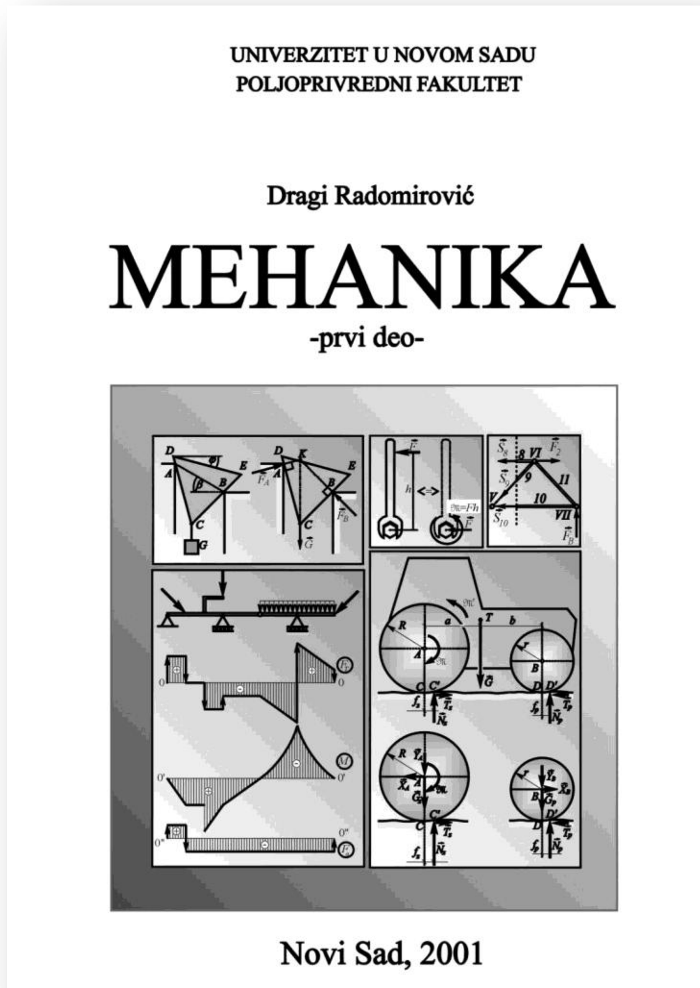
Mehanika
Predavanja 5

D. Radomirović, M. Zuković

Novi Sad, 2022.

Literatura


UNIVERZITET U NOVOM SADU
POLJOPRIVREDNI FAKULTET
Dragi Radomirović
MEHANIKA
-prvi deo-
Novi Sad, 2001

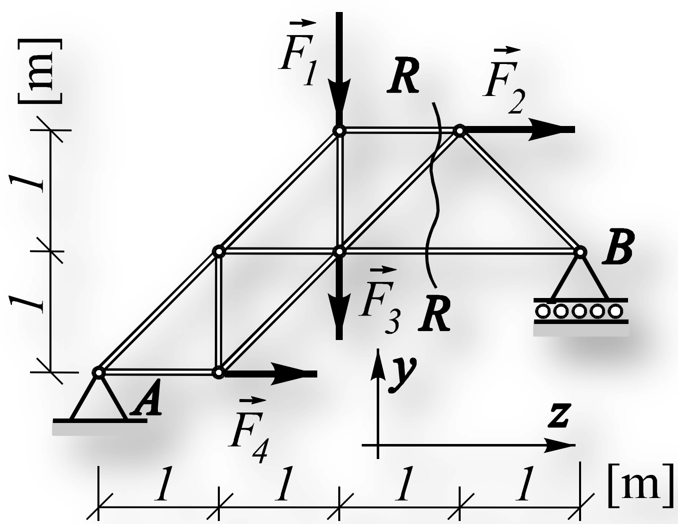
Šta ćemo naučiti?

27. **Ravanska rešetka. Osnovne pretpostavke i osnovni pojmovi.**
28. **Analitičko određivanje sila u štapovima izdvajanjem čvorova.**
29. **Grafičko određivanje sila u štapovima Kremoninim planom sila.**
30. **Riterov postupak.**

27. Ravanska rešetka. Osnovne pretpostavke i osnovni pojmovi.

Ravanska rešetka je ravanski nosač, sačinjen od međusobno povezanih štapova, koji predstavlja krutu celinu. Štapovi su povezani međusobno svojim krajnjim tačkama. U idealizaciji koja je usvojena, štapovi rešetke se smatraju lakim štapovima a njihove međusobne veze su zglobovi. Zglobovi koji povezuju najmanje dva štapa rešetke nazivaju se njenim čvorovima.

Neka je broj štapova rešetke označen sa *S* a broj čvorova sa *n*. Geometrijski gledano rešetka za osnovu ima trougao. Najjednostavnija rešetka ima oblik jednog trougla i sačinjena je od tri štapa (S =3) i tri čvora (n=3).

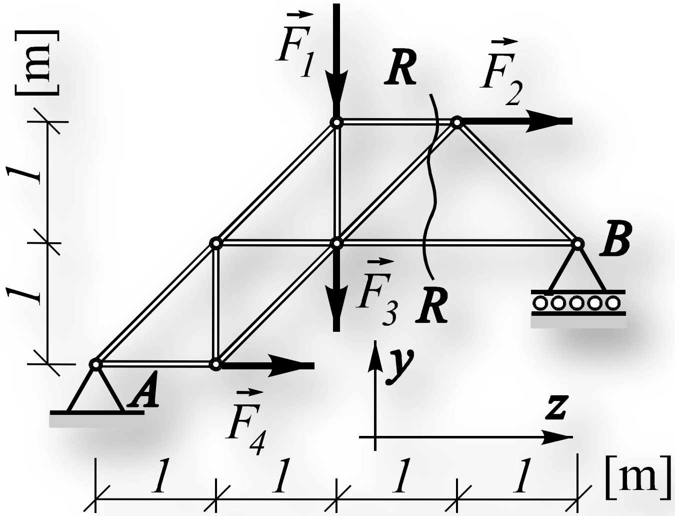


$F_1 = 2$ kN
$F_2 = 1$ kN
$F_3 = 1$ kN
$F_4 = 1$ kN

Veza između broja štapova (*S*) i broja čvorova (*n*):

$$\boxed{S = 2n - 3}$$

Pretpostavlja se da su koncentrisane sile koje dejstvuju na pojedine čvorove jedina spoljašnja opterećenja rešetke.

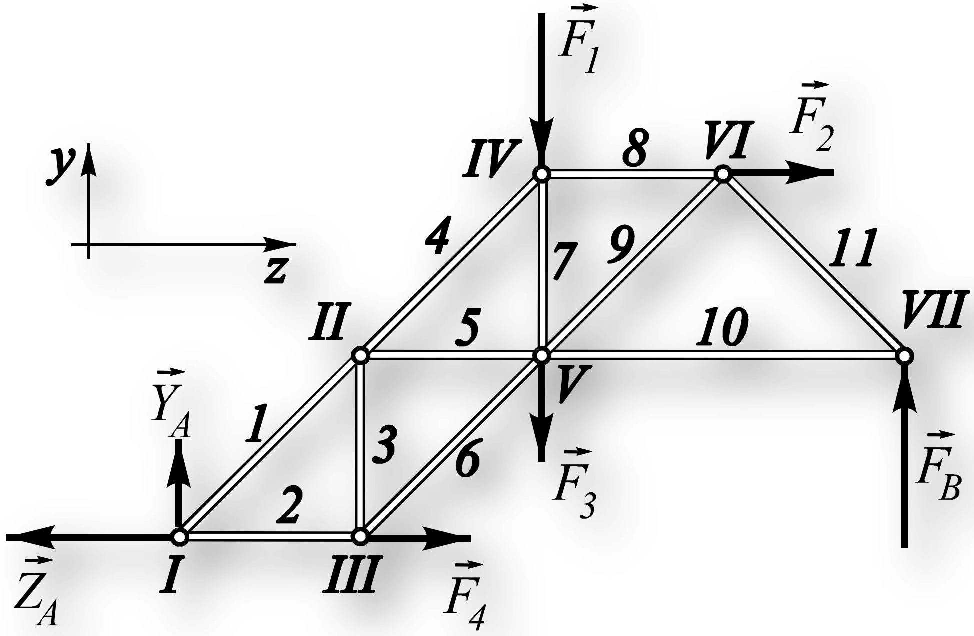


$F_1 = 2$ kN
$F_2 = 1$ kN
$F_3 = 1$ kN
$F_4 = 1$ kN

Osim aktivnih (zadatih) sila, na čvorove dejstvuju i reakcije spoljašnjih veza (otpori oslonaca), s obzirom da je rešetka oslonjena (ili na neki drugi način povezana sa okolinom) preko nekih od njenih čvorova.

Kod nosača se sreću nepokretni i pokretni oslonci.

Dok se u nepokretnom osloncu *A* javljaju reakcije u oba upravna pravca (*y* i *z*) u pokretnom osloncu *B* nema reakcije u horizontalnom pravcu (tački *B* je omogućeno kretanje u tom pravcu bez otpora) već samo u vertikalnom. Rešavanje rešetke podrazumeva određivanje otpora oslonaca i sila u štapovima.



Štapovi su označeni arapskim brojevima a čvorovi rimskim.

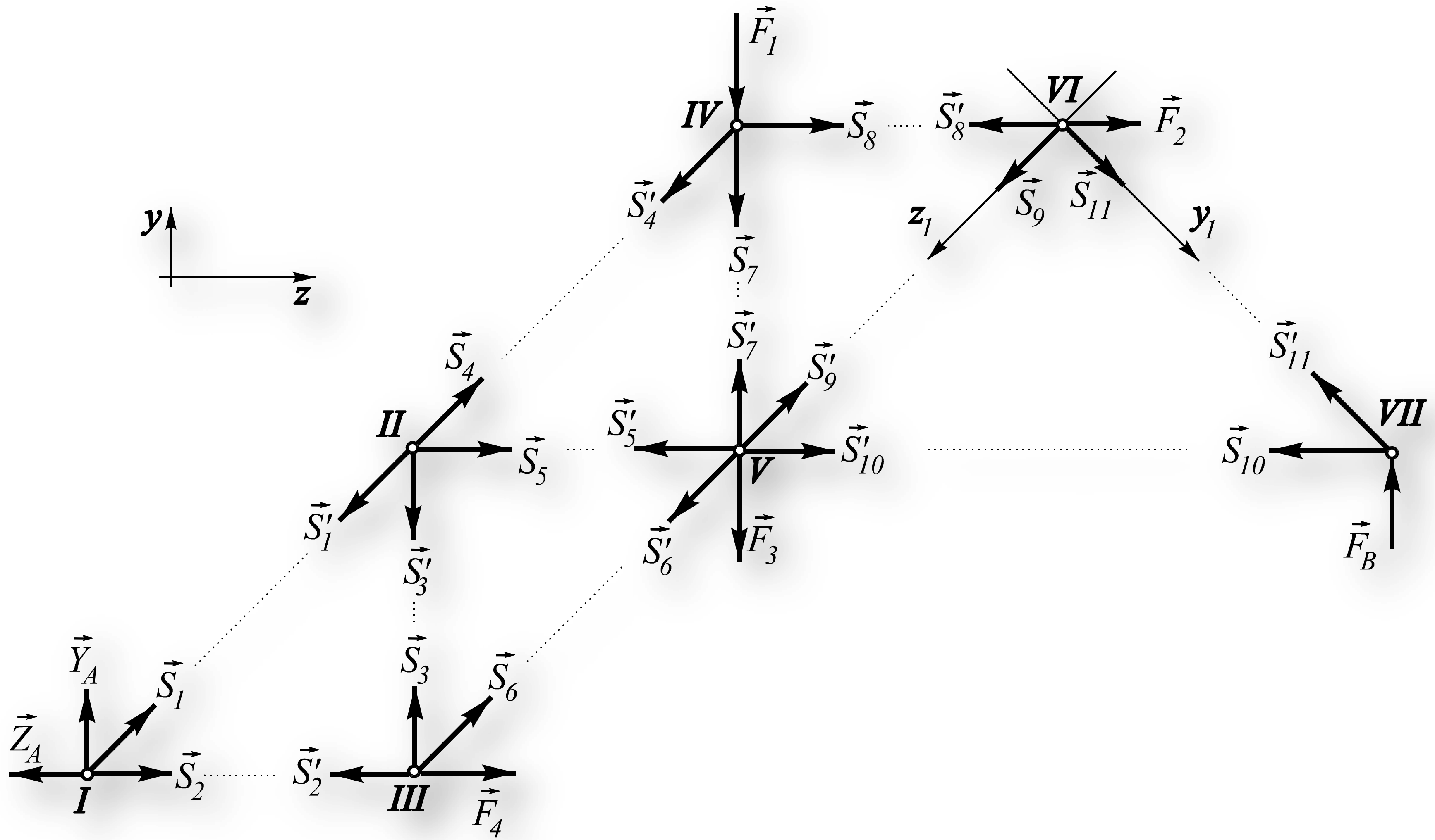
Određivanje otpora oslonaca:

$$\sum M_{I\,i} = -F_1 \cdot 2 - F_2 \cdot 2 - F_3 \cdot 2 + F_B \cdot 4 = 0 \Rightarrow F_B = 2\,\text{kN}$$

$$\sum Y_i = Y_A - F_1 - F_3 + F_B = 0 \quad \Rightarrow \quad Y_A = 1\,\text{kN}$$

$$\sum Z_i = -Z_A + F_2 + F_4 = 0 \quad \Rightarrow \quad Z_A = 2\,\text{kN}$$

28. Analitičko određivanje sila u štapovima izdvajanjem čvorova



Svi čvorovi rešetke i sile koje na njih dejstvuju

Određivanje sila u čvoru I:

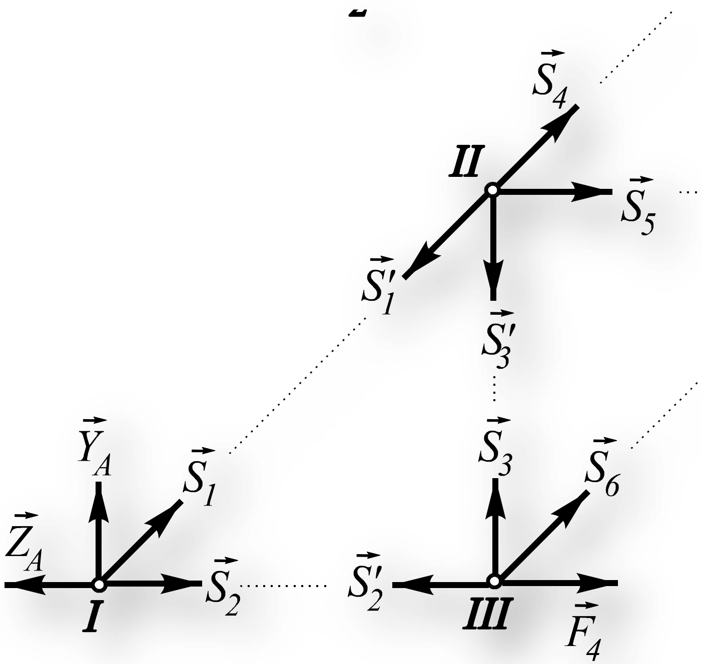
$$\sum Y_i = Y_A + S_1\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \;\Rightarrow\; S_1 = -\sqrt{2}\ \text{kN}$$

$$\sum Z_i = -Z_A + S_1\frac{\sqrt{2}}{2} + S_2 = 0 \;\Rightarrow\; S_2 = 3\ \text{kN}$$

Određivanje sila u čvoru III:

$$\sum Z_i = -S_2 + S_6\frac{\sqrt{2}}{2} + F_4 = 0 \Rightarrow S_6 = 2\sqrt{2}\ \text{kN}$$

$$\sum Y_i = S_3 + S_6\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \;\Rightarrow\; S_3 = -2\ \text{kN}$$



Određivanje sila u čvoru II:

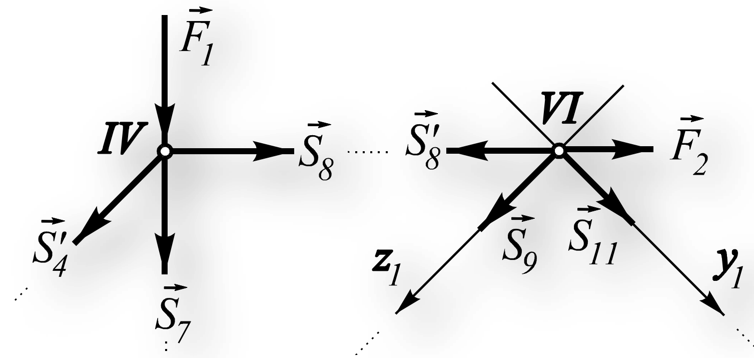
$$\sum Y_i = S_4\frac{\sqrt{2}}{2} - S_1\frac{\sqrt{2}}{2} - S_3 = 0 \quad\Rightarrow\; S_4 = -3\sqrt{2}\ \text{kN}$$

$$\sum Z_i = S_4\frac{\sqrt{2}}{2} - S_1\frac{\sqrt{2}}{2} + S_5 = 0 \Rightarrow S_5 = 2\ \text{kN}$$

Određivanje sila u čvoru IV:

$$\sum Z_i = -S_4 \frac{\sqrt{2}}{2} + S_8 = 0 \;\Rightarrow\; S_8 = -3\ \text{kN}$$

$$\sum Y_i = -F_1 - S_7 - S_4 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \;\Rightarrow\; S_7 = 1\ \text{kN}$$



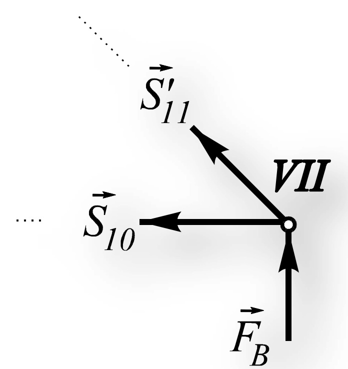
Određivanje sila u čvoru VI:

$$\sum Z_{1i} = S_9 + S_8 \frac{\sqrt{2}}{2} - F_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad \Rightarrow\; S_9 = 2\sqrt{2}\ \text{kN}$$

$$\sum Y_{1i} = S_{11} - S_8 \frac{\sqrt{2}}{2} + F_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad \Rightarrow\; S_{11} = -2\sqrt{2}\ \text{kN}$$

Određivanje preostale sile u čvoru VII :

$$\sum Z_i = -S_{10} - S_{11} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \;\Rightarrow\; S_{10} = 2\ \text{kN}$$



Prva provera (Čvor VII)

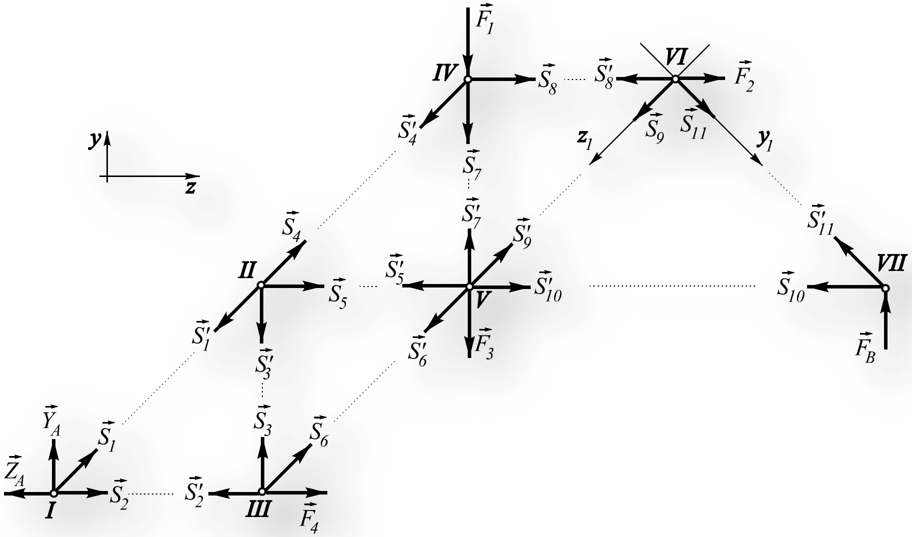
$$\sum Y_{1i} = F_B + S_{11}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2 + \left(-2\sqrt{2}\right)\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 0 = 0$$

Druga provera (čvor V)

$$\sum Z_i = -S_5 - S_6\frac{\sqrt{2}}{2} + S_{10} + S_9\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Leftrightarrow -2 - 2\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} + 2 + 2\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$$

Treća provera (čvor V)

$$\sum Y_i = S_7 + S_9\frac{\sqrt{2}}{2} - F_3 - S_6\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Leftrightarrow 1 + 2\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 - 2\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$$



29. Grafičko određivanje sila u štapovima Kremoninim planom sila

Crtanje Kremoninog plana sila je grafička metoda određivanja sila u svim štapovima koja je takođe bazirana na zadovoljavanju uslova ravnoteže svakog čvora posebno. Setimo se da je grafički uslov ravnoteže sučeljnog sistema sila “zatvoren poligon sila”. Isto tako, jedan od uslova ravnoteže rešetke kao celine je “zatvoren poligon spoljašnjih sila”

Da bi se u potpunosti nacrtao Kremonin plan sila moraju se poštovati sledeća pravila:

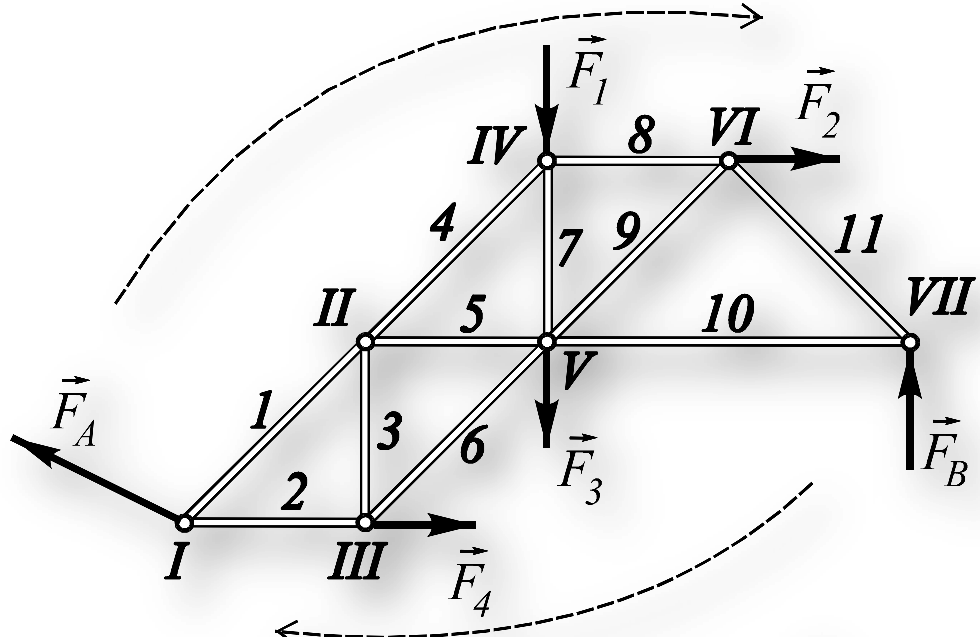
-Prvo se odrede otpori oslonaca (to je ovde već učinjeno).

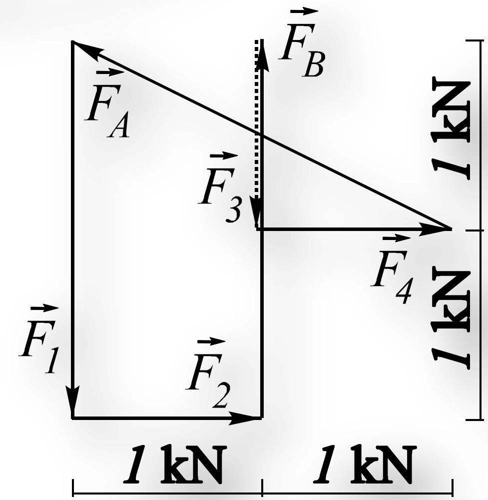
-Sve spoljašnje sile koje dejstvuju na rešetku kao celinu crtaju se van konture rešetke

-Nacrta se u razmeri zatvoren poligon spoljašnjih sila, ali tako što se one nadovezuju redosledom, kakvim se na njih nailazi pri obilasku oko rešetke u smeru kazaljke na satu. Tako dobijen zatvoren poligon spoljašnjih sila predstavlja osnovu (kostur) Kremoninog plana sila.

-Zatim se grafički rešava jedan po jedan čvor (crta se zatvoreni poligon sila za svaki čvor). Mogu se rešavati samo oni čvorovi koji u datom trenutku nemaju više od dve nepoznate.

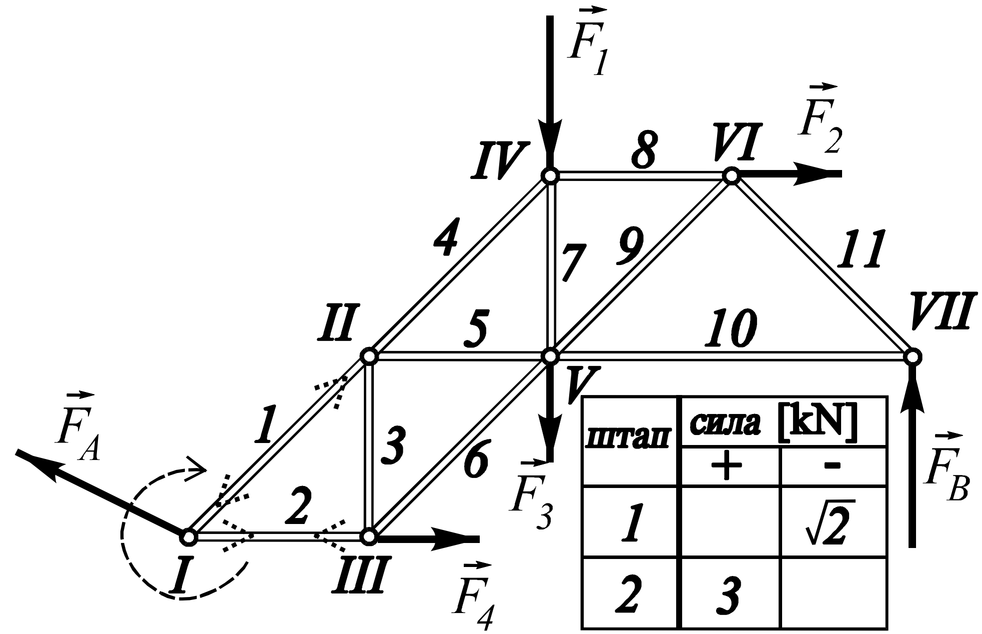
Pri rešavanju nekog čvora (crtanju zatvorenog poligona za taj čvor) moraju se sile koje na njega dejstvuju nadovezivati takvim redosledom, kakvim se na njih nailazi pri obilasku oko tog čvora u smeru kazaljke na satu.



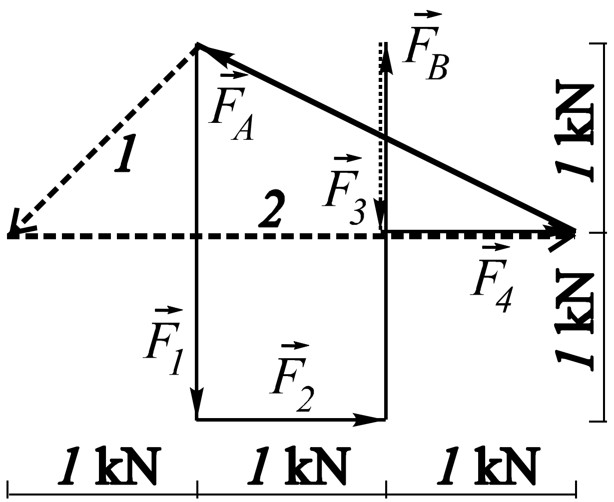


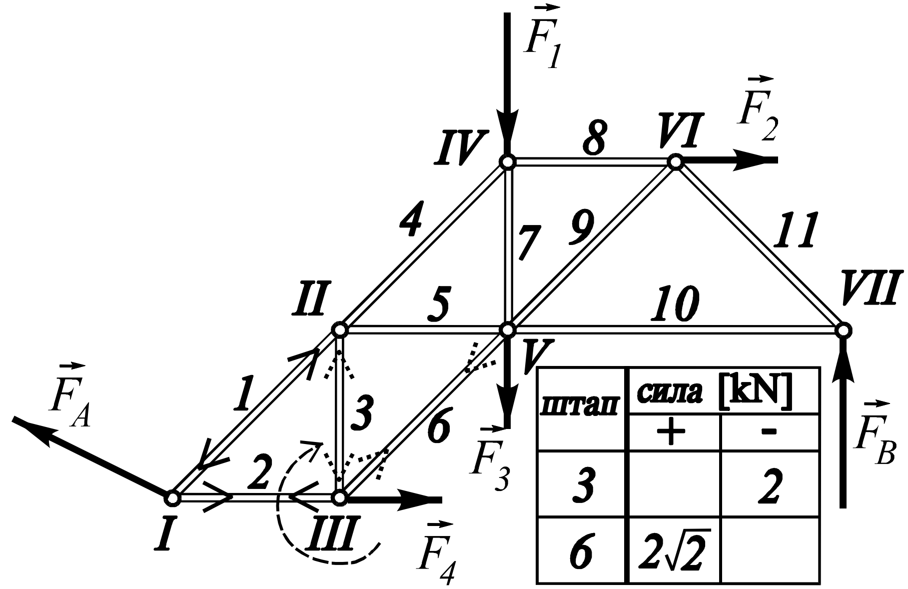
Osnova (kostur) za crtanje Kremoninog plana sila

Rešavanje čvora I:



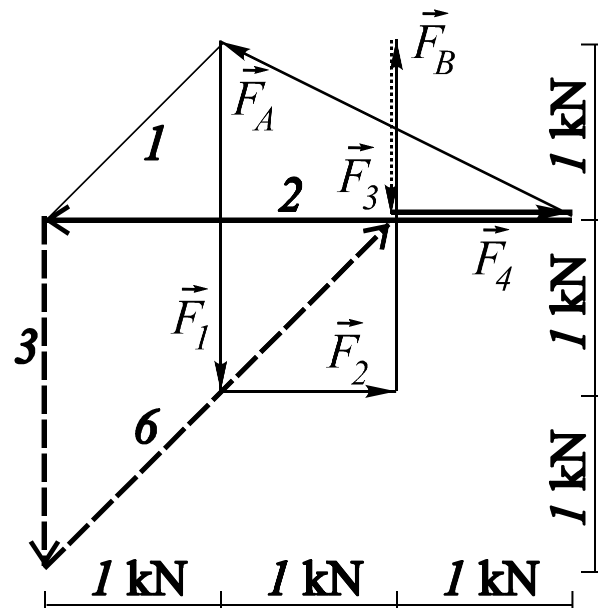
штап	сила [kN]	
	+	-
1		$\sqrt{2}$
2	3	

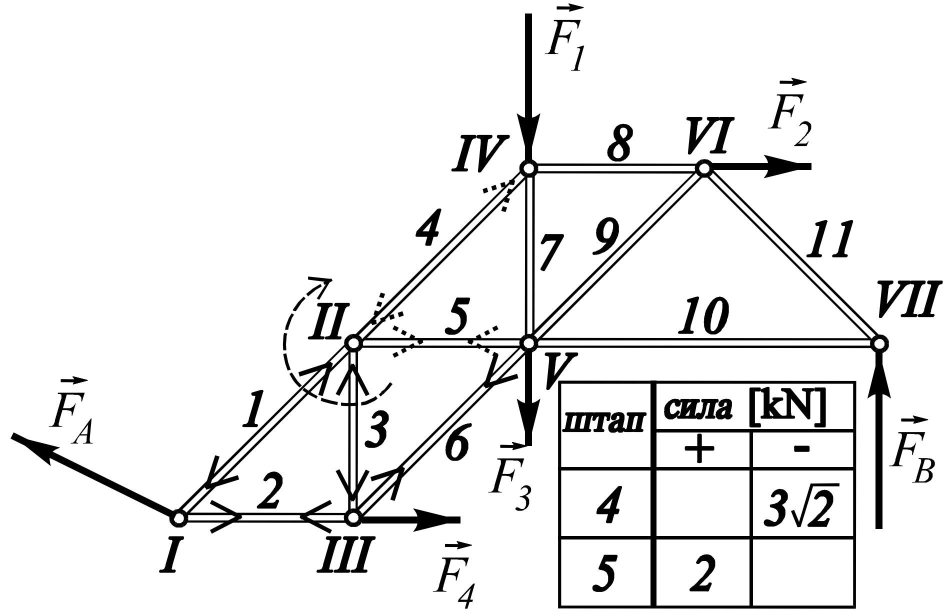




штап	сила [kN]	
	+	-
3		2
6	$2\sqrt{2}$	

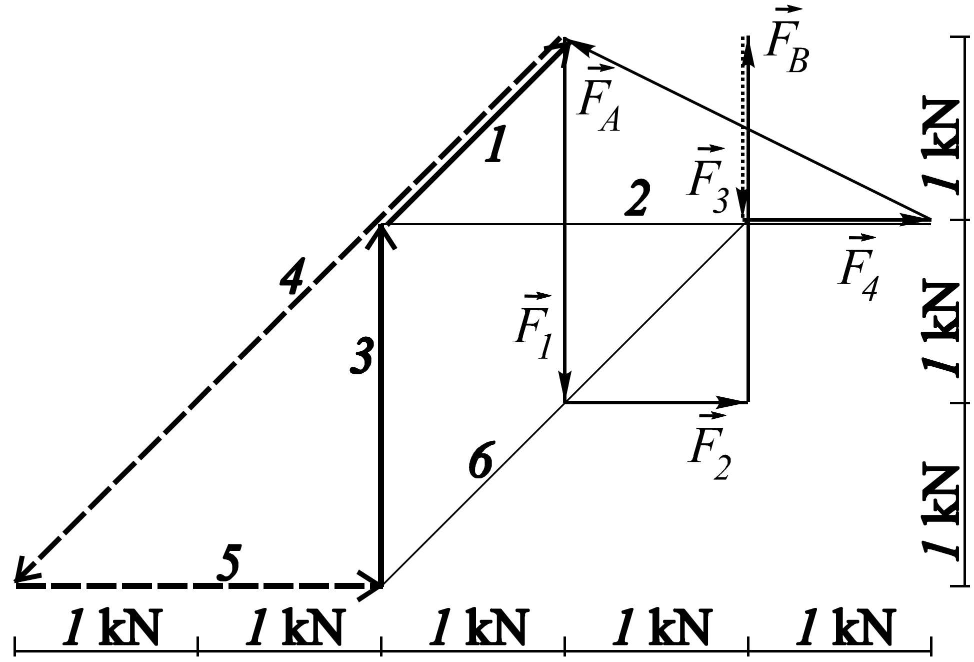
Rešavanje čvora III:

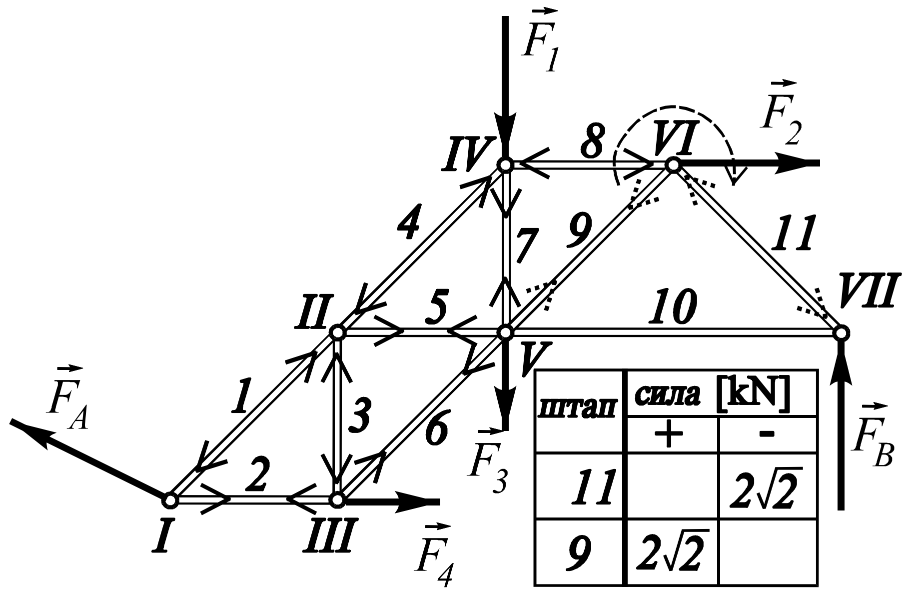




штап	сила [kN]	
	+	-
4		$3\sqrt{2}$
5	2	

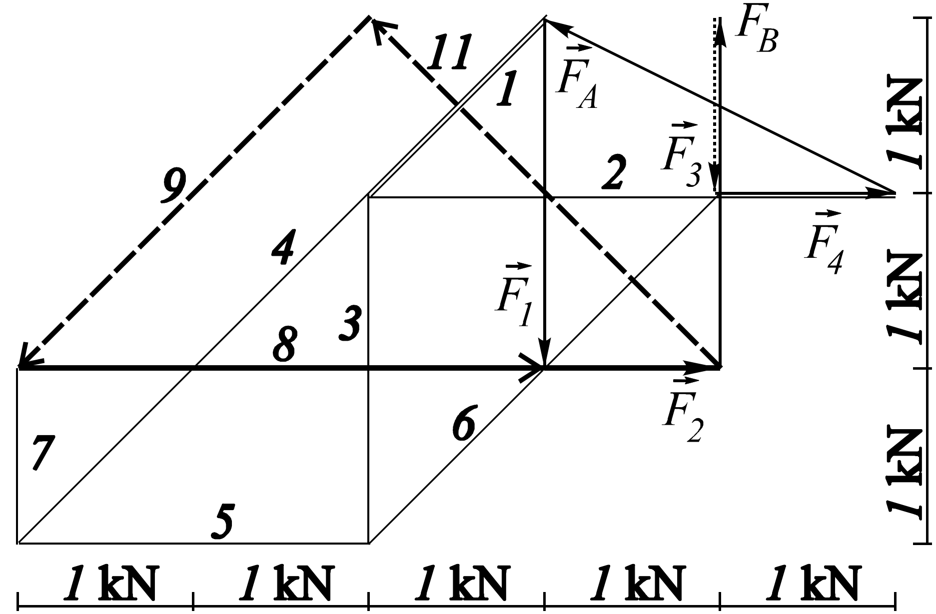
Rešavanje čvora II:



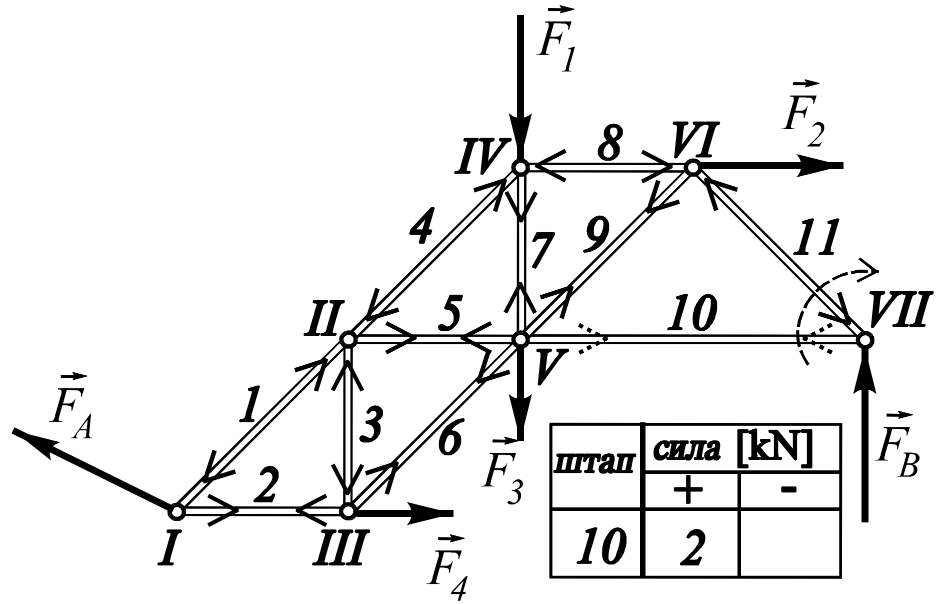


штап	сила [kN]	
	+	-
11		$2\sqrt{2}$
9	$2\sqrt{2}$	

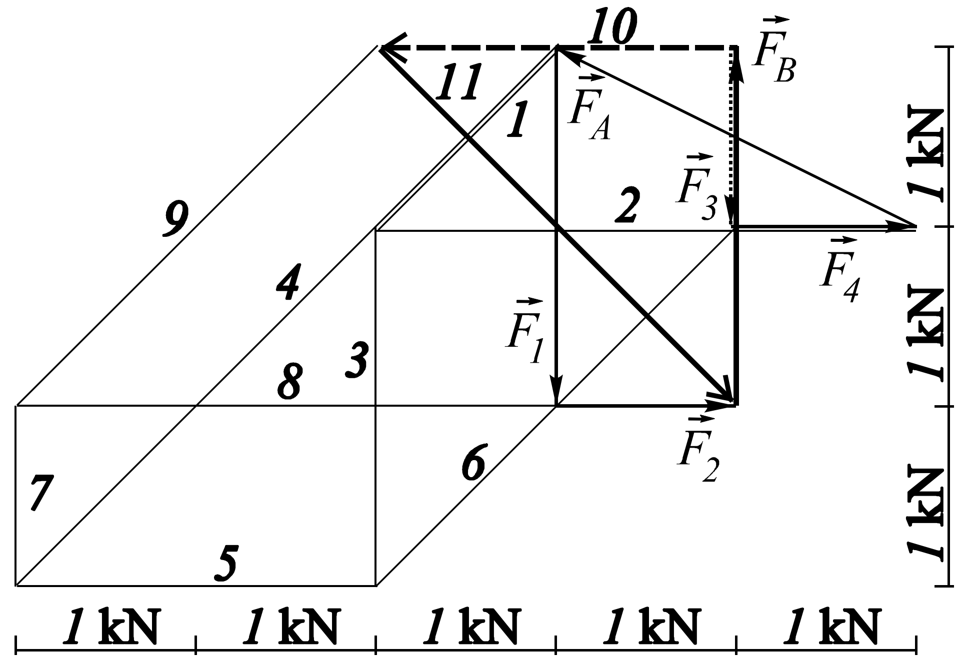
Rešavanje čvora VI:

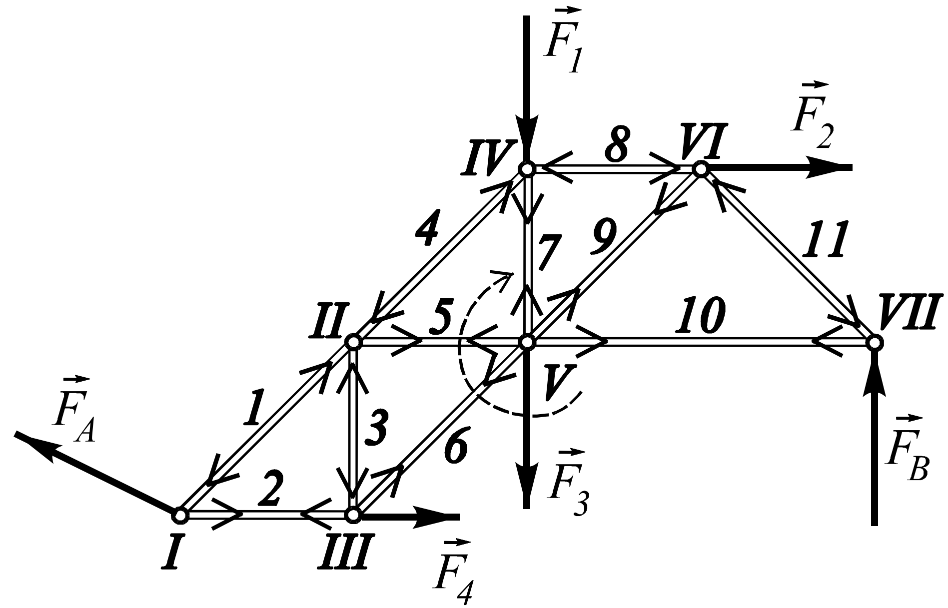


Rešavanje čvora VII:

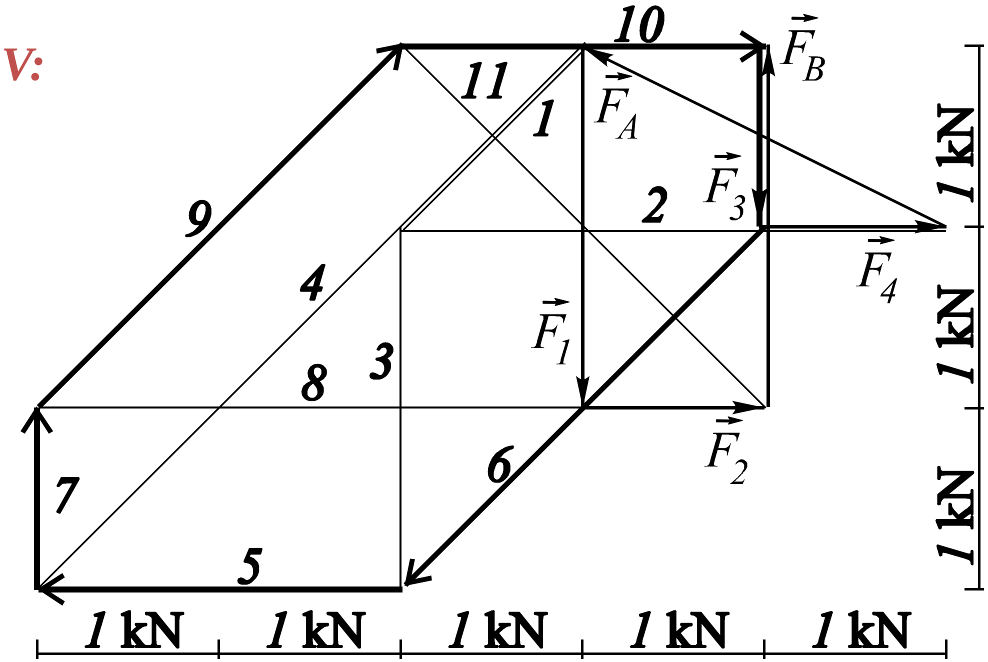


штап	сила [kN]	
	+	-
10	2	



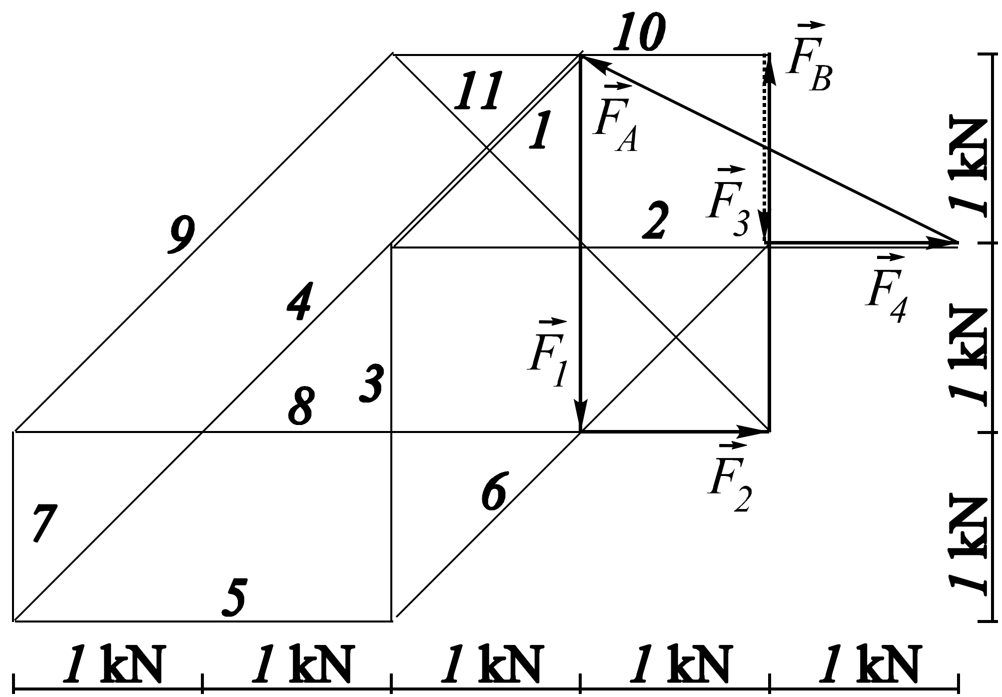


Provera poligona sila za čvor V:



штап		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
сила [kN]	+		3			2	$2\sqrt{2}$	1		$2\sqrt{2}$	2	
	-	$\sqrt{2}$		2	$3\sqrt{2}$				3			$2\sqrt{2}$

Konačni oblik Kremoninog plana sila kao i tabelarni prikaz sila u štapovima



30. Riterov postupak

Riterov postupak je analitički metod za određivanje sila u onim štapovima preko kojih se zamišlja da je rešetka presečena na dva dela (levi i desni, donji i gornji itd.). Ovaj metod, kojim se određuju sile u presečenim štapovima, zasnovan je na pisanju analitičkih uslova ravnoteže za jedan (teorijski, ma koji) od tih delova rešetke. Rešetka se seče preko ona tri štapa za koje se želi da se odrede sile. Ne sme rešetka da bude presečena preko više od tri štapa jer bi takav problem bio statički neodređen pošto bi bilo više nepoznatih od nezavisnih uslova ravnoteže.

Primer 7.1

Sl.2

$$\sum M_{VI\,i} = -S_{10}\cdot 1 + F_B \cdot 1 = 0$$

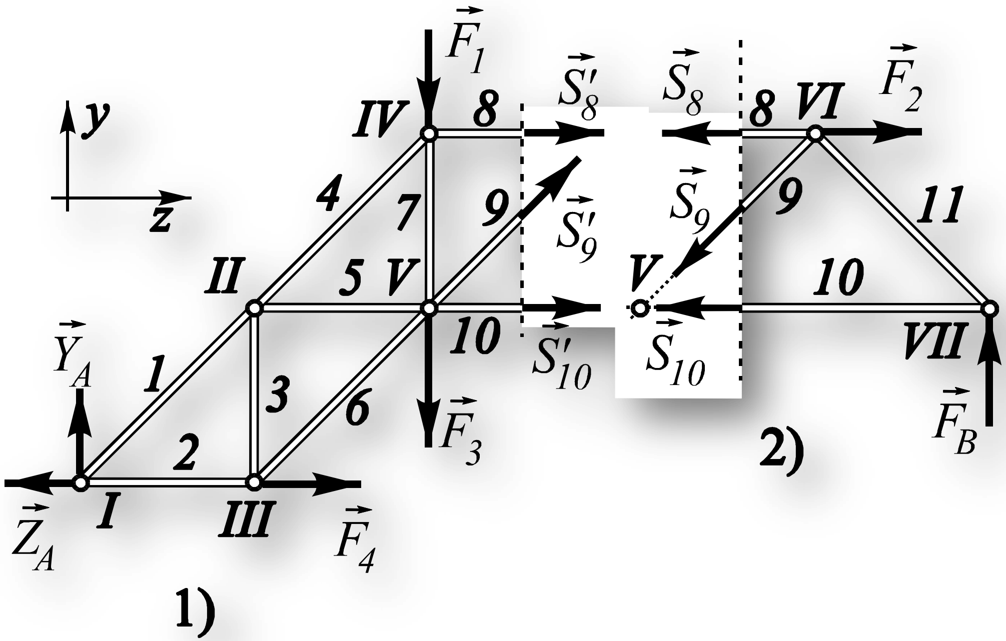
$$\Rightarrow S_{10} = 2 \text{ kN}$$

$$\sum M_{V\,i} = S_8 \cdot 1 - F_2 \cdot 1 + F_B \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow S_8 = -3 \text{ kN}$$

$$\sum Y_i = -S_9 \frac{\sqrt{2}}{2} + F_B = 0$$

$$\Rightarrow S_9 = 2\sqrt{2} \text{ kN}$$



Šta smo naučili?

27. **Ravanska rešetka. Osnovne pretpostavke i osnovni pojmovi.**
28. **Analitičko određivanje sila u štapovima izdvajanjem čvorova.**
29. **Grafičko određivanje sila u štapovima Kremoninim planom sila.**
30. **Riterov postupak.**

Mehanika
Predavanja 5

D. Radomirović, M. Zuković

Novi Sad, 2022.