan na slici, kreće se u ravni crteža. Translatorno kretanje prenosnog elementa definiše koordinata $x(t)$ a relativno kružno kretanje definiše koordinata $\psi(t)$, gde je $R = 1\,m$. Podaci su:

$x(t) = 4t^3 - 7t^2 + 4t,$

$\psi(t) = 3t^2 - 3t + \pi/6, (t[s], x[m], \psi[rad]).$



Za zadate podatke nacrtati položaj sistema u trenutku $\bar{t} = 1\,s$ i u tom trenutku odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje tačke *M* koja vrši složeno kretanje?

Relativna brzina i relativno ubrzanje:

Uvođenjem relativne kružne koordinate $s(t) = R \cdot \psi(t)$ dobija se da je $s(t) = 3t^2 - 3t + \pi/6.$

$$\dot{s}(t) = 6t - 3 \quad \Rightarrow \quad \dot{s}(1) = 3 \quad \Rightarrow \quad V_r = 3\,\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \quad a_{rN} = \frac{V_r^2}{R} = 9\,\frac{m}{s^2}$$

$$\ddot{s}(t) = 6 \quad \Rightarrow \quad \ddot{s}(1) = 6 \quad \Rightarrow \quad a_{rT} = 6\,\frac{m}{s^2}$$

Smerovi vektora $\vec{V}_r$ i $\vec{a}_{rT}$ poklapaju se sa smorom porastom koordinate *s* jer je i $\dot{s}(1) > 0$ i $\ddot{s}(1) > 0.$

Ovde ***Koriolisovo ubrzanje*** ne postoji jer je prenosno kretanje translatorno.

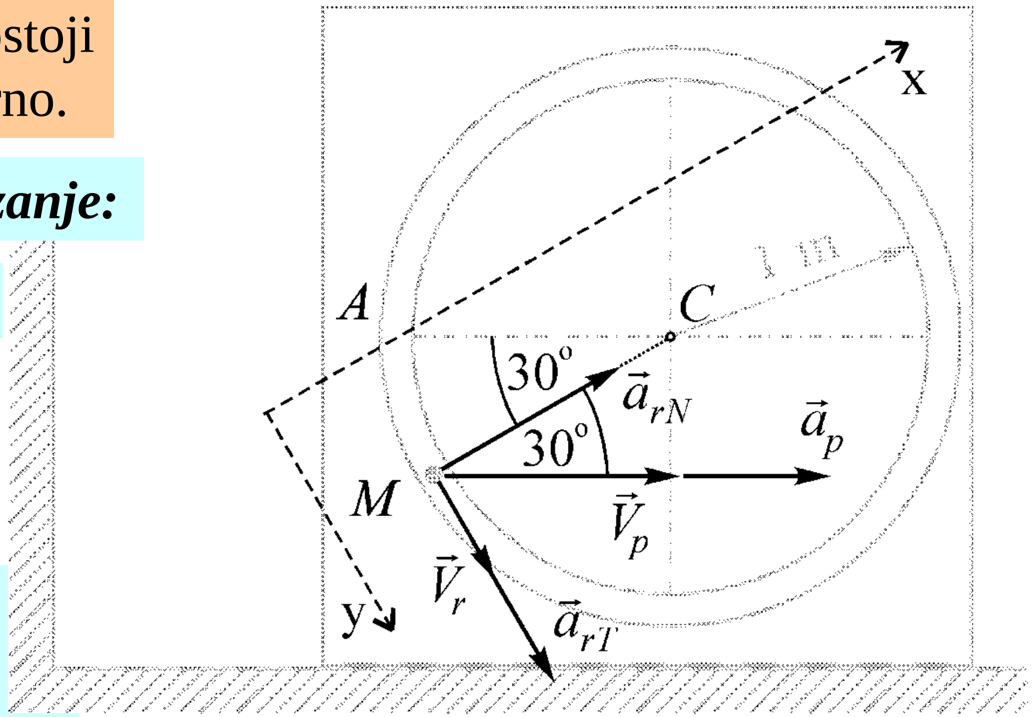
Prenosna brzina i prenosno ubrzanje:

$\dot{x}(t) = 12t^2 - 14t + 4, \ \ddot{x}(t) = 24t - 14$

$\Rightarrow \quad \dot{x}(1) = 2, \quad \ddot{x}(1) = 10$

$\Rightarrow V_p = 2\,\frac{m}{s}, \quad a_p = 10\,\frac{m}{s^2}.$

Smerovi vektora $\vec{V}_p$ i $\vec{a}_p$ poklapaju se sa smorom porasta koordinate x zbog $\dot{x}(1) > 0$ i $\ddot{x}(1) > 0$.



Određivanje apsolutne brzine:

$$\vec{V} = \vec{V}_p + \vec{V}_r$$

$$x: \quad V_x = V_p \cos 30^o + 0 = \sqrt{3}$$

$$y: \quad V_y = V_p \sin 30^o + V_r = 4$$

$$\Rightarrow \quad V = \sqrt{V_x^{\,2} + V_y^{\,2}} = \sqrt{19}\,\frac{m}{s}$$

Određivanje apsolutnog ubrzanja:

$$\vec{a} = \vec{a}_p + \vec{a}_{rN} + \vec{a}_{rT}$$

$$x: \quad a_x = a_p \cos 30^o + a_{rN} + 0 = 5\sqrt{3} + 9$$

$$y: \quad a_y = a_p \sin 30^o + 0 + a_{rT} = 11$$

$$a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2}} = \sqrt{\left(5\sqrt{3}+9\right)^2 + 11^2} \approx 20{,}8\,\frac{m}{s^2}$$

POTVRDA JEDNAKOSTI $\vec{V} = \vec{V}_p + \vec{V}_r$ **I** $\vec{a} = \vec{a}_p + \vec{a}_r + \vec{a}_{cor}$ **ZA SLUČAJ KADA PRENOSNI ELEMENT VRŠI OPŠTE RAVNO KRETANJE**

Relativna brzina i relativno ubrzanje:

$$\overrightarrow{AM} = \vec{\rho} = \xi \vec{e}_1 + \eta \vec{e}_2,$$

$$\vec{V}_r = \dot{\xi}\vec{e}_1 + \dot{\eta}\vec{e}_2, \quad \vec{a}_r = \ddot{\xi}\vec{e}_1 + \ddot{\eta}\vec{e}_2$$

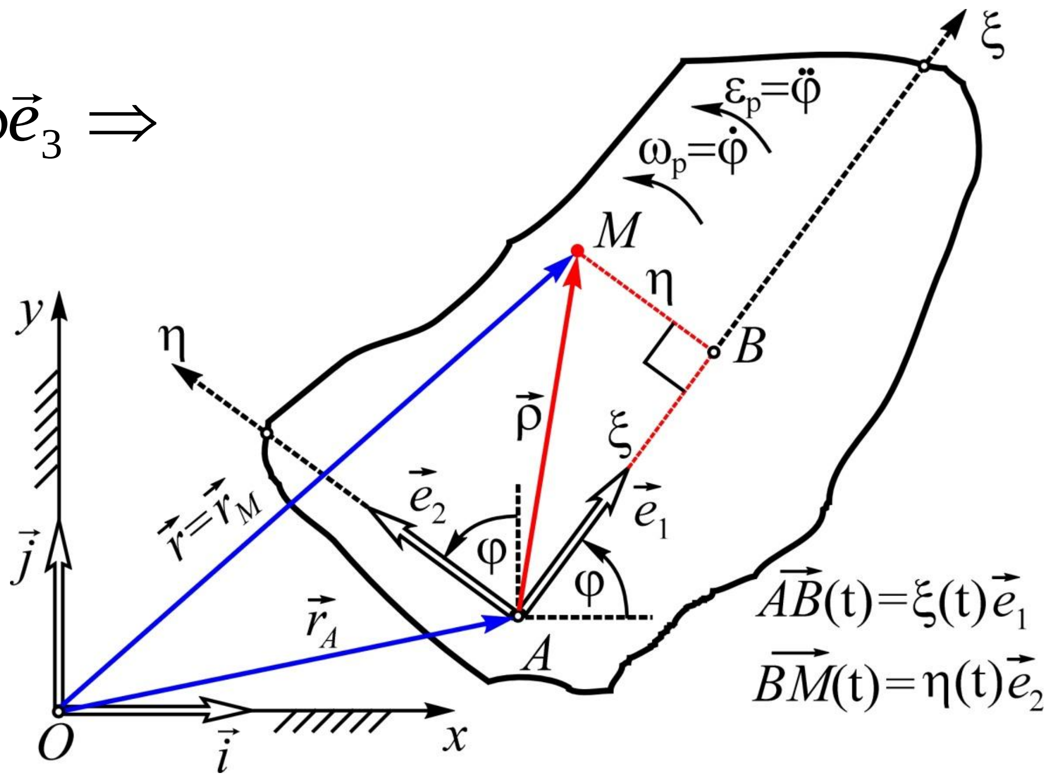
Koriolisovo ubrzanje:

$$\vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega}_p \times \vec{V}_r, \; \vec{\omega}_p = \dot{\varphi}\vec{e}_3 \Rightarrow$$

$$\vec{a}_{cor} = 2\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 0 & 0 & \dot{\varphi} \\ \dot{\xi} & \dot{\eta} & 0 \end{vmatrix} = -2\dot{\varphi}\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 \\ \dot{\xi} & \dot{\eta} \end{vmatrix}$$

$$\vec{a}_{cor} = -2\dot{\varphi}\left(\dot{\eta}\vec{e}_1 - \dot{\xi}\vec{e}_2\right) \Rightarrow$$

$$\vec{a}_{cor} = -2\dot{\varphi}\dot{\eta}\vec{e}_1 + 2\dot{\varphi}\dot{\xi}\vec{e}_2$$



Prenosna brzina i prenosno ubrzanje:

$$\vec{V}_p = \vec{V}_{M'} = \vec{V}_B + \vec{V}_{M'}^B, \quad \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_B^A \quad \Rightarrow \quad \vec{V}_p = \vec{V}_A + \vec{V}_B^A + \vec{V}_{M'}^B$$

$$\vec{V}_B^A = \xi\dot{\varphi}\vec{e}_2, \quad \vec{V}_{M'}^B = -\eta\dot{\varphi}\vec{e}_1 \quad \Rightarrow \boxed{\vec{V}_p = \vec{V}_A + \xi\dot{\varphi}\vec{e}_2 - \eta\dot{\varphi}\vec{e}_1}$$

$$\vec{a}_p = \vec{a}_{M'} = \vec{a}_B + \vec{a}_{M'N}^B + \vec{a}_{M'T}^B, \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BN}^A + \vec{a}_{BT}^A \Rightarrow \vec{a}_p = \vec{a}_A + \vec{a}_{BN}^A + \vec{a}_{BT}^A + \vec{a}_{M'N}^B + \vec{a}_{M'T}^B$$

$$\vec{a}_{BN}^A = -\xi\dot{\varphi}^2\vec{e}_1, \quad \vec{a}_{BT}^A = \xi\ddot{\varphi}\vec{e}_2, \quad \vec{a}_{M'N}^B = -\eta\dot{\varphi}^2\vec{e}_2, \quad \vec{a}_{M'T}^B = -\eta\ddot{\varphi}\vec{e}_1 \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{a}_p = \vec{a}_A - \xi\dot{\varphi}^2\vec{e}_1 + \xi\ddot{\varphi}\vec{e}_2 - \eta\dot{\varphi}^2\vec{e}_2 - \eta\ddot{\varphi}\vec{e}_1}$$

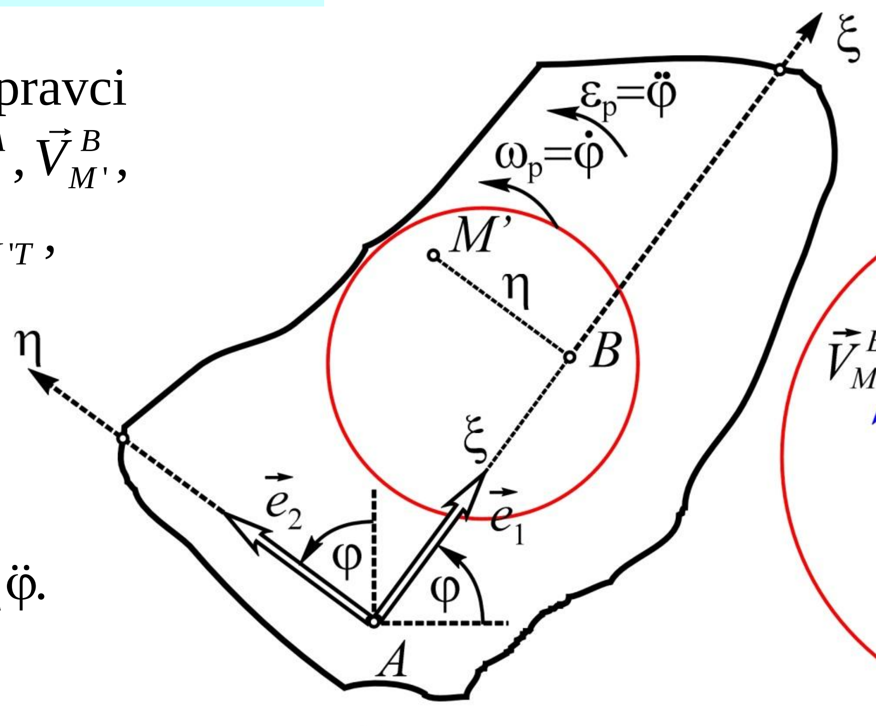
$$\boxed{\begin{aligned}\vec{V}_p &= \vec{V}_{M'} \\ \vec{a}_p &= \vec{a}_{M'}\end{aligned}}$$

Na Sl.2 prikazani su pravci i smerovi vektora $\vec{V}_B^A, \vec{V}_{M'}^B$, $\vec{a}_{BN}^A, \vec{a}_{BT}^A, \vec{a}_{M'N}^B$ i $\vec{a}_{M'T}^B$, čiji intenziteti su:

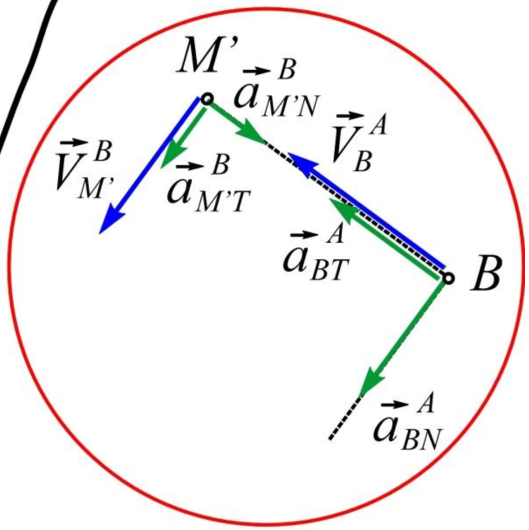
$$V_B^A = \xi\dot{\varphi}, V_{M'}^B = \eta\dot{\varphi},$$

$$a_{BN}^A = \xi\dot{\varphi}^2, a_{BT}^A = \xi\ddot{\varphi},$$

$$a_{M'N}^B = \eta\dot{\varphi}^2, a_{M'T}^B = \eta\ddot{\varphi}.$$



1)



2)

Apsolutna brzina i apsolutno ubrzanje:

$$\vec r = \vec r_M = \vec r_A + \vec\rho, \quad \dot{\vec e}_1 = \dot\varphi \vec e_2, \quad \dot{\vec e}_2 = -\dot\varphi \vec e_1,$$

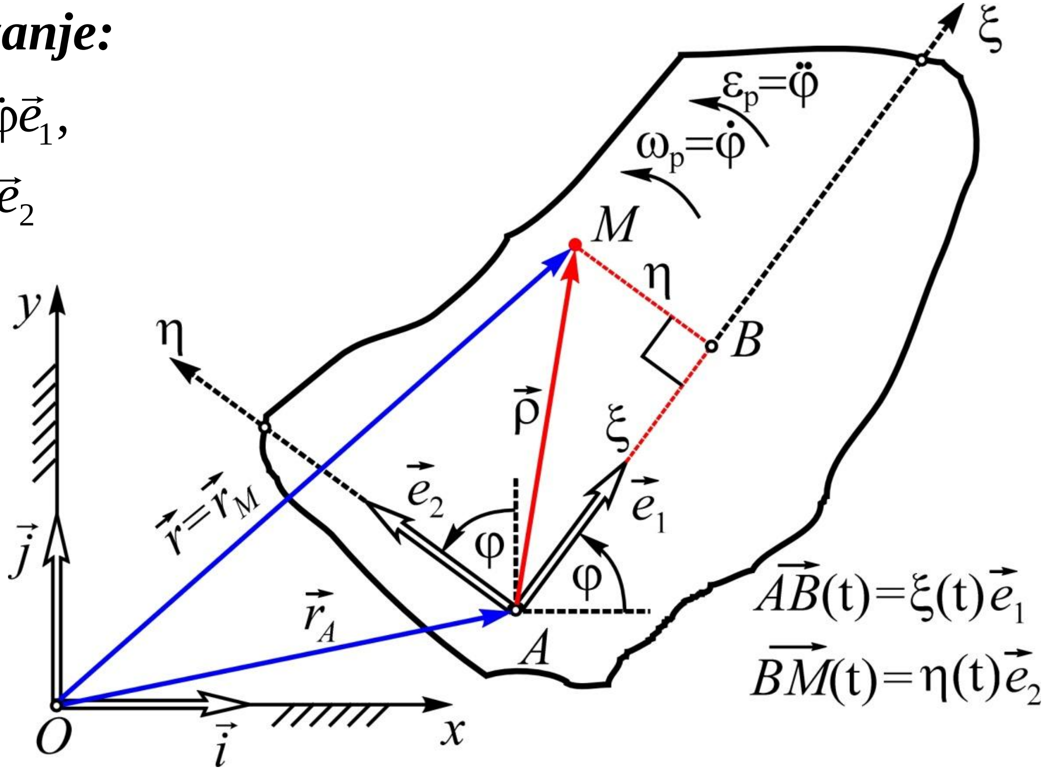
$$\vec\rho = \xi \vec e_1 + \eta \vec e_2 \quad \Rightarrow \quad \vec r = \vec r_A + \xi \vec e_1 + \eta \vec e_2$$

$$\frac{d}{dt}\Big| \vec r = \vec r_A + \xi \vec e_1 + \eta \vec e_2 \quad \Rightarrow$$

$$\vec V = \vec V_A + \xi \dot{\vec e}_1 + \eta \dot{\vec e}_2 + \dot\xi \vec e_1 + \dot\eta \vec e_2 \Rightarrow$$

$$\vec V = \vec V_A + \xi\dot\varphi \vec e_2 - \eta\dot\varphi \vec e_1 + \dot\xi \vec e_1 + \dot\eta \vec e_2$$

$$\Rightarrow \quad \vec V = \vec V_p + \vec V_r$$



$$\frac{d}{dt}\Big| \vec V = \vec V_A + \xi\dot\varphi \vec e_2 - \eta\dot\varphi \vec e_1 + \dot\xi \vec e_1 + \dot\eta \vec e_2$$

$$\Rightarrow \quad \vec a = \vec a_A + \frac{d}{dt}(\xi\dot\varphi)\vec e_2 + \xi\dot\varphi \dot{\vec e}_2 - \frac{d}{dt}(\eta\dot\varphi)\vec e_1 - \eta\dot\varphi \dot{\vec e}_1 + \dot\xi \dot{\vec e}_1 + \dot\eta \dot{\vec e}_2 + \ddot\xi \vec e_1 + \ddot\eta \vec e_2 \quad \Rightarrow$$

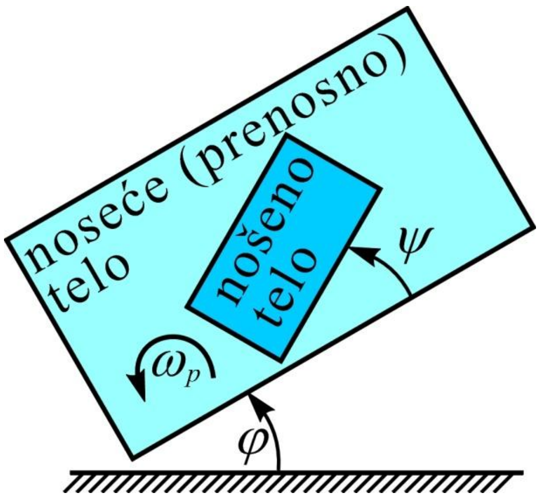
$$\vec a = \vec a_A + \left(\dot\xi\dot\varphi + \xi\ddot\varphi\right)\vec e_2 - \xi\dot\varphi^2 \vec e_1 - \left(\dot\eta\dot\varphi + \eta\ddot\varphi\right)\vec e_1 - \eta\dot\varphi^2 \vec e_2 + \dot\xi\dot\varphi \vec e_2 - \dot\eta\dot\varphi \vec e_1 + \ddot\xi \vec e_1 + \ddot\eta \vec e_2$$

$$\Rightarrow \quad \vec a = \vec a_A + \dot\xi\dot\varphi \vec e_2 + \xi\ddot\varphi \vec e_2 - \xi\dot\varphi^2 \vec e_1 - \dot\eta\dot\varphi \vec e_1 - \eta\ddot\varphi \vec e_1 - \eta\dot\varphi^2 \vec e_2 + \dot\xi\dot\varphi \vec e_2 - \dot\eta\dot\varphi \vec e_1 + \ddot\xi \vec e_1 + \ddot\eta \vec e_2$$

$$\Rightarrow \quad \vec a = \vec a_A - \xi\dot\varphi^2 \vec e_1 + \xi\ddot\varphi \vec e_2 - \eta\dot\varphi^2 \vec e_2 - \eta\ddot\varphi \vec e_1 + \ddot\xi \vec e_1 + \ddot\eta \vec e_2 + \left(-2\dot\varphi\dot\eta \vec e_1 + 2\dot\varphi\dot\xi \vec e_2\right)$$

$$\Rightarrow \quad \vec a = \vec a_p + \vec a_r + \vec a_{cor}$$

24. Slaganje ugaonih brzina pri složenom kretanju krutog tela.



Ovde se ograđujemo na takvo složeno kretanje tela gde je i prenosno i relativno kretanje, u najtežoj varijanti, opšte ravno, kao na slici. Ovde je jedini cilj da se za poznatu ugaonu brzinu prenosnog tela ω_p i poznatu relativnu ugaonu brzinu ω_r (tj. ugaonu brzinu nošenog tela, koje vrši složeno kretanje, u odnosu na prenosno telo) odredi apsolutna ugaona brzina nošenog tela ω (tj. njegovu ugaonu brzinu u odnosu na okolinu koja miruje).

Formula koja povezuje ove ugaone brzine je:

$$\omega = \omega_p \pm \omega_r .$$

Ovde se smer ugaone brzine ω poklapa sa smerom ω_p, dok je predznak ispred ω_r „+“ ako se smerovi od ω_r i ω_p poklapaju, a „-“ ako su suprotni.

Za slučaj sa slike, gde je $\omega_p = \dot{\varphi}$, smera suprotnog od kazaljke na satu, a $\omega_r = \dot{\psi}$, istog smera kao i ω_p, apsolutna ugaona brzina nošenog tela je

$$\omega = \omega_p + \omega_r = \dot{\varphi} + \dot{\psi},$$

takođe smera suprotnog od kazaljke na satu.