

Mehanika

Predavanja 4

D. Radomirović, M. Zuković
Novi Sad, 2022.

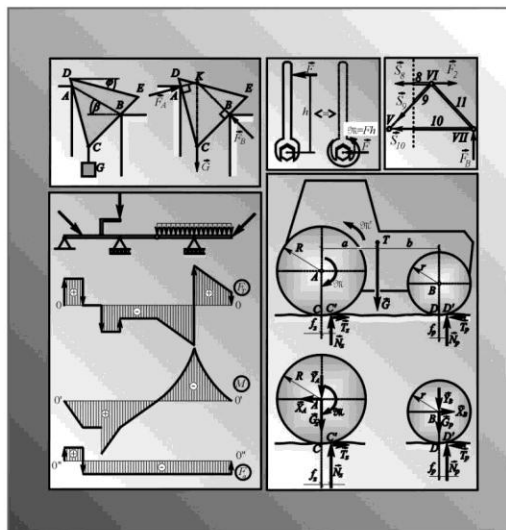
Literatura

UNIVERZITET U NOVOM SADU
POLJOPRIVREDNI FAKULTET

Dragi Radomirović

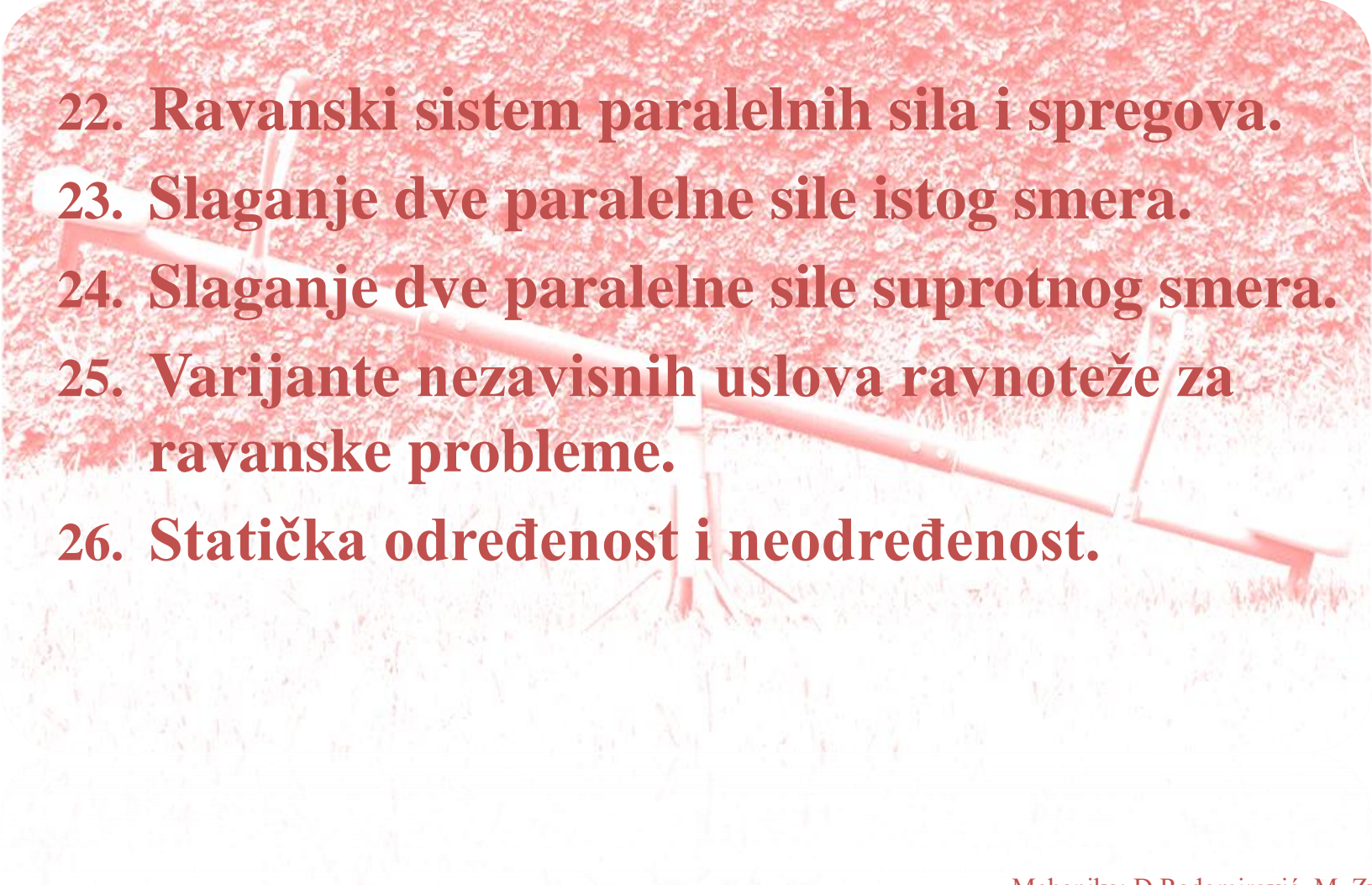
MEHANIKA

-prvi deo-

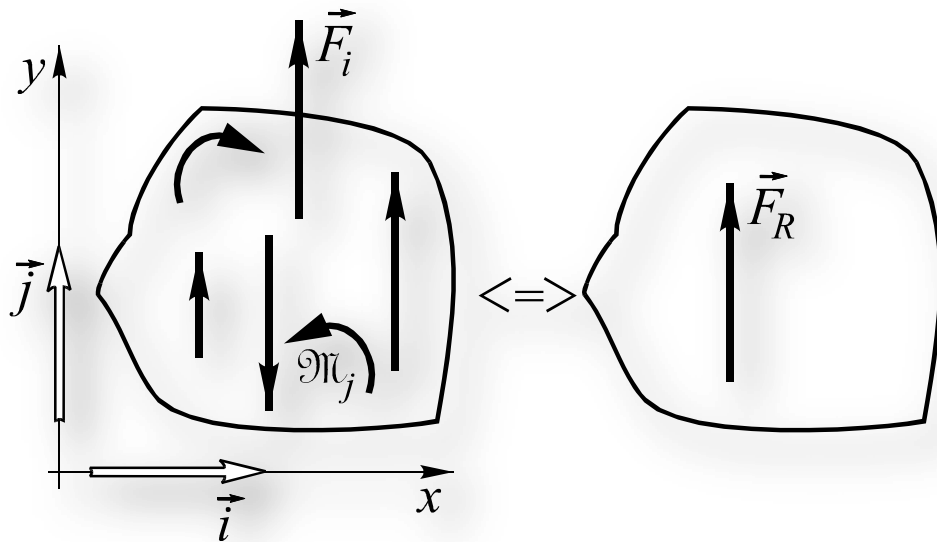


Novi Sad, 2001

Šta ćemo naučiti?

- 
22. Ravanski sistem paralelnih sila i spregova.
 23. Slaganje dve paralelne sile istog smera.
 24. Slaganje dve paralelne sile suprotnog smera.
 25. Varijante nezavisnih uslova ravnoteže za ravanske probleme.
 26. Statička određenost i neodređenost.

22. Ravanski sistem paralelnih sila i spregova



Jedna koordinatna osa (na primer y) je paralelna silama dok je osa x upravna na njih.

$$\vec{F}_i = Y_i \vec{j} \quad \vec{F}_R = Y_R \vec{j}$$

$$Y_R = \sum Y_i$$

Za analitičko nalaženje napadne linije rezultante pogodna je Varinjonova teorema.

Nezavisnih uslova ravnoteže ravanskog sistema paralelnih sila i spregova ima dva i to:

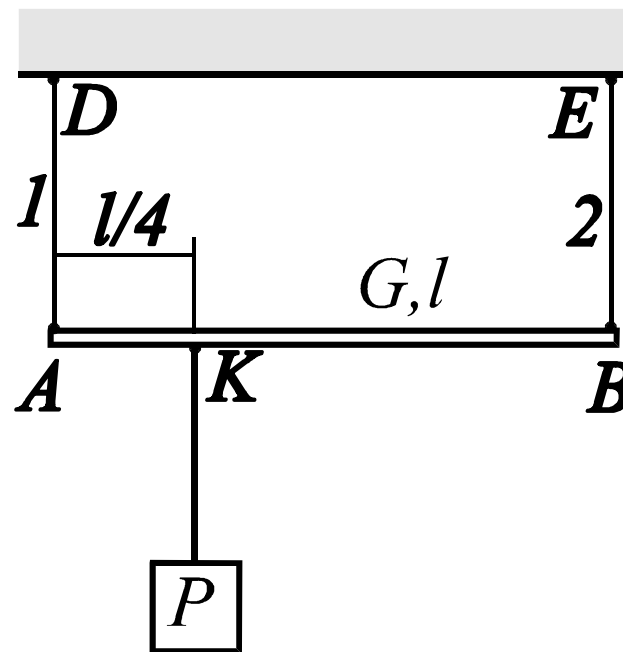
$$\sum Y_i = 0, \quad \sum M_{Ai} = 0,$$

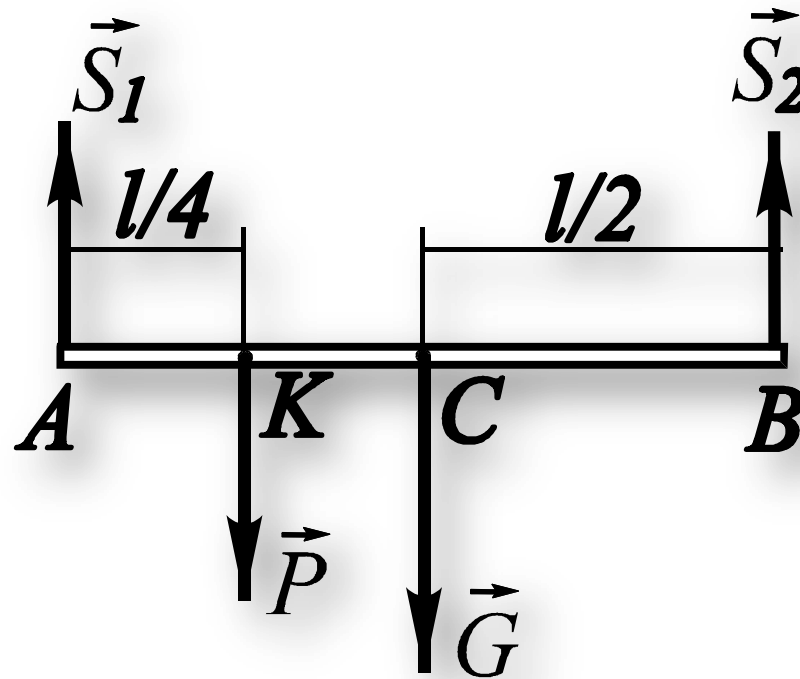
s obzirom da je ona treća $\sum X_i = 0$ identički zadovoljena.

Primer 6.12

Poznate veličine: G , P i l

Odrediti sile u užadima AD i BE ?





$$\sum M_{Ai} = -P \cdot \frac{l}{4} - G \cdot \frac{l}{2} + S_2 \cdot l = 0$$

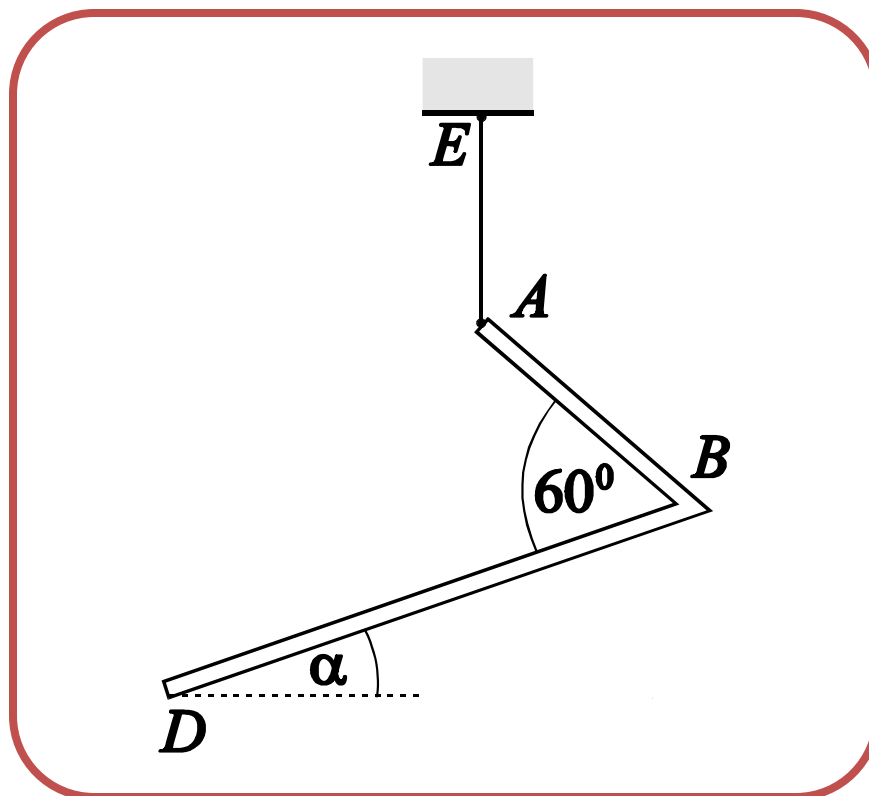
$$\Rightarrow S_2 = \frac{G}{2} + \frac{P}{4}$$

$$\sum Y_i = -P - G + S_1 + S_2 = 0$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{G}{2} + \frac{3}{4}P$$

Primer 6.13

Štap BD je dva puta duži i dva puta teži od štapa AB . Odrediti koliki ugao α u ravnotežnom položaju gradi štap BD sa horizontalom?

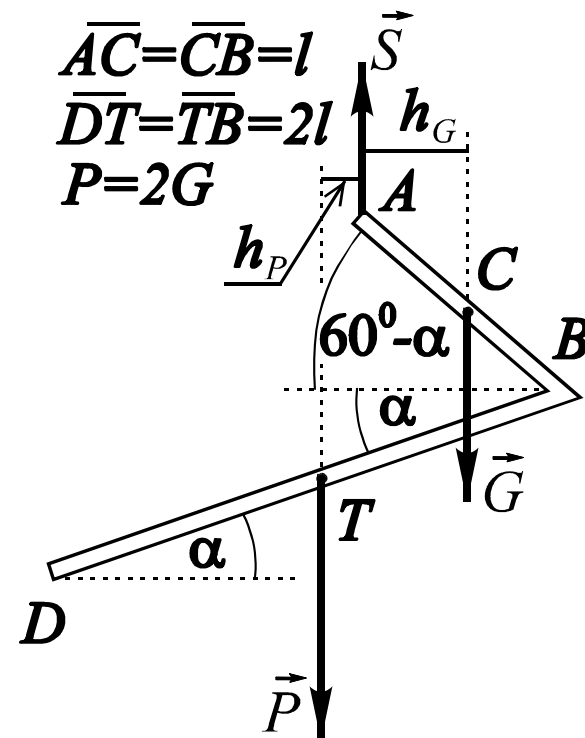


Uvedimo da je G težina a $2l$ dužina štapa AB . Shodno tome, težina dužeg štapa BD je $P=2G$ a dužina mu je $4l$.

$$\sum M_{Ai} = P \cdot h_P - G \cdot h_G = 0$$

$$h_G = l \cos(60^\circ - \alpha)$$

$$h_P = 2l \cos \alpha - 2l \cos(60^\circ - \alpha)$$



$$2G [2l \cos \alpha - 2l \cos(60^\circ - \alpha)] = Gl \cos(60^\circ - \alpha)$$

$$\Rightarrow 4 \cos \alpha = 5 \cos(60^\circ - \alpha) \quad \Rightarrow 4 \cos \alpha = 5 \left(\frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha \right)$$

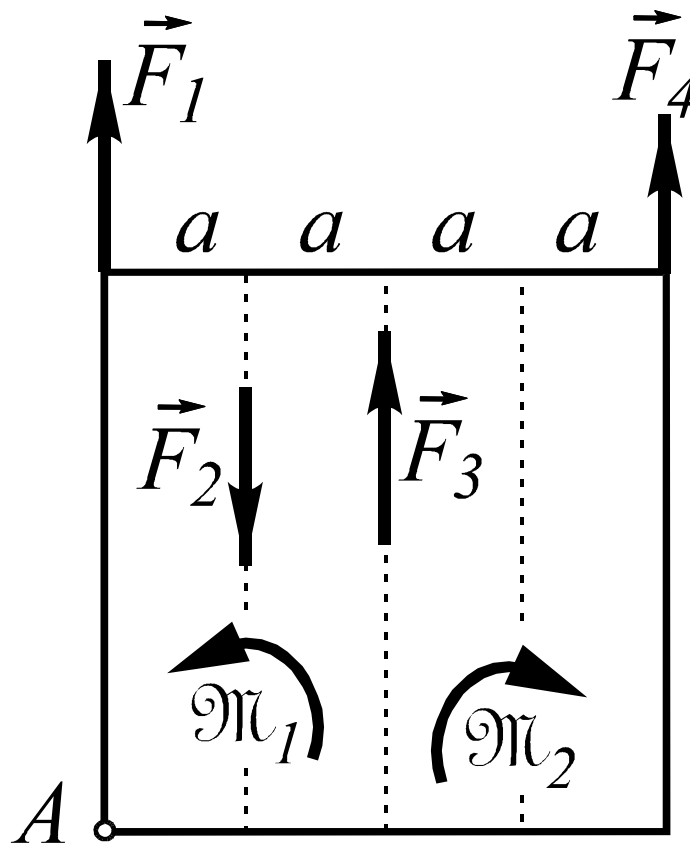
$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5} \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{\sqrt{3}}{5} \approx 19^\circ 6' 24''$$

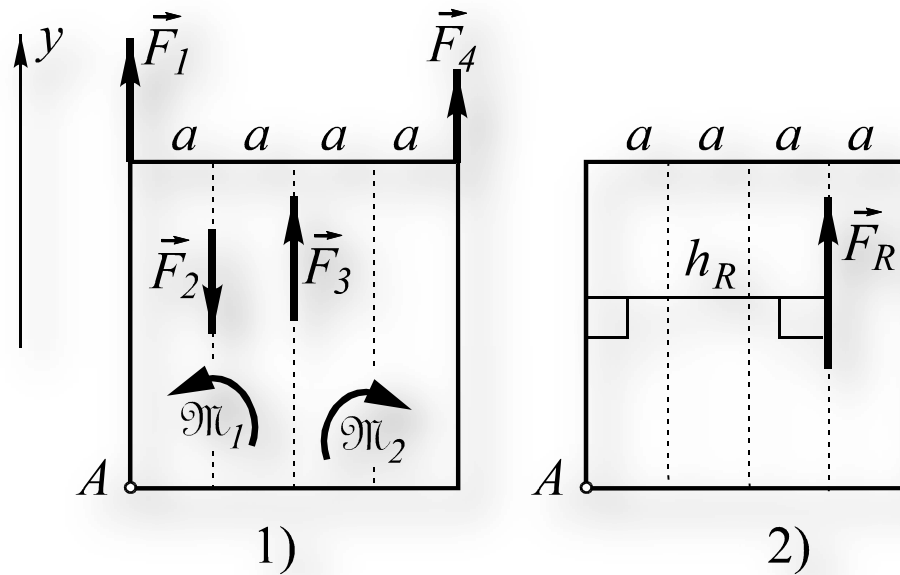
Primer 6.14

U zavisnosti od poznatih veličina F i a odrediti rezultantu i njeno mesto za zadat sistem paralelnih sila i spregova koji dejstvuje na laku ploču?

Podaci su: $F_1 = F_2 = 1F$,

$F_3 = F_4 = 2F$, $\mathfrak{M}_1 = 2Fa$, $\mathfrak{M}_2 = 1Fa$.





$$Y_R = \sum Y_i = F_1 - F_2 + F_3 + F_4 = 4F \quad \Rightarrow F_R = 4F \quad \Rightarrow \vec{F}_R = 4F \vec{j}$$

Za nalaženje mesta rezultante (rastojanja h_R) koristimo Varinjonovu teoremu za tačku A:

$$M_A^{\vec{F}_R} = \sum M_{Ai}$$

Ona daje jednačinu:

$$F_R \cdot h_R = -F_2 \cdot a + F_3 \cdot 2a + F_4 \cdot 4a + \mathfrak{M}_1 - \mathfrak{M}_2 \quad \Rightarrow \quad h_R = 3a$$

23. Slaganje dve paralelne sile istog smera

$$F_R = F_1 + F_2$$

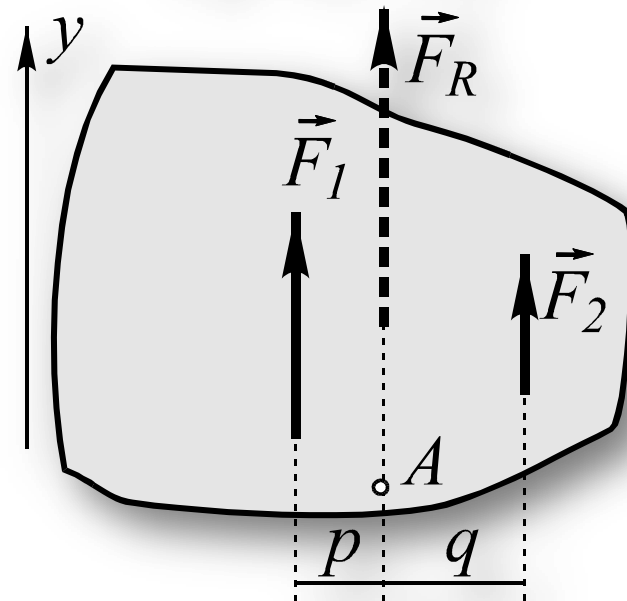
$$M_A^{\vec{F}_R} = M_A^{\vec{F}_1} + M_A^{\vec{F}_2}$$

$$\Rightarrow 0 = -F_1 \cdot p + F_2 \cdot q$$

$$\Rightarrow \frac{p}{q} = \frac{F_2}{F_1}$$

Neka je $F_1 > F_2$

$$F_R = F_1 + F_2$$



Napadna linija rezultante bliža napadnoj liniji sile većeg intenziteta

24. Slaganje dve paralelne sile suprotnog smera

$$F_R = F_1 - F_2$$

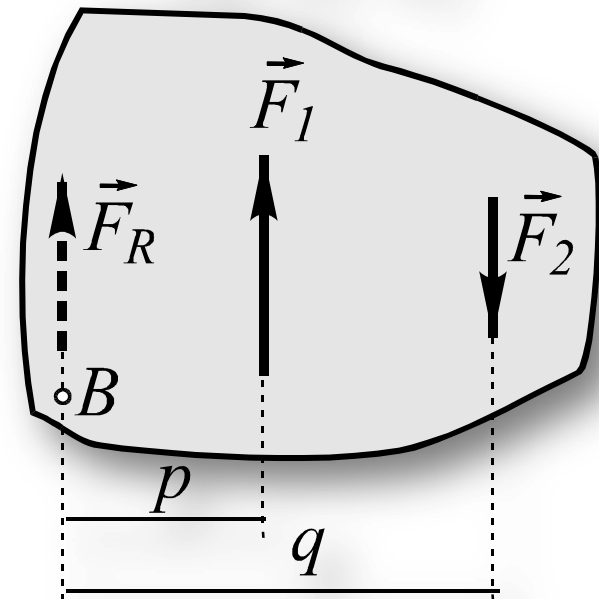
$$M_B^{\vec{F}_R} = M_B^{\vec{F}_1} + M_B^{\vec{F}_2}$$

$$0 = F_1 \cdot p - F_2 \cdot q$$

$$\frac{p}{q} = \frac{F_2}{F_1}$$

Neka je $F_1 > F_2$

$$F_R = F_1 - F_2$$



Ovde se napadna linija rezultante nalazi bliže sili većeg intenziteta ali ne između napadnih linija sila.

25. Varijante nezavisnih uslova ravnoteže za ravanske probleme

PROZVOLJAN SISTEM SILA I SPREGOVA

Prva varijanta

$$\sum X_i = 0, \quad \sum Y_i = 0, \quad \sum M_{Ai} = 0$$

Druga varijanta

$$\sum X_i = 0, \quad \sum M_{Ai} = 0, \quad \sum M_{Bi} = 0$$

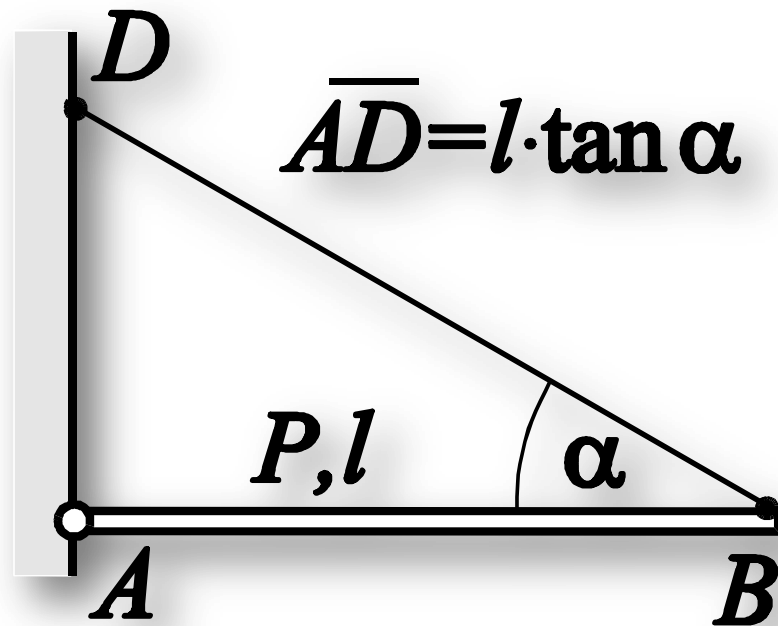
Treća varijanta

$$\sum M_{Ai} = 0, \quad \sum M_{Bi} = 0, \quad \sum M_{Ci} = 0$$

Primer 6.16

Poznate veličine: P , l i α .

Odrediti sve reakcije veza?



Prva varijanta

$$\sum M_{Ai} = -P \cdot \frac{l}{2} + S \sin \alpha \cdot l = 0 \Rightarrow S = \frac{P}{2 \sin \alpha}$$

$$\sum X_i = X_A - S \cos \alpha = 0 \Rightarrow X_A = \frac{P}{2} \cot \alpha$$

$$\sum Y_i = Y_A - P + S \sin \alpha = 0 \Rightarrow Y_A = \frac{P}{2}$$

Korišćena Varinjonova teorema za $M_A^{\vec{S}}$

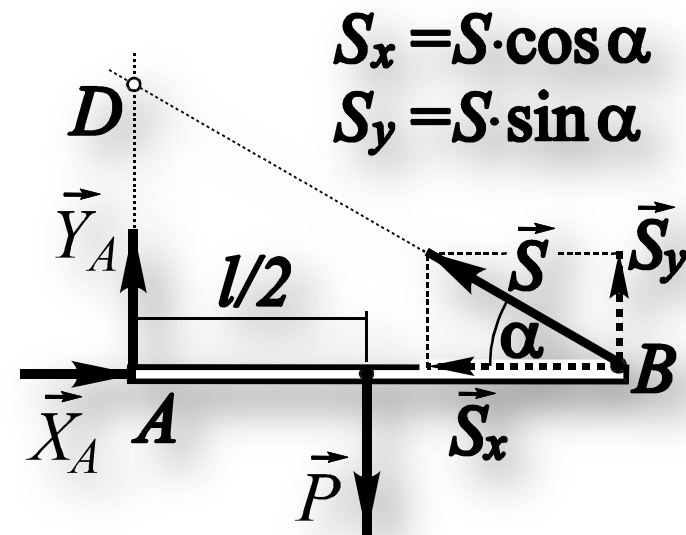
$$\begin{aligned} M_A^{\vec{S}} &= M_A^{\vec{S}_x} + M_A^{\vec{S}_y} = \\ &= 0 + S_y \cdot l = S \sin \alpha \cdot l \end{aligned}$$

Druga varijanta

$$\sum M_{Ai} = 0 \Rightarrow S = \frac{P}{2 \sin \alpha}$$

$$\sum M_{Bi} = P \cdot \frac{l}{2} - Y_A \cdot l = 0 \Rightarrow Y_A = \frac{P}{2}$$

$$\sum X_i = 0 \Rightarrow X_A = \frac{P}{2} \cot \alpha$$



Treća varijanta

$$\sum M_{Ai} = 0 \Rightarrow S = \frac{P}{2 \sin \alpha},$$

$$\sum M_{Bi} = 0 \Rightarrow Y_A = \frac{P}{2}$$

$$\sum M_{Di} = X_A \cdot \overline{AD} - P \cdot \frac{l}{2} = 0$$

$$\Rightarrow X_A = \frac{P}{2 \tan \alpha} = \frac{P}{2} \cot \alpha$$

PARALELAN SISTEM SILA I SPREGOVA

Prva varijanta

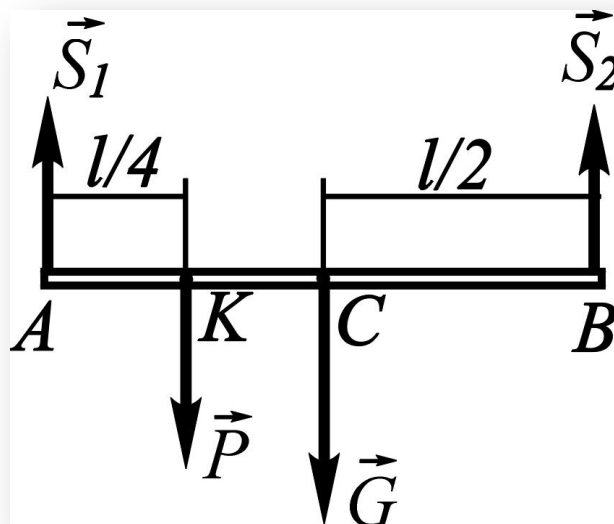
$$\sum Y_i = 0, \sum M_{Ai} = 0$$

Druga varijanta

$$\sum M_{Ai} = 0, \sum M_{Bi} = 0$$

Primer 6.17

Rešiti primer 6.12 u varijanti korišćenja samo momentnih uslova ravnoteže:



$$\sum M_{Ai} = 0 \quad \Rightarrow \quad S_2 = \frac{G}{2} + \frac{P}{4}$$

$$\sum M_{Bi} = -S_1 \cdot l + P \cdot \frac{3}{4}l + G \cdot \frac{l}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad S_1 = \frac{G}{2} + \frac{3}{4}P$$

SUČELJAN SISTEM SILA

Prva varijanta

$$\sum X_i = 0, \quad \sum Y_i = 0$$

Druga varijanta

$$\sum X_i = 0, \quad \sum M_{Ai} = 0$$

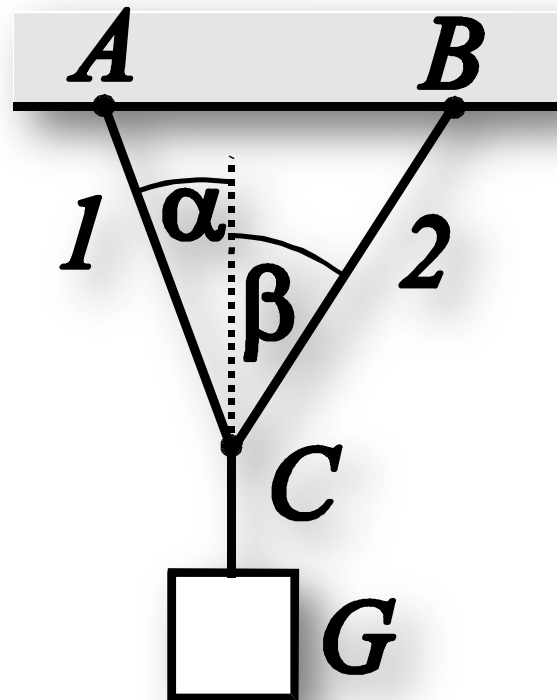
Treća varijanta

$$\sum M_{Ai} = 0, \quad \sum M_{Bi} = 0$$

Primer 6.18

Poznate veličine: α , β i G

Odrediti sile u užadima AC i BC



Rešimo zadatak analitički u varijantama u kojima se koriste i momentni uslovi ravnoteže:

Treća varijanta

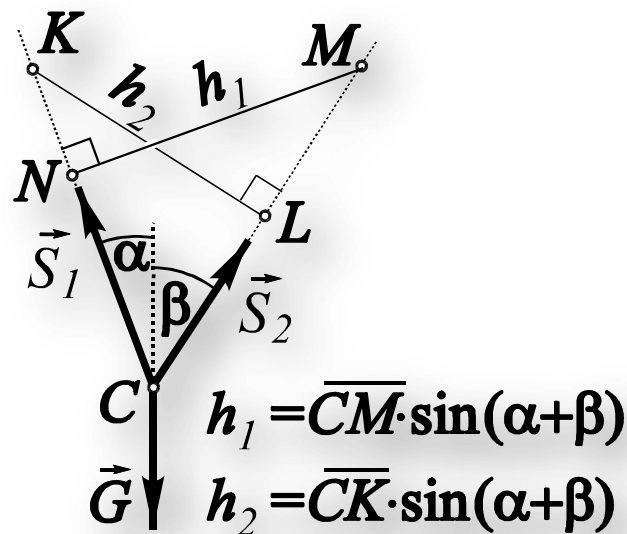
$$\sum M_{Ki} = S_2 \cdot \overline{CK} \sin(\alpha + \beta) - G \cdot \overline{CK} \sin \alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad S_2 = \frac{G \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\sum M_{Mi} = G \cdot \overline{CM} \sin \beta - S_1 \cdot \overline{CM} \sin(\alpha + \beta) = 0 \quad \Rightarrow \quad S_1 = \frac{G \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Druga varijanta

$$\sum M_{Ki} = 0 \quad \Rightarrow \quad S_2$$

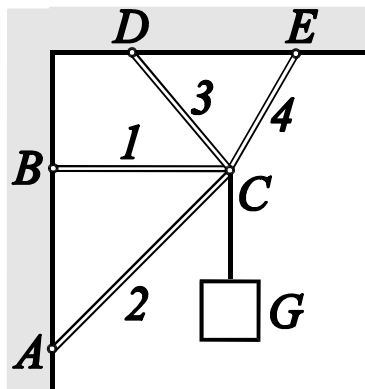
$$\sum X_i = -S_1 \sin \alpha + S_2 \sin \beta = 0 \quad \Rightarrow \quad S_1$$



26. Statička određenost i neodređenost

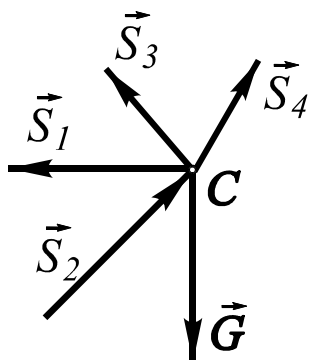
Problemi ravnoteže u kojima je broj nepoznatih veličina veći od broja nezavisnih uslova ravnoteže su statički neodređeni.

Problem je onoliko puta statički neodređen kolika je razlika između broja nepoznatih veličina i broja nezavisnih uslova ravnoteže.

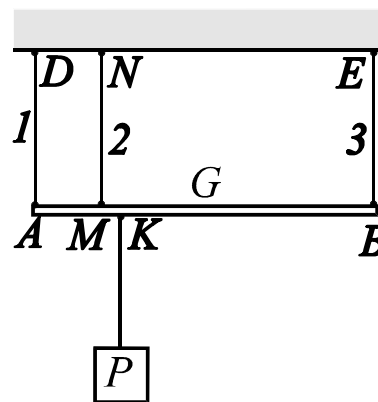


1)

Dva puta statički neodređen sučeljan ravanski sistem sila

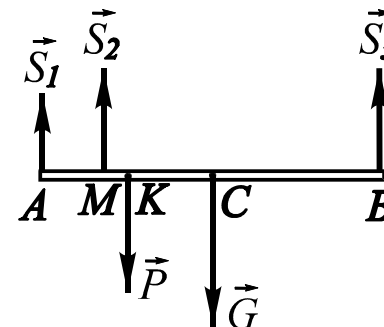


2)

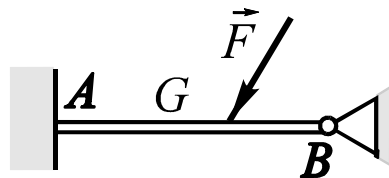


1)

Paralelan ravanski sistem sila koji je jednom statički neodređen

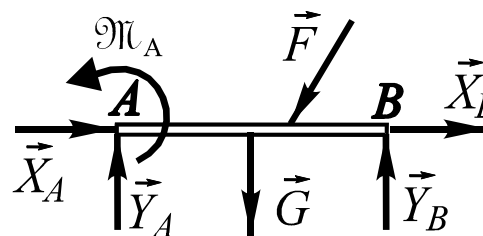


2)



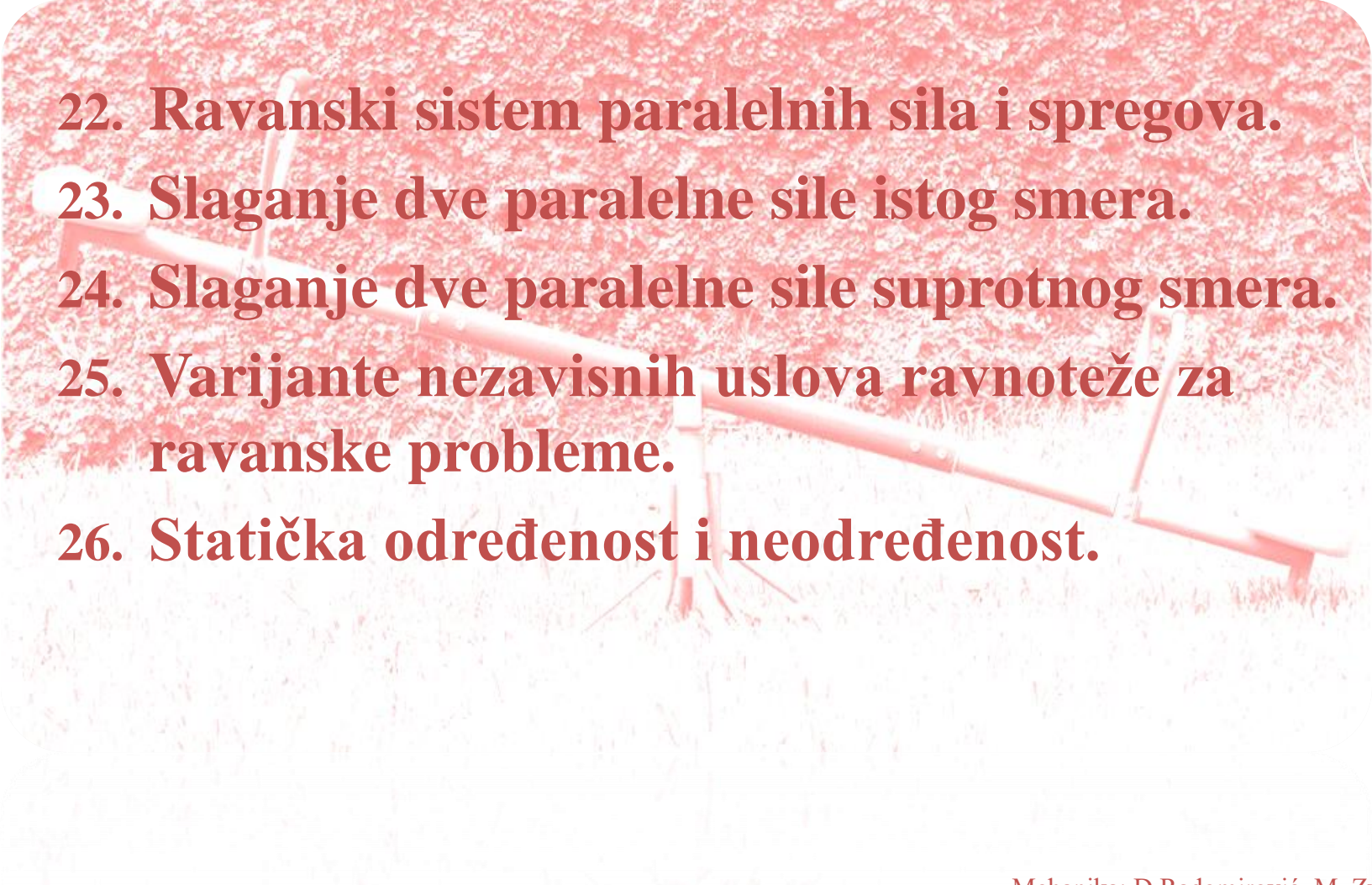
1)

Dva puta statički neodređen proizvoljan ravanski sistem sila i spregova



2)

Šta smo naučili?

- 
22. Ravanski sistem paralelnih sila i spregova.
 23. Slaganje dve paralelne sile istog smera.
 24. Slaganje dve paralelne sile suprotnog smera.
 25. Varijante nezavisnih uslova ravnoteže za ravanske probleme.
 26. Statička određenost i neodređenost.

Mehanika

Predavanja 4

D. Radomirović, M. Zuković
Novi Sad, 2022.