Mehanika
Predavanja 13

D. Radomirović, M. Zuković

Novi Sad, 2022.

Termini za polaganje pismenog dela ispita iz predmeta MEHANIKA i OTPORNOST MATERIJALA I DINAMIKA, u školskoj 2022/23 godini, za studente smerova: Poljoprivredna tehnika i Uređenje voda (datum/vreme/sala)

СТУДИЈСКИ ПРОГРАМ И НИВО СТУДИЈА	**ПРЕДМЕТ**	ПЛАН И ПРОГРАМ (ГОДИНА)	ИСПИТНИ РОКОВИ						
			ЈАНУАРСКИ 16. – 27. јануар 2023.	ФЕБРУАРСКИ 06. – 14. фебруар 2023.	АПРИЛСКИ 03. – 07. април 2023.	ЈУНСКИ 06. – 30. јуни 2023.	АВГУСТОВСКИ 29. август – 05. септембар 2023.	СЕПТЕМБАРСКИ 11.– 21. септембар 2023.	ОКТОБАРСКИ 28. септембар – 03. октобар 2023.
Пољопривредна техника, Уређење вода	**Механика**	**1.**	18.01., 14.00, (А)	10.02., 9.00 (П4)	06.04., 9.00 (П4)	09.06., 9.00, (П4)	29.08., 14.00,(П4)	11.09., 14.00, (П4)	29.09., 14.00, (П4)
			27.01, 9.00, (П4)	-	-	21.06., 14.00, (П4)	-	18.09., 14.00, (П4)	-
Пољопривредна техника, Уређење вода	**Отпорност материјала и динамика**	**1.**	18.01., 14.00, (А)	10.02., 9.00 (П4)	06.04., 9.00 (П4)	09.06., 9.00, (П4)	29.08., 14.00,(П4)	11.09., 14.00, (П4)	29.09., 14.00, (П4)
			27.01, 9.00, (П4)	-	-	21.06., 14.00, (П4)	-	18.09., 14.00, (П4)	-

Predmetni nastavnik:
prof. dr Miodrag Zuković

Šta ćemo naučiti?

82. **Složeno kretanje tačke. Prenosno kretanje. Relativno i apsolutno kretanje tačke koja vrši složeno kretanje.**
83. **Vektori relativne, prenosne i apsolutne brzine i jednakost koja ih povezuje.**
84. **Vektori relativnog, prenosnog, Koriolisovog i apsolutnog ubrzanja tačke koja vrši složeno kretanje i jednakost koja ih povezuje.**
85. **Slaganje ugaonih brzina pri složenom kretanju krutog tela.**

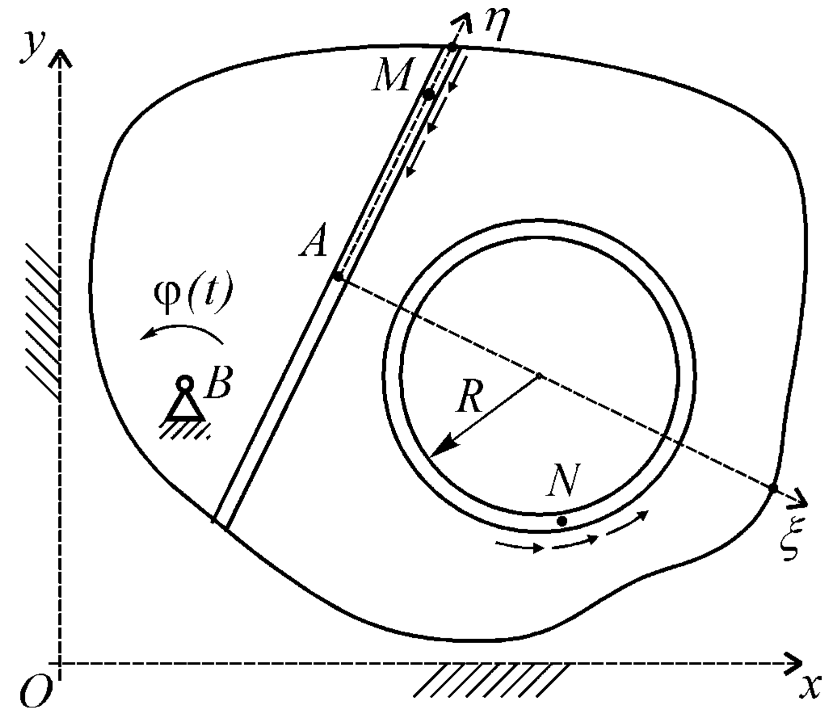
82. Složeno kretanje tačke. Prenosno kretanje. Relativno i apsolutno kretanje tačke koja vrši složeno kretanje.

Ima smisla govoriti o složenom kretanju tačke onda, kada postoji kretanje tela, a takođe postoji, kretanje tačke u odnosu na to telo. To pokretno telo u odnosu na koje se kreće tačka zvaćemo prenosni element, a njegovo kretanje zvaćemo prenosno kretanje. U problemima kakve proučavamo u ovom kursu, prenosno kretanje je najčešće ili obrtanje oko nepomične ose ili translatorno ili opšte ravno, zbog čega se dobro mora znati kinematika ovakvih vrsta kretanja tela.

Kretanje tačke, koja vrši složeno kretanje, u odnosu na prenosni element naziva se relativnim kretanjem. Shodno tome, koristićemo se pojmovima: relativna putanja, relativna brzina i relativno ubrzanje, koji suštinski predstavljaju: putanju, brzinu i ubrzanje, te tačke koja vrši složeno kretanje, u odnosu na prenosni element (to jest, odnosu na pokretni koordinatni sistem, koji je vezan za prenosni element).

Kretanje tačke, koja vrši složeno kretanje, u odnosu na okolinu koja, uslovno rečeno, miruje naziva se apsolutnim kretanjem. Shodno tome, koristićemo se pojmovima: apsolutna putanja, apsolutna brzina i apsolutno ubrzanje, koji suštinski znače: putanju, brzinu i ubrzanje te tačke, koja vrši složeno kretanje, u odnosu na okolinu (to jest, odnosu na nepokretni koordinatni sistem, vezan za okolinu).

Na slici je prikazan prenosni element (ploča) koji vrši obrtanje oko nepomične ose, koja je upravna na ravan crteža i prolazi kroz tačku *B*. Sa prenosnim elementom se zajedno kreće i pokretni koordinatni sistem $\eta A \xi$, vezan za njega. Takođe je prikazan i nepokretni koordinatni sistem *yOx*, fiksiran za nepokretnu okolinu, kao i dve tačke koje vrše složeno kretanje, to su tačke *M* i *N*.

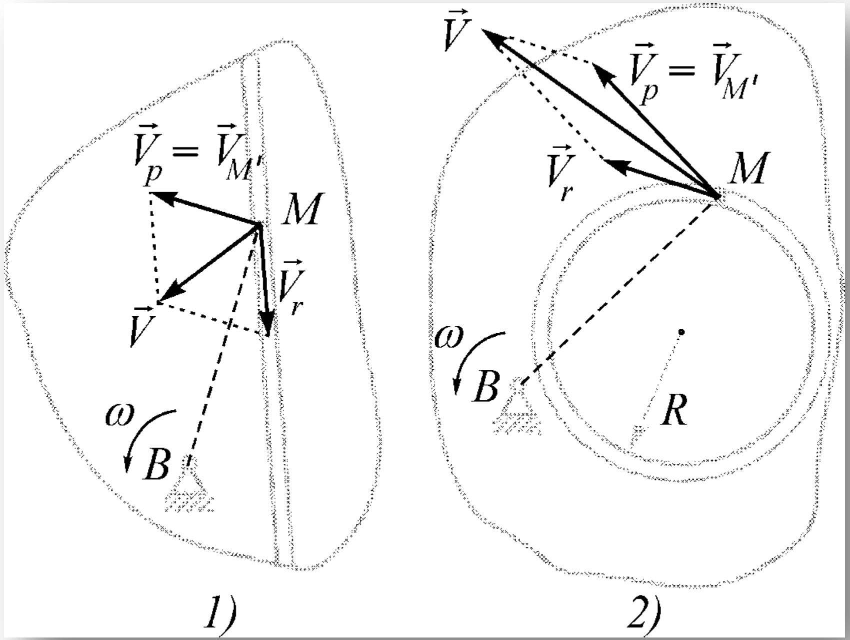


Relativno kretanje tačke *M* je pravolinijsko, s obzirom da se ona kreće po pravolinijskom žljebu urezanom u prenosni element. Relativno kretanje tačke *N* je kružno, s obzirom da se ta tačka kreće po kružnom žljebu urezanom u prenosni element. U problemima će biti jako važno primetiti da li je relativna putanja pravolinijska ili krivolinijska, jer od toga zavise važni podaci koji se tiču vektora relativne brzine i relativnog ubrzanja.

83. Vektori relativne, prenosne i apsolutne brzine i jednakost koja ih povezuje.

Prema teoriji, vektor apsolutne brzine tačke (označavaćemo ga sa $\vec{V}$, bez indeksa), koja vrši složeno kretanje, jednak je zbiru vektora njene prenosne brzine (označavaćemo je sa $\vec{V}_p$) i relativne brzine ($\vec{V}_r$), dakle

$$\boxed{\vec{V} = \vec{V}_p + \vec{V}_r}$$



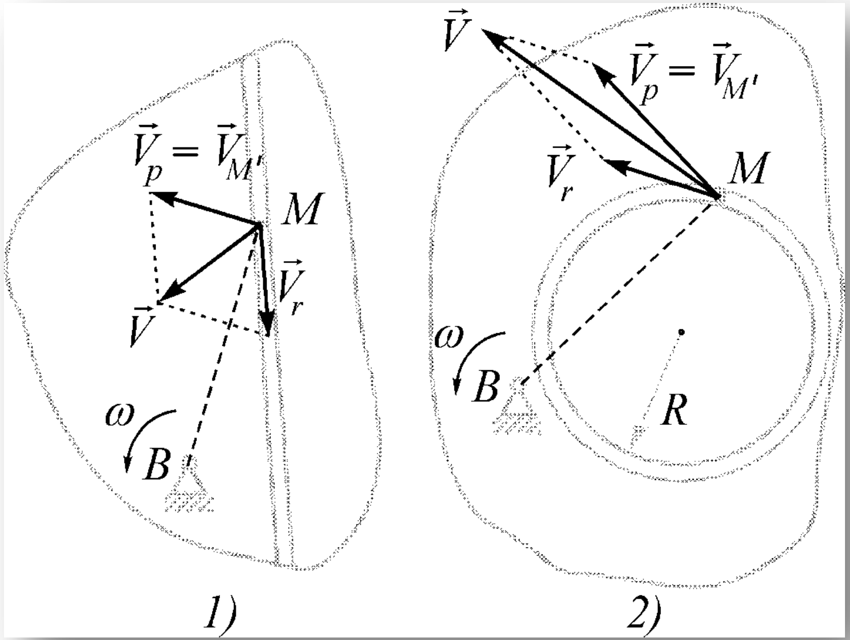
Prenosna brzina $\vec{V}_p$ je brzina one tačke prenosnog elementa na kojoj se (odnosno, nad kojom se), u posmatranom trenutku vremena, nalazi tačka koja vrši složeno kretanje.

Ako sa *M'* označimo tu tačku prenosnog elementa nad kojom se u posmatranom trenutku vremena nalazi tačka *M*, koja vrši složeno kretanje, onda je jasno da je vektor prenosne brzine jednak vektoru brzine tačke *M'*:

$$\boxed{\vec{V}_p = \vec{V}_{M'}.}$$

Pošto prenosni elementi na ovim slikama vrše obrtanja oko nepomičnih osa, pravci prenosnih brzina $\vec{V}_p = \vec{V}_{M'}$ su upravni na duži $\overline{BM}$, dok su im smerovi u skladu sa smerovima ugaonih brzina ω prenosnih elemenata.

Za relativnu brzinu je veoma važno primetiti da li je relativna putanja pravolinijska ili krivolinijska. Ako je pravolinijska, pravac vektora relativne brzine $\vec{V}_r$ mora biti isti kao i pravac pravolinijske relativne putanje (Sl.1). Ako je relativna putanja krivolinijska, pravac vektora relativne brzine $\vec{V}_r$ mora se poklopiti sa pravcem tangente na relativnu putanju (Sl.2).

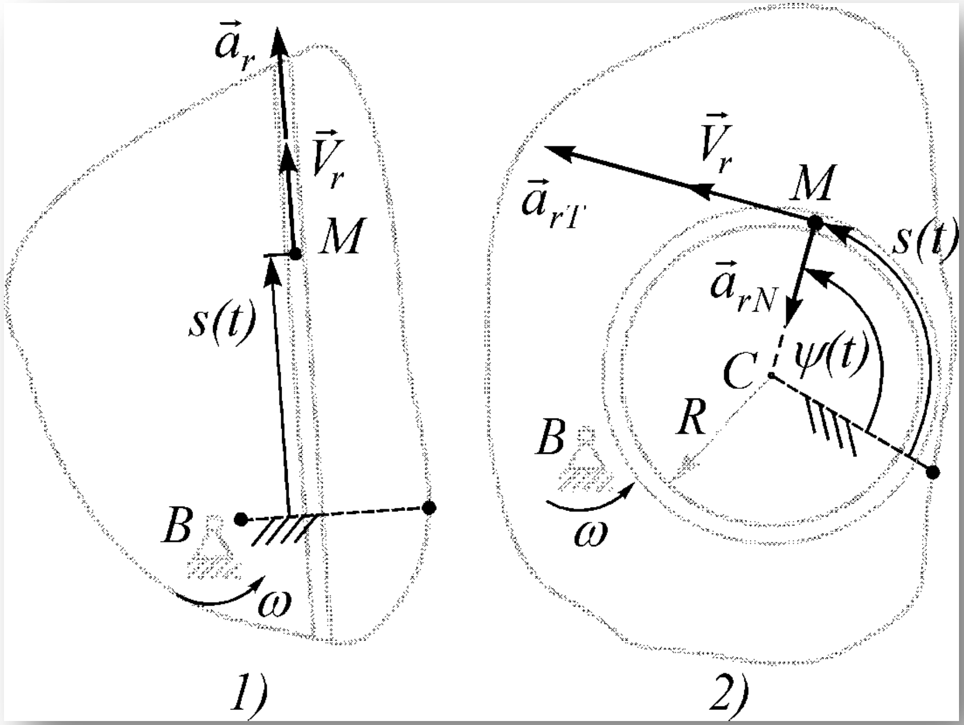


Ako je zadata jednačina $s(t)$ pravolinijskog relativnog kretanja (Sl.1) intenzitet relativne brzine dobija se prvim izvodom relativne pravolinijske koordinate po vremenu, dakle $V_r = |\dot{s}|$. Vektor $\vec{V}_r$ je istog smera kao i porast koordinate *s*, ako je u tom trenutku $\dot{s} > 0$, dok je vektor $\vec{V}_r$ suprotnog smera u odnosu na smer porasta koordinate *s*, ako je u tom trenutku $\dot{s} < 0$.

Isto tako, ako je zadata jednačina $s(t)$ krivolinijskog relativnog kretanja (Sl.2), imamo da je $V_r = |\dot{s}|$, gde smer vektora $\vec{V}_r$, kao i kod relativne pravolinijske koordinate, zavisi od toga da li je, u tom trenutku, $\dot{s}$ pozitivno ili negativno.

Ako se za kružno relativno kretanje ne zada koordinata $s(t)$ već odgovarajuća relativna ugaona koordinata $\psi(t)$, kao na slici 2, gde s predstavlja dužinu kružnog luka nad uglom ψ, onda je pogodno iskoristiti formulu:

$$\boxed{s(t) = R \cdot \psi(t)}$$

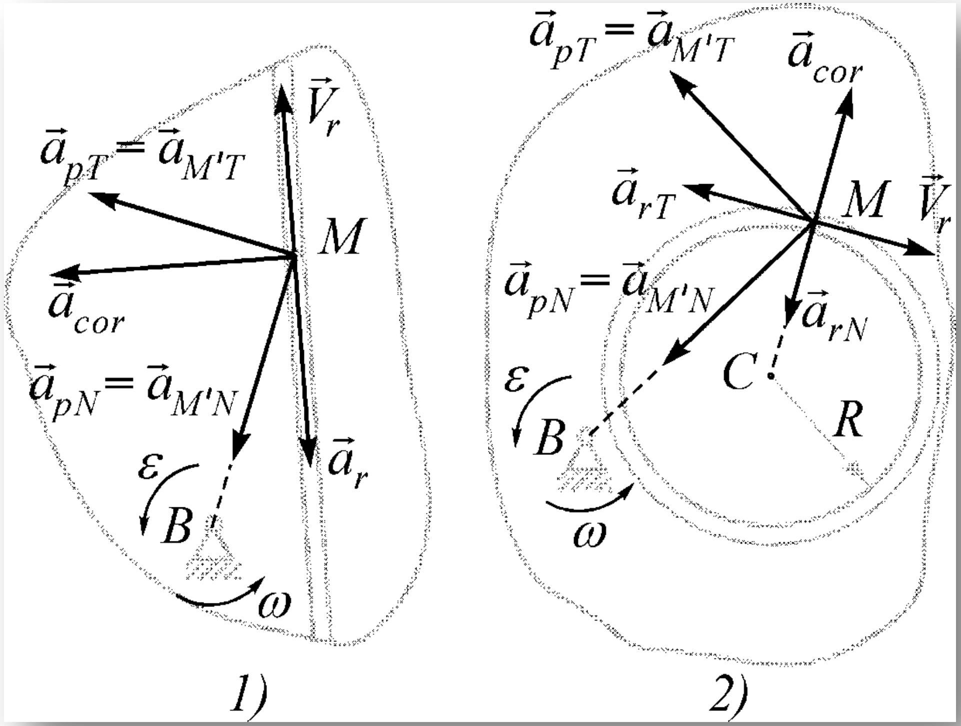


84. Vektori relativnog, prenosnog, Koriolisovog i apsolutnog ubrzanja tačke koja vrši složeno kretanje i jednakost koja ih povezuje.

Prema teoriji, vektor apsolutnog ubrzanja tačke (označavaćemo ga sa $\vec{a}$, bez indeksa), koja vrši složeno kretanje, jednak je zbiru vektora njenog prenosnog (označavaćemo ga sa $\vec{a}_p$), relativnog ($\vec{a}_r$) i Koriolisovog ($\vec{a}_{cor}$) ubrzanja, dakle:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}_p + \vec{a}_r + \vec{a}_{cor}.}$$

Prenosno ubrzanje $\vec{a}_p$ je ubrzanje one tačke prenosnog elementa na kojoj se (odnosno, nad kojom se), u posmatranom trenutku vremena, nalazi tačka koja vrši složeno kretanje.

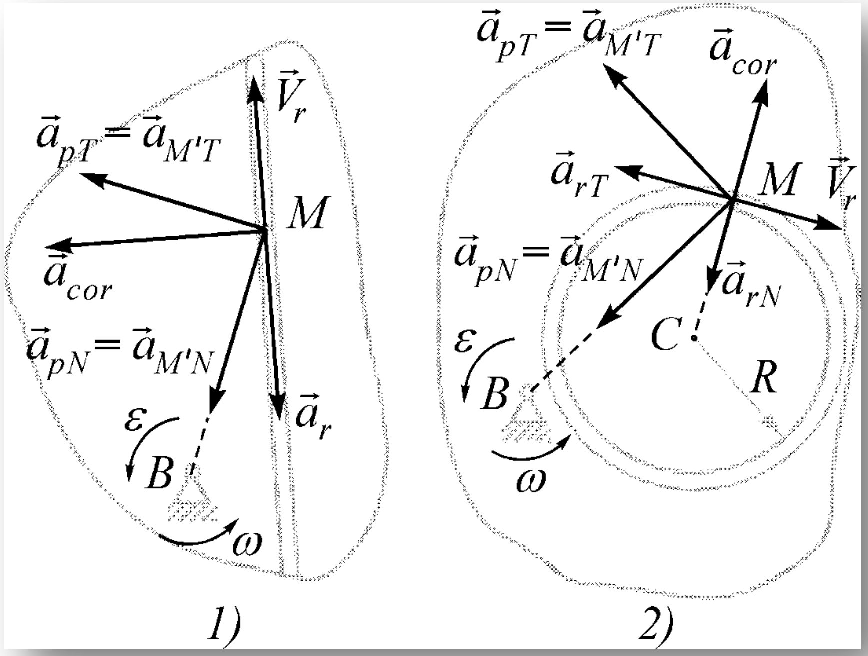


Ako sa *M'* označimo tu tačku prenosnog elementa nad kojom se u posmatranom trenutku vremena nalazi tačka *M*, koja vrši složeno kretanje, onda je jasno da je vektor prenosnog ubrzanja jednak vektoru ubrzanja tačke *M'*, dakle $\vec{a}_p = \vec{a}_{M'}$.

Ako prenosni element vrši obrtanje oko nepomične ose, vektor ubrzanja tačke *M'*, nad kojom se nalazi tačka *M*, koja vrši složeno kretanje, mora biti razložen na normalnu i tangencijalnu komponentu. S obzirom da bi u takvom slučaju imali da je:

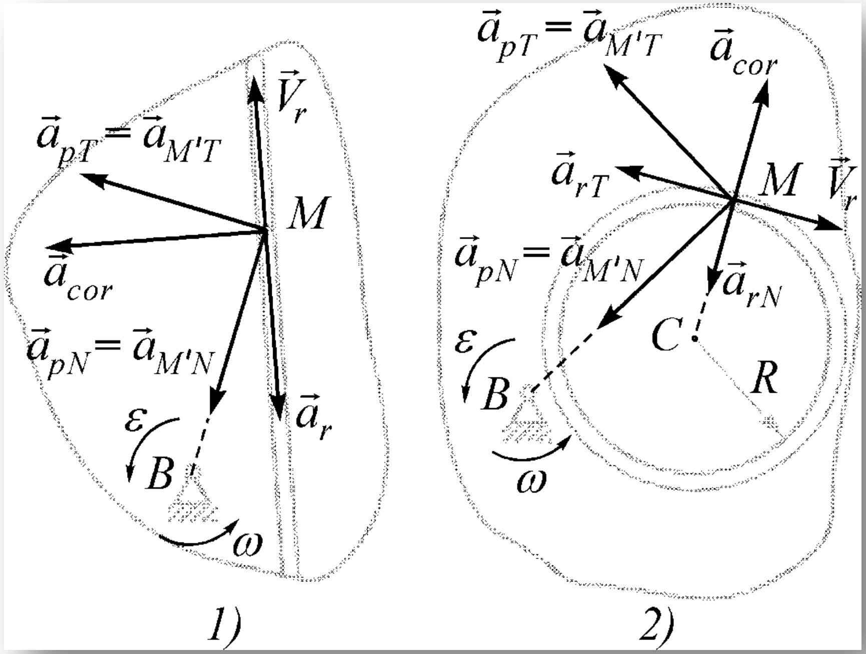
$$\vec{a}_{M'} = \vec{a}_{M'N} + \vec{a}_{M'T}$$

$$\vec{a}_p = \vec{a}_{pN} + \vec{a}_{pT} \quad \text{gde je} \quad \vec{a}_{pN} = \vec{a}_{M'N}, \quad \vec{a}_{pT} = \vec{a}_{M'T}.$$



Za relativno ubrzanje je veoma važno primetiti da li je relativna putanja pravolinijska ili krivolinijska. Ako je pravolinijska, pravac vektora relativnog ubrzanja $\vec{a}_r$ mora biti isti kao i pravac pravolinijske relativne putanje (Sl.1). Ako je relativna putanja krivolinijska, pravac tangencijalne komponente $\vec{a}_{rT}$ vektora relativnog ubrzanja mora se poklopiti sa pravcem tangente na relativnu putanju (Sl.2). Ali, osim tangencijalne komponente vektor $\vec{a}_r$ ima i svoju normalnu komponentu $\vec{a}_{rN}$, koja je usmerena ka centru krivine relativne putanje i čiji je intenzitet određen formulom

$$a_{rN} = \frac{V_r^{\,2}}{R_k},$$ gde je R_k poluprečnik krivine relativne putanje.

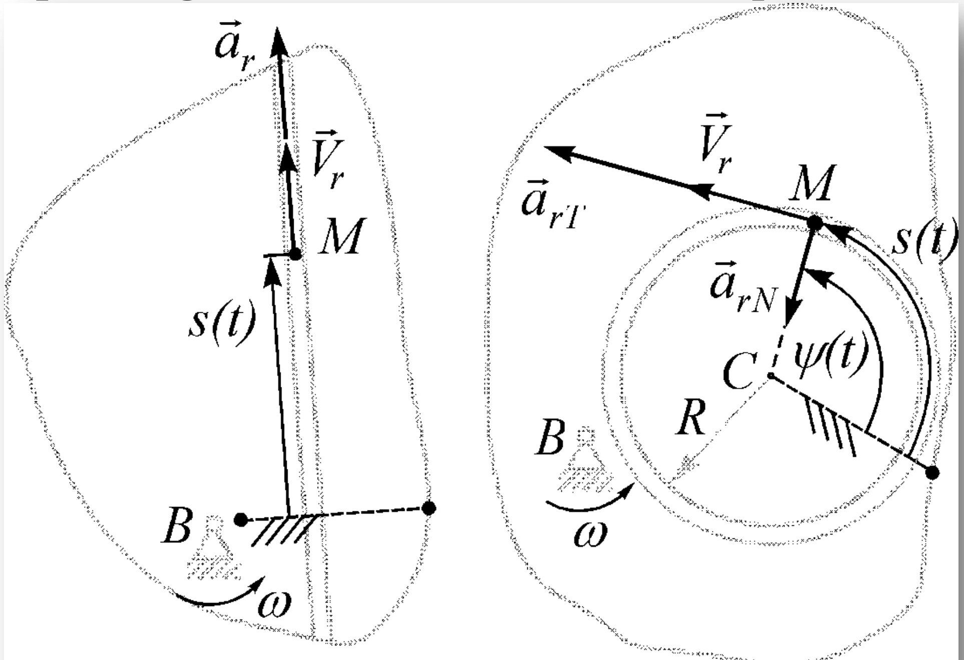


U velikom broju primera relativna krivolinijska putanja je kružna pa je u takvom slučaju R_k jednako poluprečniku kruga R relativne kružne putanje. U takvom slučaju vektor $\vec{a}_{rN}$ je usmeren ka centru tog kruga.

Ako je zadata jednačina $s(t)$ pravolinijskog relativnog kretanja (Sl.1), intenzitet relativnog ubrzanja dobija se drugim izvodom relativne pravolinijske koordinate po vremenu, dakle $a_r = |\ddot{s}|$. Vektor $\vec{a}_r$ je istog smera kao i porast koordinate s, ako je u tom trenutku $\ddot{s} > 0$, dok je vektor $\vec{a}_r$ suprotnog smera u odnosu na smer porasta koordinate s, ako je u tom trenutku $\ddot{s} < 0$.

Isto tako, ako je zadata jednačina krivolinijskog relativnog kretanja $s(t)$, intenzitet tangencijalne komponente relativnog ubrzanja takođe se dobija drugim izvodom relativne krivolinijske koordinate $s(t)$ po vremenu, dakle

$$a_{rT} = |\ddot{s}|.$$



1) 2)

Vektor $\vec{a}_{rT}$ je istog smera kao i porast koordinate s, ako je u tom trenutku $\ddot{s} > 0$, dok je vektor $\vec{a}_{rT}$ suprotnog smera u odnosu na smer porasta koordinate s, ako je u tom trenutku $\ddot{s} < 0$.

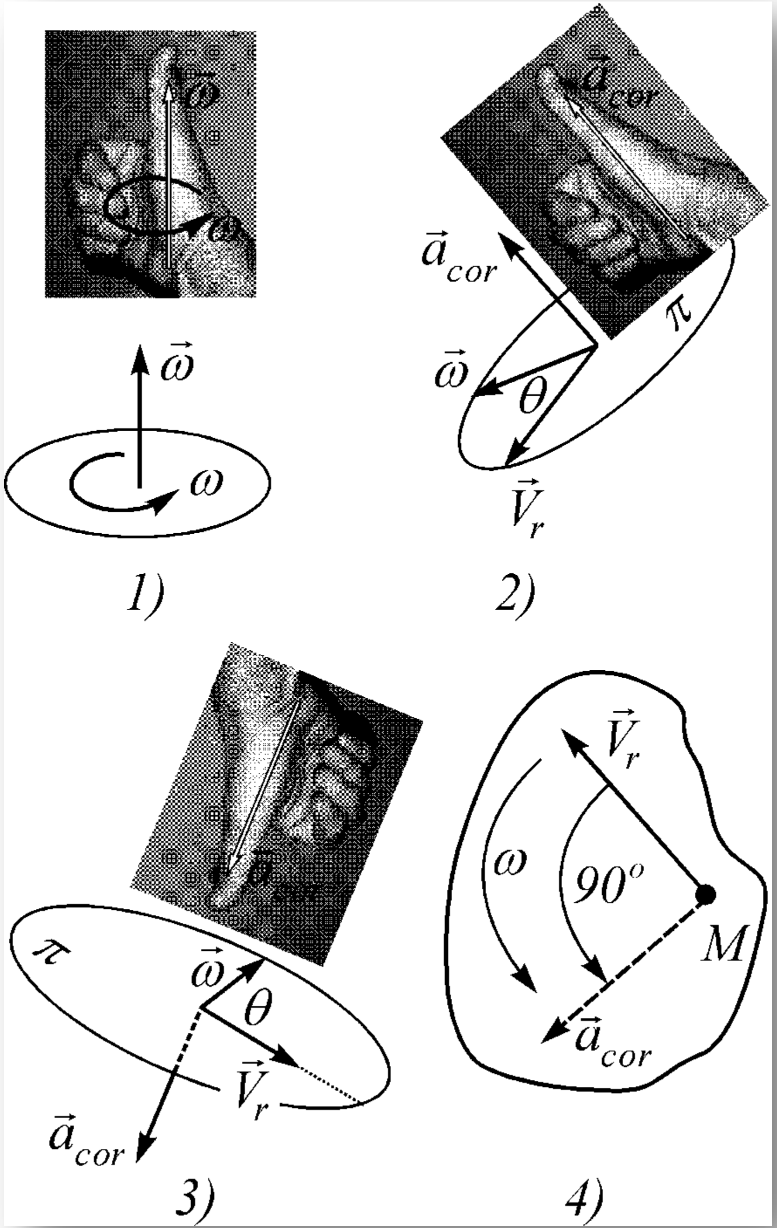
Koriolisovo ubrzanje:

$$\boxed{\vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega}\times\vec{V}_r,}$$

gde je $\vec{\omega}$ vektor ugaone brzine prenosnog elementa $(\vec{\omega}=\vec{\omega}_p)$.

Pravac i smer vektora ugaone brzine $\vec{\omega}$ određuje pravilo desne ruke (Sl.1)

U cilju određivanja pravca i smera Koriolisovog ubrzanja treba uočiti ravan π koju obrazuju prvi i drugi u vektorskom proizvodu (Sl.2 i Sl.3). Zatim se pravilom desne ruke odrede pravac i smer Koriolisovog ubrzanja (Prste desne ruke postaviti u ravni π tako da su prsti usmereni od prvog vektora u vektorskom proizvodu ka drugom najkraćim putem. Palac desne ruke pokazaće pravac i smer Koriolisovog ubrzanja).



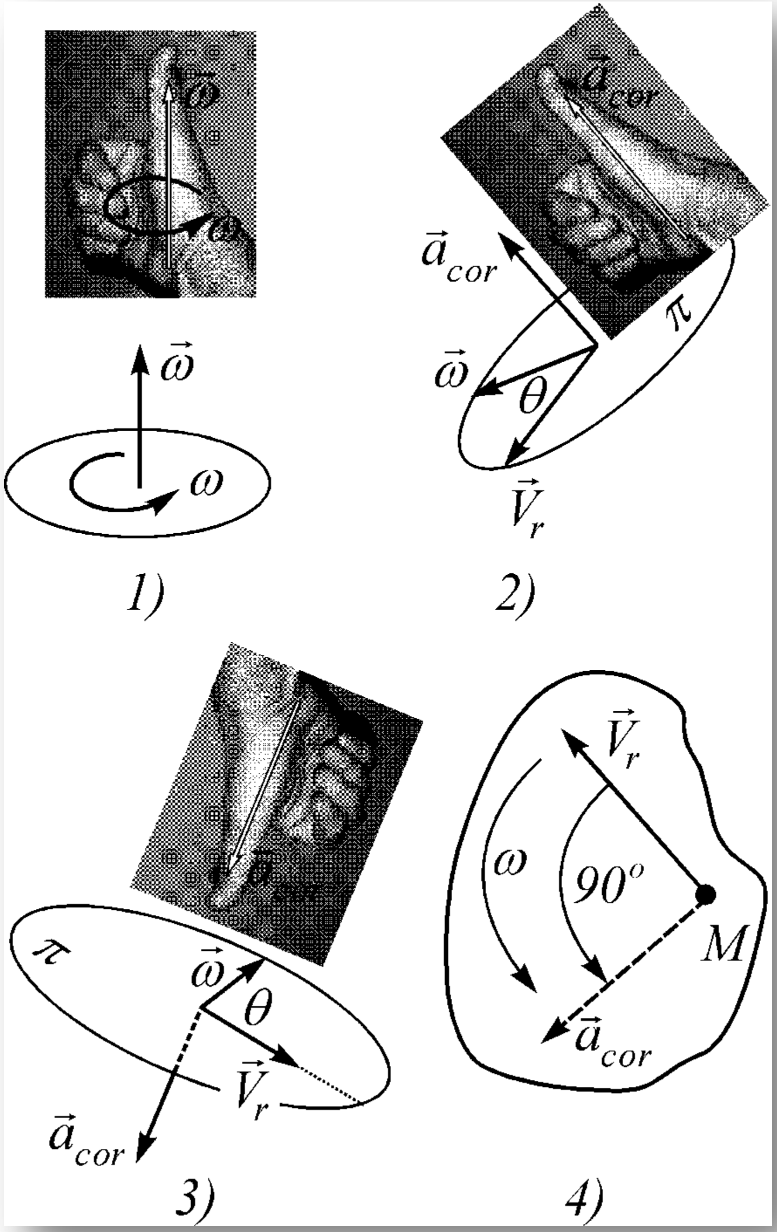
Intenzitet Koriolisovog ubrzanja:

$$\boxed{a_{cor} = 2\cdot\omega\cdot V_r\cdot\sin\theta}$$

U slučaju kakvi se često sreću u praksi, kada je u pitanju ravanski mehanizam, gde je vektor ugaone brzine $\vec{\omega}$ upravan na ravan crteža, a u samoj ravni crteža leži vektor $\vec{V}_r$, ugao θ jednak je 90^0 i samim tim, intenzitet Koriolisovog ubrzanja je

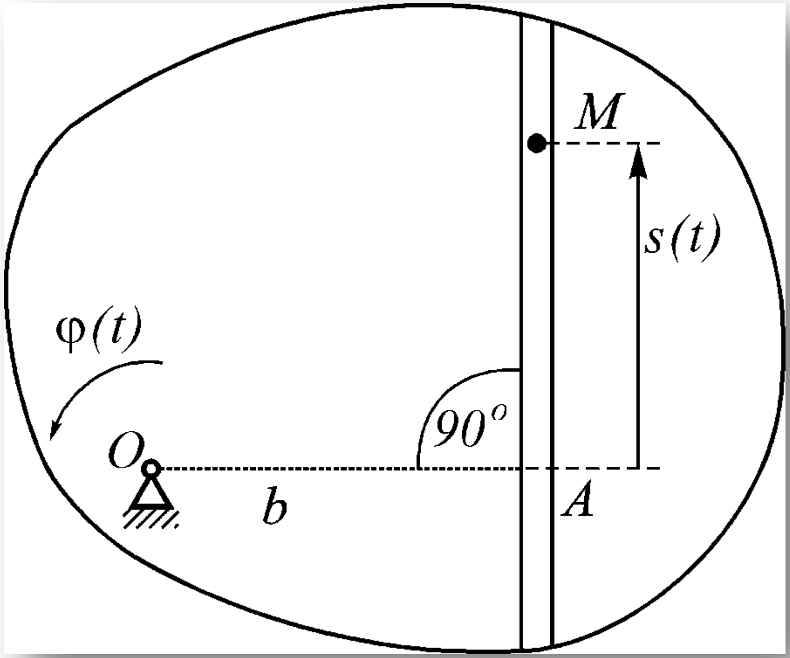
$$a_{cor} = 2 \cdot \omega \cdot V_r .$$

U takvom slučaju (Sl.4), pravac i smer Koriolisovog ubrzanja $\vec{a}_{cor}$ mogu se dobiti, okretanjem vektora $\vec{V}_r$ u smeru ω za 90^0 .



Primer 3.1

Mehanički sistem, prikazan na slici, kreće se u ravni crteža. Kretanje prenosnog elementa definiše njegov ugao rotacije $\varphi(t)$ a relativno kretanje definiše koordinata $s(t)$. Podaci su:



$$\varphi(t) = t^2,$$

$$s(t) = 3t - t^2, b = 1\,m, \quad (t[s], s[m], \varphi[rad]).$$

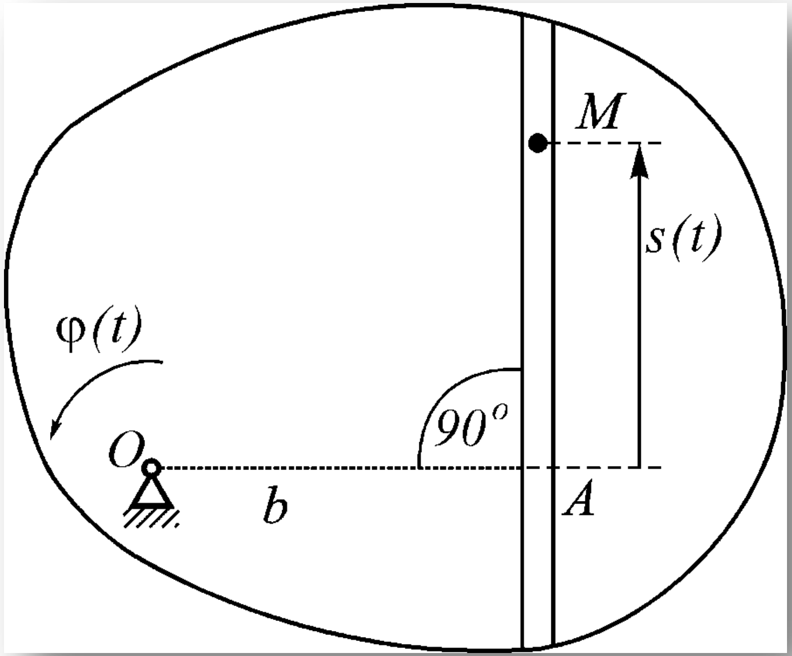
Za date podatke nacrtati položaj sistema u trenutku $\bar{t} = 1\,s$ i u tom trenutku odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje tačke *M* koja vrši složeno kretanje.

U ovom zadatku kretanje prenosnog elementa je obrtanje oko nepomične ose a relativno kretanje je pravolinijsko. U zadatom trenutku vremena rastojanje $\overline{AM}$ (relativna koordinata) iznosi $\overline{AM} = s(1) = 2\ m$.

Ugaona brzina i ugaono ubrzanje prenosnog elementa:

$$\dot{\varphi}(t) = 2t \quad \Rightarrow \quad \dot{\varphi}(1) = 2 \quad \Rightarrow \quad \omega = 2\ s^{-1}, \quad \ddot{\varphi}(t) = 2 \quad \Rightarrow \quad \ddot{\varphi}(1) = 2 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = 2\ s^{-2}.$$

Smerovi ω i ε se poklapaju sa smerom porasta ugla φ jer je $\dot{\varphi}(1) > 0$ i $\ddot{\varphi}(1) > 0$.



Relativna brzina i relativno ubrzanje:

$$\dot{s}(t)=3-2t \Rightarrow \dot{s}(1)=1 \Rightarrow V_r=1\frac{m}{s},\ \ddot{s}(t)=-2 \Rightarrow \ddot{s}(1)=-2 \Rightarrow a_r=2\frac{m}{s^2}.$$

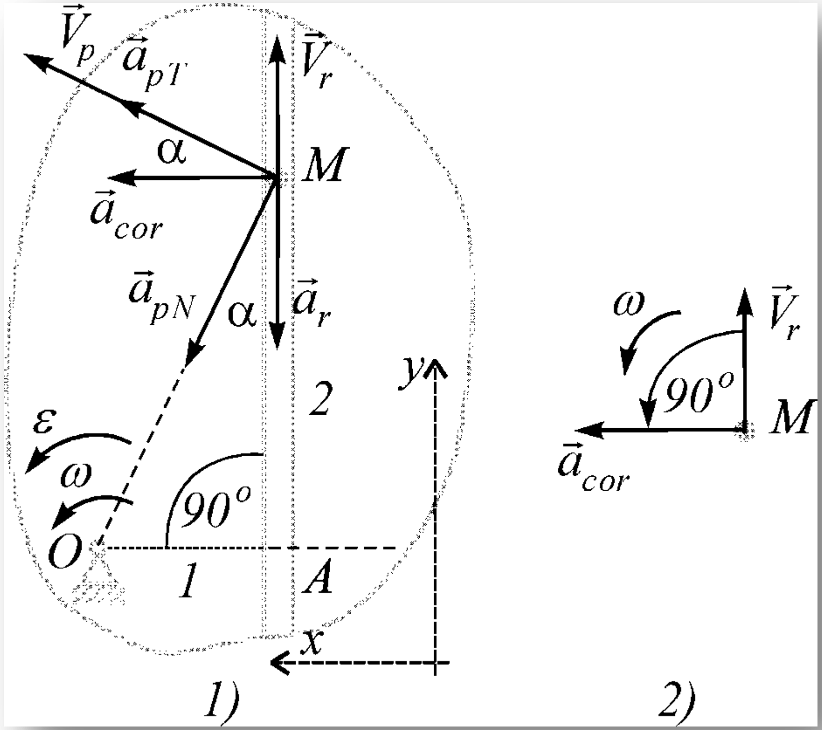
Smer vektora $\vec{V}_r$ poklapa se sa smerom porastom koordinate *s* zbog $\dot{s}(1)>0$, a smer vektora $\vec{a}_r$ je suprotan od smera porasta koordinate *s* zbog $\ddot{s}(1)<0$.

Rastojanje $\overline{OM}$, važno za određivanje brzine i ubrzanja tačke *M'* prenosnog elementa (to jest, prenosne brzine i prenosnog ubrzanja), dobijeno iz Pitagorine teoreme za trougao *OAM*, iznosi

$$\overline{OM}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}\ m.$$

Uvedimo ugao α u trouglu *OAM*, odakle sinus i kosinus tog ugla, koji će nam kasnije trebati, iznose:

$$\sin\alpha=\frac{\overline{OA}}{\overline{OM}}=\frac{1}{\sqrt{5}},\quad \cos\alpha=\frac{\overline{MA}}{\overline{OM}}=\frac{2}{\sqrt{5}}.$$

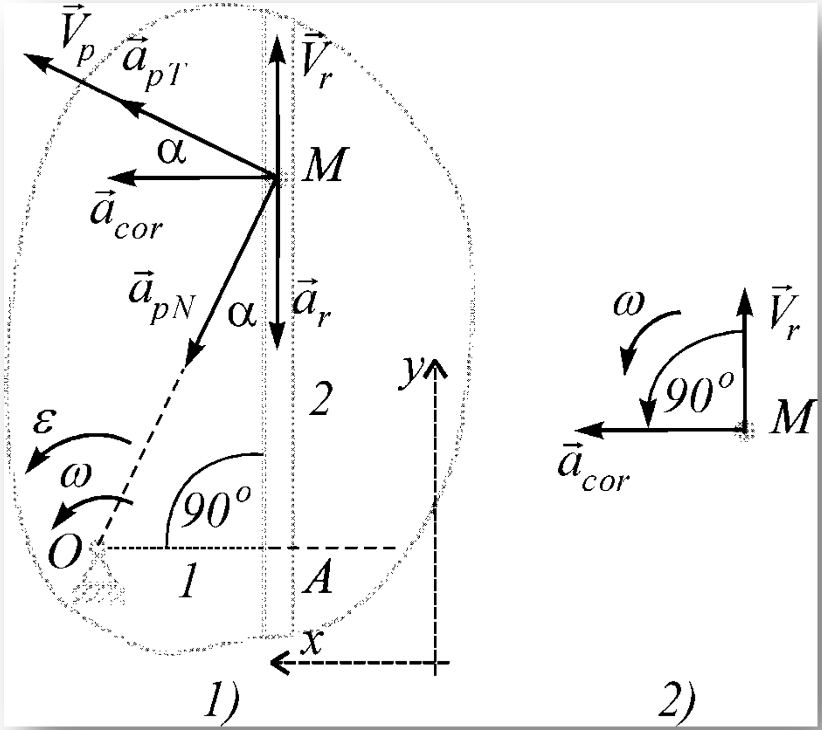


Intenziteti prenosne brzine i komponenata prenosnog ubrzanja (Sl.1) su:

$$V_p = V_{M'} = \overline{OM} \cdot \omega = 2\sqrt{5}\,\frac{m}{s},$$

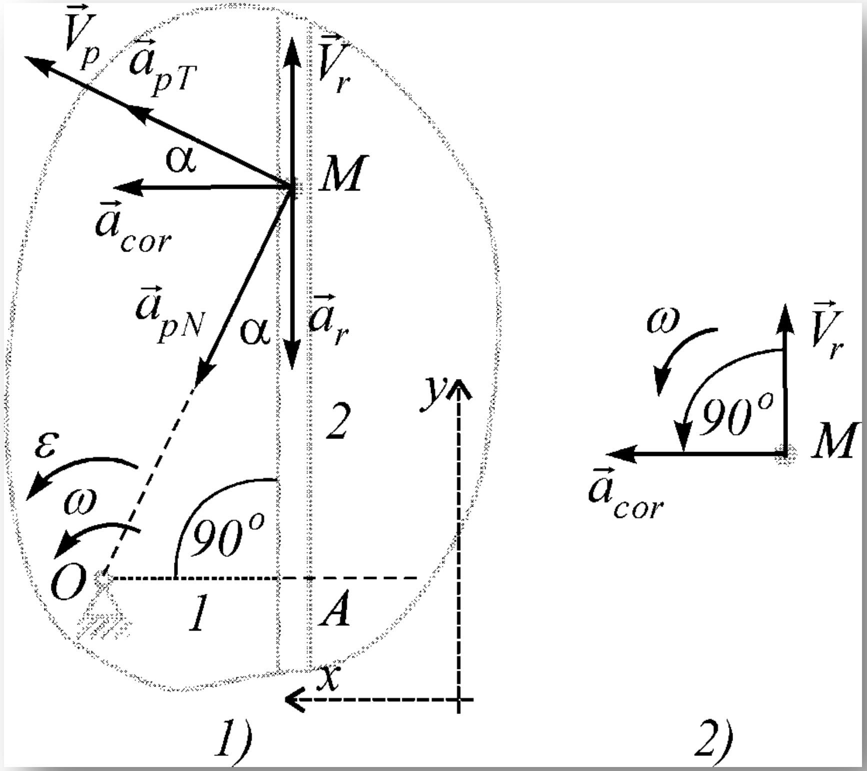
$$a_{pN} = a_{M'N} = \overline{OM} \cdot \omega^2 = 4\sqrt{5}\,\frac{m}{s^2}, \qquad a_{pT} = a_{M'T} = \overline{OM} \cdot \varepsilon = 2\sqrt{5}\,\frac{m}{s^2}.$$

Smerovi vektora $\vec{V}_p$ i $\vec{a}_{pT}$ su u skladu sa smerovima ω i ε.



Koriolisovo ubrzanje:

$$\boxed{\vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega}\times\vec{V}_r}$$



Intenzitet je

$$\boxed{a_{cor} = 2\cdot\omega\cdot V_r = 4\,\frac{m}{s^2}} \quad \text{zbog} \quad \theta = 90^0.$$

Pošto se sva kretanja odvijaju u ravni crteža, pravac i smer Koriolisovog ubrzanja određeni su zakretanjem vektora $\vec{V}_r$ za 90^0 u smeru ugaone brzine ω (Sl.2).

Apsolutna brzina:

$$\vec{V} = \vec{V}_p + \vec{V}_r$$

$$x: \quad V_x = V_p\cos\alpha + 0 = 4$$

$$y: \quad V_y = V_p\sin\alpha + V_r = 3$$

$$\Rightarrow \quad V = \sqrt{V_x^{\,2} + V_y^{\,2}} = 5\,\frac{m}{s}$$

Apsolutno ubrzanje:

$$\vec{a} = \vec{a}_{pN} + \vec{a}_{pT} + \vec{a}_r + \vec{a}_{cor}$$

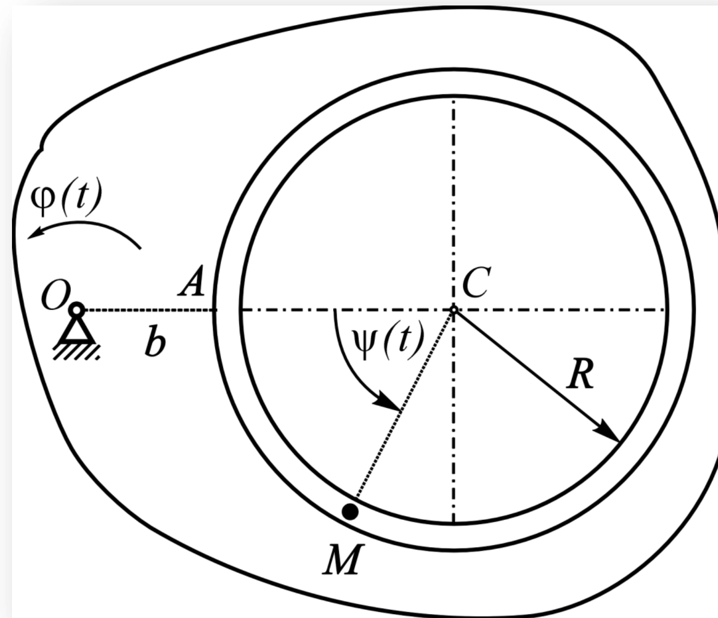
$$x: \quad a_x = a_{pN}\sin\alpha + a_{pT}\cos\alpha + 0 + a_{cor} = 12$$

$$y: \quad a_y = -a_{pN}\cos\alpha + a_{pT}\sin\alpha - a_r + 0 = -8$$

$$\Rightarrow \quad a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2}} = 4\sqrt{13}\,\frac{m}{s^2}$$

Primer 3.2

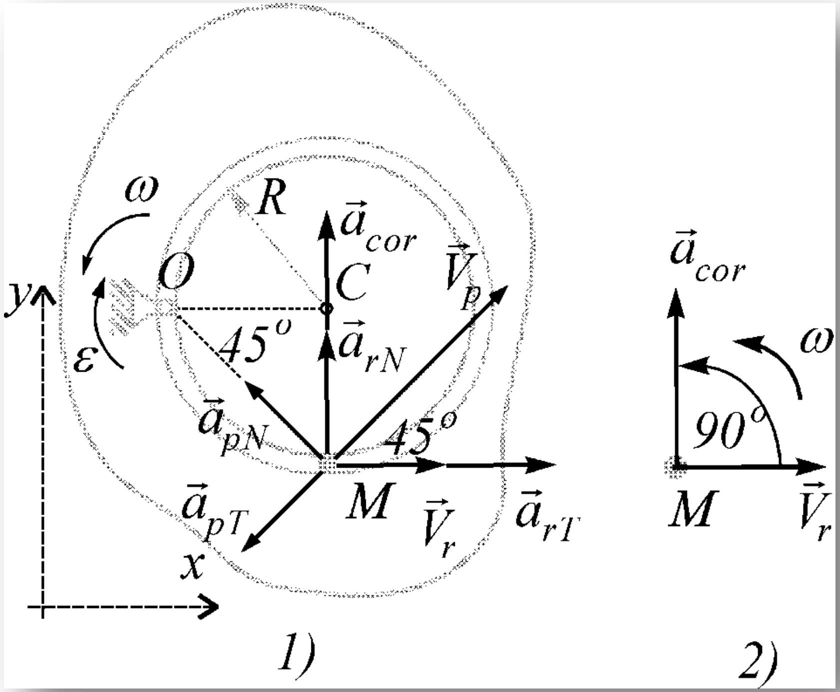
Mehanički sistem, prikazan na slici, kreće se u ravni crteža. Kretanje prenosnog elementa definiše njegov ugao rotacije $\varphi(t)$ a relativno kružno kretanje definiše ugao $\psi(t)$. Podaci su:



$$R = 1\,m \qquad \varphi(t) = 2t^2 - t^3,$$

$$\psi(t) = t^2 - t + \frac{\pi}{2},\; b = 0, \quad (t[s], \psi[rad], \varphi[rad]).$$

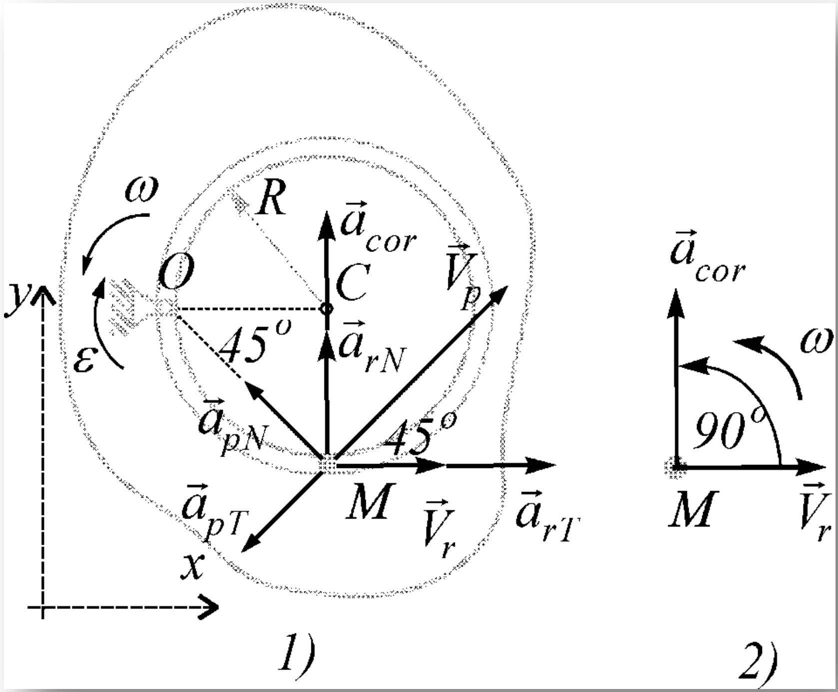
Za zadate podatke nacrtati položaj sistema trenutku $\bar{t} = 1\,s$ i u tom trenutku odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje tačke *M* koja vrši složeno kretanje?



U ovom zadatku kretanje prenosnog elementa je obrtanje oko nepomične ose a relativno kretanje je kružno. Položaj tačke M u odnosu na prenosni element određuje koordinata $\psi(t)$ koja za $\bar{t} = 1\,s$ iznosi:

$$\psi(1) = \frac{\pi}{2} = 90^0.$$

U zadatom trenutku vremena rastojanje $\overline{OM}$ (važno za određivanje prenosne brzine i prenosnog ubrzanja), iz jednakokrakog pravouglog trougla OCM, iznosi $\overline{OM} = \sqrt{2}\,m$, a ugao između duži $\overline{OM}$ i x ose iznosi 45^0.



Relativna brzina i relativno ubrzanje:

Uvođenjem relativne kružne koordinate dobija se: $s(t) = R \cdot \psi(t)$ $\quad s(t) = t^2 - t + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$

$$\dot{s}(t) = 2t - 1 \quad \Rightarrow \quad \dot{s}(1) = 1 \quad \Rightarrow \quad V_r = 1\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \quad a_{rN} = \frac{V_r^2}{R} = 1\frac{m}{s^2}$$

$$\ddot{s}(t) = 2 \quad \Rightarrow \quad \ddot{s}(1) = 2 \quad \Rightarrow \quad a_{rT} = 2\frac{m}{s^2}$$

Smerovi vektora $\vec{V}_r$ i $\vec{a}_{rT}$ poklapaju se sa smorom porastom koordinate s jer je i $\dot{s}(1) > 0$ i $\ddot{s}(1) > 0$.

Ugaona brzina i ugaono ubrzanje prenosnog elementa:

$$\dot{\varphi}(t) = 4t - 3t^2 \Rightarrow \dot{\varphi}(1) = 1 \Rightarrow \omega = 1\, s^{-1}$$

$$\ddot{\varphi}(t) = 4 - 6t \Rightarrow \ddot{\varphi}(1) = -2 \Rightarrow \varepsilon = 2\, s^{-2}$$

Smer ω se poklapa sa smerom porasta ugla φ jer je $\dot{\varphi}(1) > 0$.

Smer ε je suprotan od smera porasta ugla φ jer je $\ddot{\varphi}(1) < 0$.

Koriolisovo ubrzanje: $\quad \vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega} \times \vec{V}_r$

$$\theta = 90^0 \Rightarrow \qquad a_{cor} = 2 \cdot \omega \cdot V_r = 2\frac{m}{s^2}$$

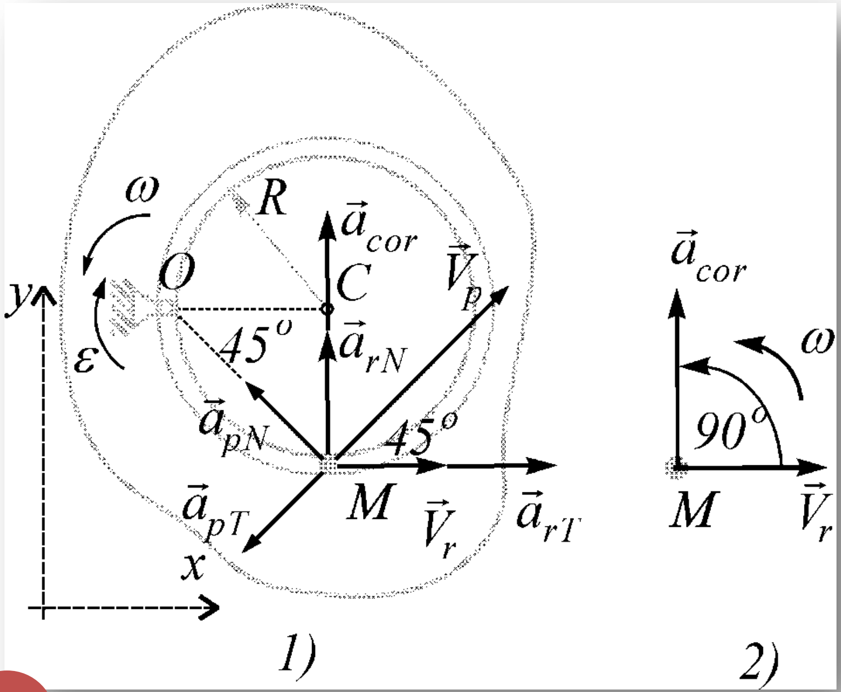
Određivanje pravca i smera Koriolisovog ubrzanja prikazano je na slici 2.

Intenziteti prenosne brzine i komponenata prenosnog ubrzanja su:

$$V_p = V_{M'} = \overline{OM}\cdot\omega = \sqrt{2}\,\frac{m}{s},$$

$$a_{pN} = a_{M'N} = \overline{OM}\cdot\omega^2 = \sqrt{2}\,\frac{m}{s^2},$$

$$a_{pT} = a_{M'T} = \overline{OM}\cdot\varepsilon = 2\sqrt{2}\,\frac{m}{s^2}.$$



Određivanje apsolutne brzine:

$$\vec{V} = \vec{V}_p + \vec{V}_r$$

$$x: \quad V_x = V_p \cos 45^o + V_r = 2$$

$$y: \quad V_y = V_p \sin 45^o + 0 = 1$$

$$\Rightarrow \quad V = \sqrt{V_x^{\,2} + V_y^{\,2}} = 5\,\frac{m}{s}$$

Određivanje apsolutnog ubrzanja:

$$\vec{a} = \vec{a}_{pN} + \vec{a}_{pT} + \vec{a}_{rN} + \vec{a}_{rT} + \vec{a}_{cor}$$

$$x: a_x = -a_{pN}\frac{\sqrt{2}}{2} - a_{pT}\frac{\sqrt{2}}{2} + 0 + a_{rT} + 0 = -1$$

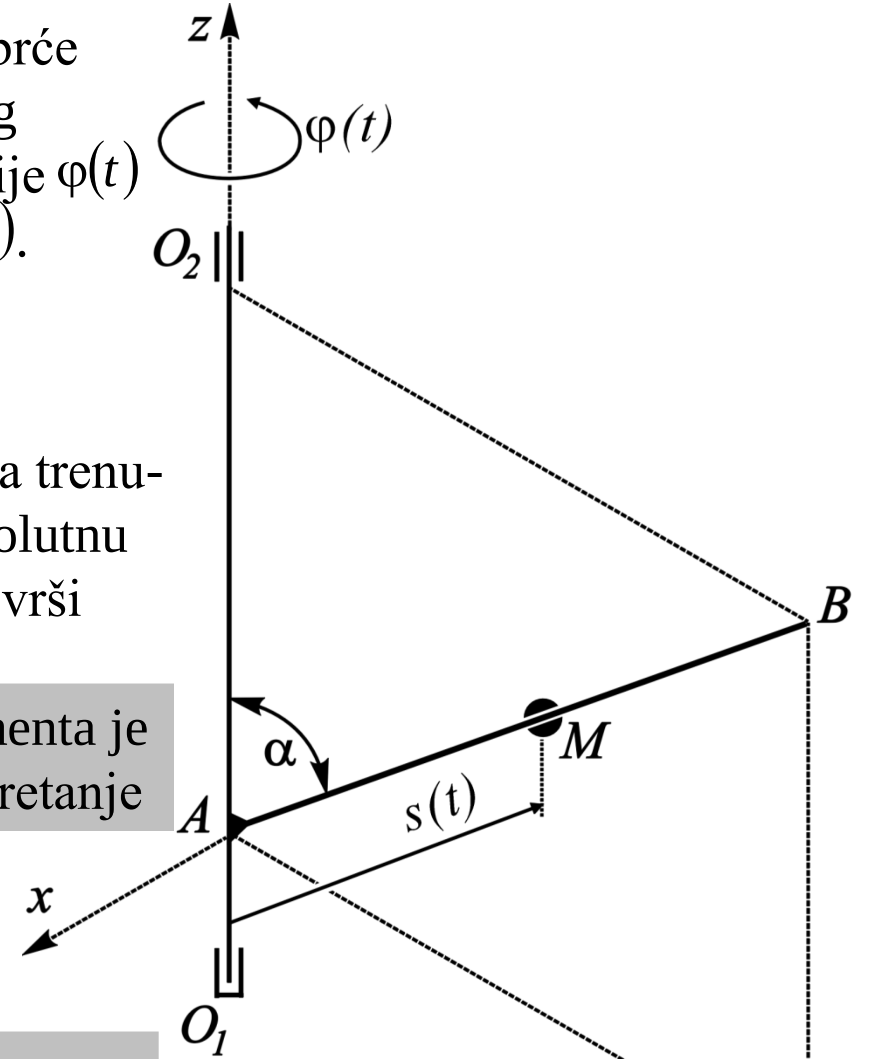
$$y: a_y = a_{pN}\frac{\sqrt{2}}{2} - a_{pT}\frac{\sqrt{2}}{2} + a_{rN} + 0 + a_{cor} = 0$$

$$\Rightarrow \quad a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2}} = 1\,\frac{m}{s^2}$$

Primer 3.3 Žica *AB*, koja leži u *yz* ravni obrće se oko vertikalne ose *z*. Kretanje prenosnog elementa (žice) definiše njegov ugao rotacije $\varphi(t)$ a relativno kretanje definiše koordinata $s(t)$.
Podaci su: $s(t) = 2 - t + t^2,\ \varphi(t) = t^3/3,$

$\alpha = 30^0, \quad (t[s], \varphi[rad], s[m]).$

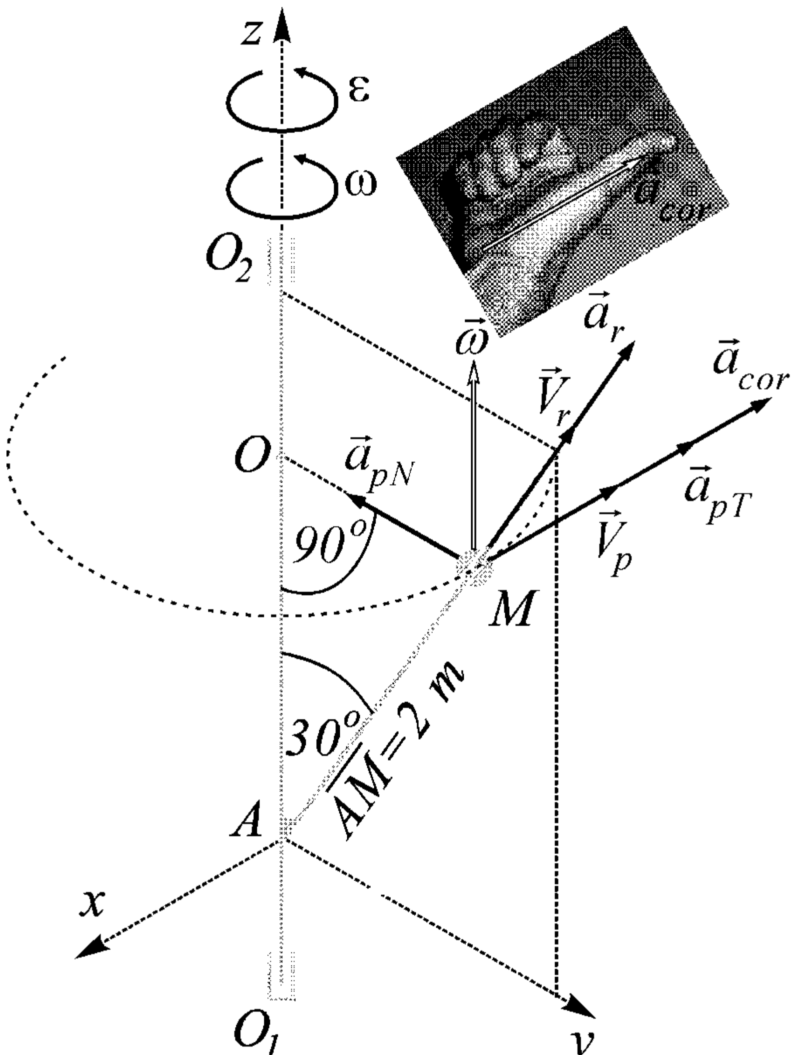
Za zadate podatke nacrtati položaj sistema trenutku $\bar{t} = 1\,s$ i u tom trenutku odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje tačke *M* koja vrši složeno kretanje.

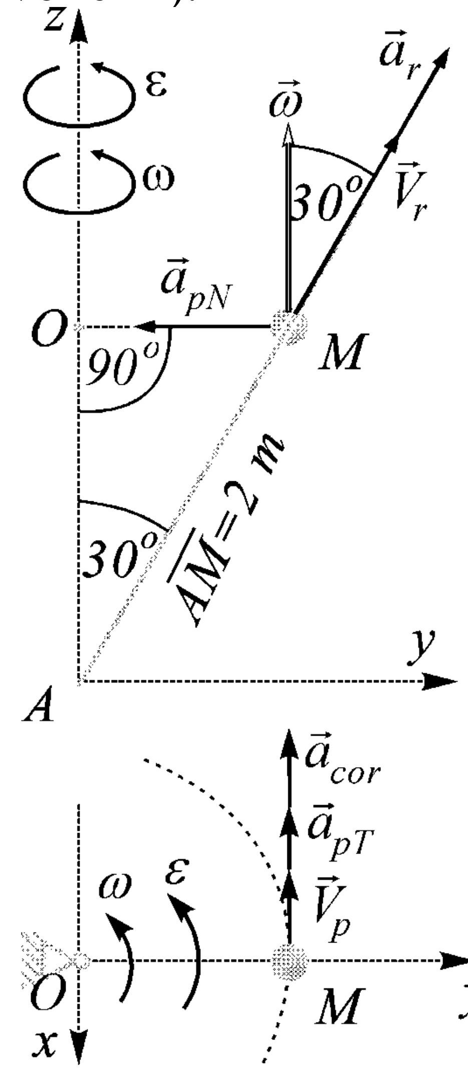


U ovom zadatku kretanje prenosnog elementa je obrtanje oko nepomične ose a relativno kretanje je pravolinijsko.U trenutku $\bar{t} = 1\,s$ rastojanje $\overline{AM}$ (relativna koordinata) iznosi $\overline{AM} = s(1) = 2\,m$,

a najkraće rastojanje između tačke M i ose obrtanja $\overline{OM}$ (važno za određivanje prenosne brzine i prenosnog ubrzanja), iz jednakokrakog pravouglog trougla *OAM* (naredni slajd), iznosi $\overline{OM} = \overline{AM} \cdot \sin 30^0 = 1\,m.$

Prostorni prikaz položaja sistema u trenutku $\bar{t} = 1\,s$, za zadate podatke, prikazan je na prvoj slici. Na drugoj slici, može se videti taj isti položaj ali u projekcijama (gornja slika desno je pogled spreda-prikaz *zAy* u pravoj veličini a donja slika desno je pogled odozgo-prikaz *xAy* u pravoj veličini).





Relativna brzina i relativno ubrzanje:

$$\dot{s}(t)=-1+2t,\ \ddot{s}(t)=2 \quad\Rightarrow\quad \dot{s}(1)=1,\ \ddot{s}(1)=2 \quad\Rightarrow\quad V_r=1\frac{m}{s},\quad a_r=2\frac{m}{s^2}.$$

Smerovi vektora $\vec{V}_r$ i $\vec{a}_r$ poklapaju se sa smorom porastom koordinate s jer je i $\dot{s}(1)>0$ i $\ddot{s}(1)>0$.

Ugaona brzina i ugaono ubrzanje prenosnog elementa:

$$\dot{\varphi}(t)=t^2,\ \ddot{\varphi}(t)=2t \Rightarrow \dot{\varphi}(1)=1,\ \ddot{\varphi}(1)=2 \Rightarrow \omega=1\,s^{-1},\ \varepsilon=2\,s^{-2}.$$

Smer ω se poklapa sa smerom porasta ugla φ jer je $\dot{\varphi}(1)>0$.

Smer ε se poklapa sa smerom porasta ugla φ jer je $\ddot{\varphi}(1)>0$.

Intenziteti prenosne brzine i komponenata prenosnog ubrzanja:

$$V_p=V_{M'}=\overline{OM}\cdot\omega=1\frac{m}{s},$$

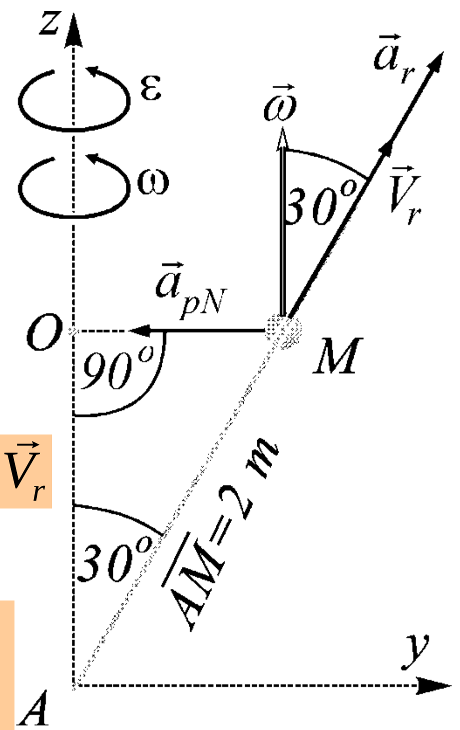
$$a_{pN}=a_{M'N}=\overline{OM}\cdot\omega^2=1\frac{m}{s^2},$$

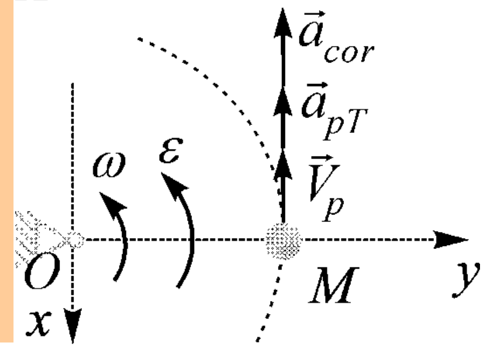
$$a_{pT}=a_{M'T}=\overline{OM}\cdot\varepsilon=2\frac{m}{s^2}.$$

Koriolisovo ubrzanje: $\vec{a}_{cor}=2\vec{\omega}\times\vec{V}_r$

$$a_{cor}=2\cdot\omega\cdot V_r\cdot\sin 30^0=1\,m/s^2$$

Vektori koji se vektorski množe $\vec{\omega}$ i $\vec{V}_r$ obrazuju ravan zAy. Vektor $\vec{a}_{cor}$, pošto mora biti upravan na tu ravan, ima pravac ose x. Smer vektora $\vec{a}_{cor}$, određen pravilom desne ruke, suprotan je od smera ose x.





Određivanje apsolutne brzine:

$$\vec{V} = \vec{V}_p + \vec{V}_r$$

$$x: \quad V_x = -V_p + 0 = -1$$

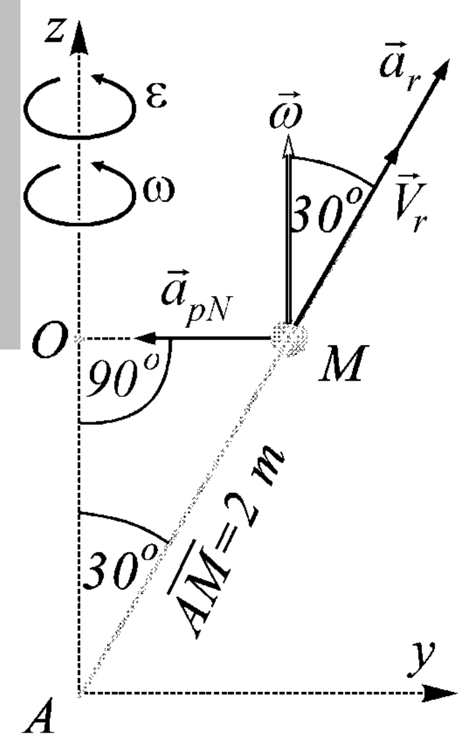
$$y: \quad V_y = 0 + V_r \sin 30^o = \frac{1}{2}$$

$$z: \quad V_z = 0 + V_r \cos 30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad V = \sqrt{V_x{}^2 + V_y{}^2 + V_z{}^2} = \sqrt{2}\ \frac{m}{s}$$

Do istog rezultata se moglo doći i na sledeći način. Pošto su $\vec{V}_p$ i $\vec{V}_r$ međusobno upravne komponente apsolutne brzine, intenzitet apsolutne brzine je

$$V = \sqrt{V_p{}^2 + V_r{}^2}.$$



Određivanje apsolutnog ubrzanja:

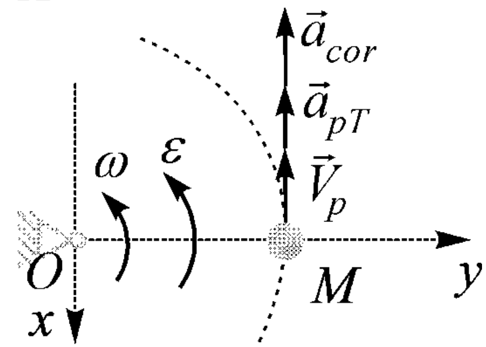
$$\vec{a} = \vec{a}_{pN} + \vec{a}_{pT} + \vec{a}_r + \vec{a}_{cor}$$

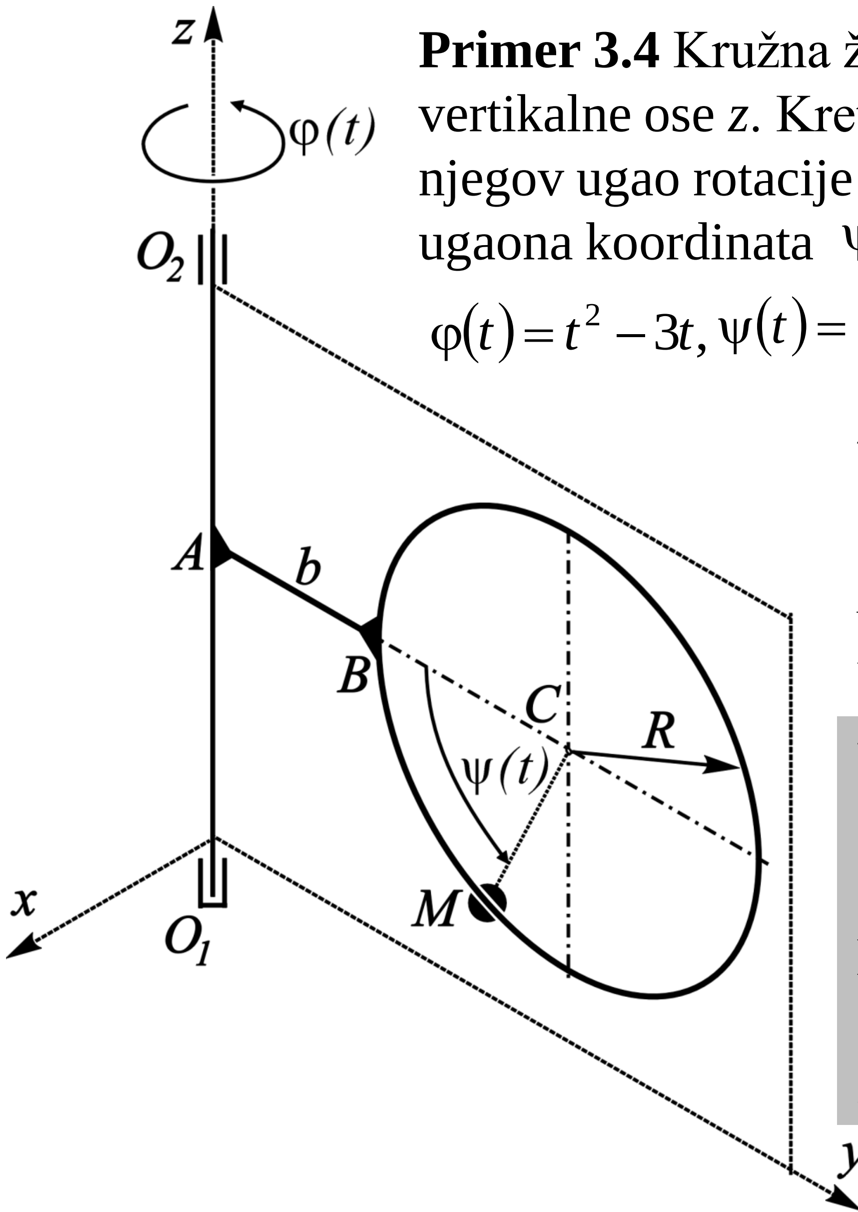
$$x: \quad a_x = 0 - a_{pT} + 0 - a_{cor} = -3$$

$$y: \quad a_y = -a_{pN} + 0 + a_r \sin 30^o + 0 = 0$$

$$z: \quad a_z = 0 + 0 + a_r \cos 30^o + 0 = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \quad a = \sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 + a_z{}^2} = 2\sqrt{3}\ \frac{m}{s^2}$$





Primer 3.4 Kružna žica, koja leži u *yz* ravni, obrće se oko vertikalne ose z. Kretanje prenosnog elementa (žice) definiše njegov ugao rotacije $\varphi(t)$ a relativno kružno kretanje definiše ugaona koordinata $\psi(t)$ gde je $R = 1\,m$. Podaci su:

$$\varphi(t) = t^2 - 3t,\ \psi(t) = t^2 - t + \frac{3\pi}{2},\ b = 1\,m, \quad (t[s], \psi[rad], \varphi[rad]).$$

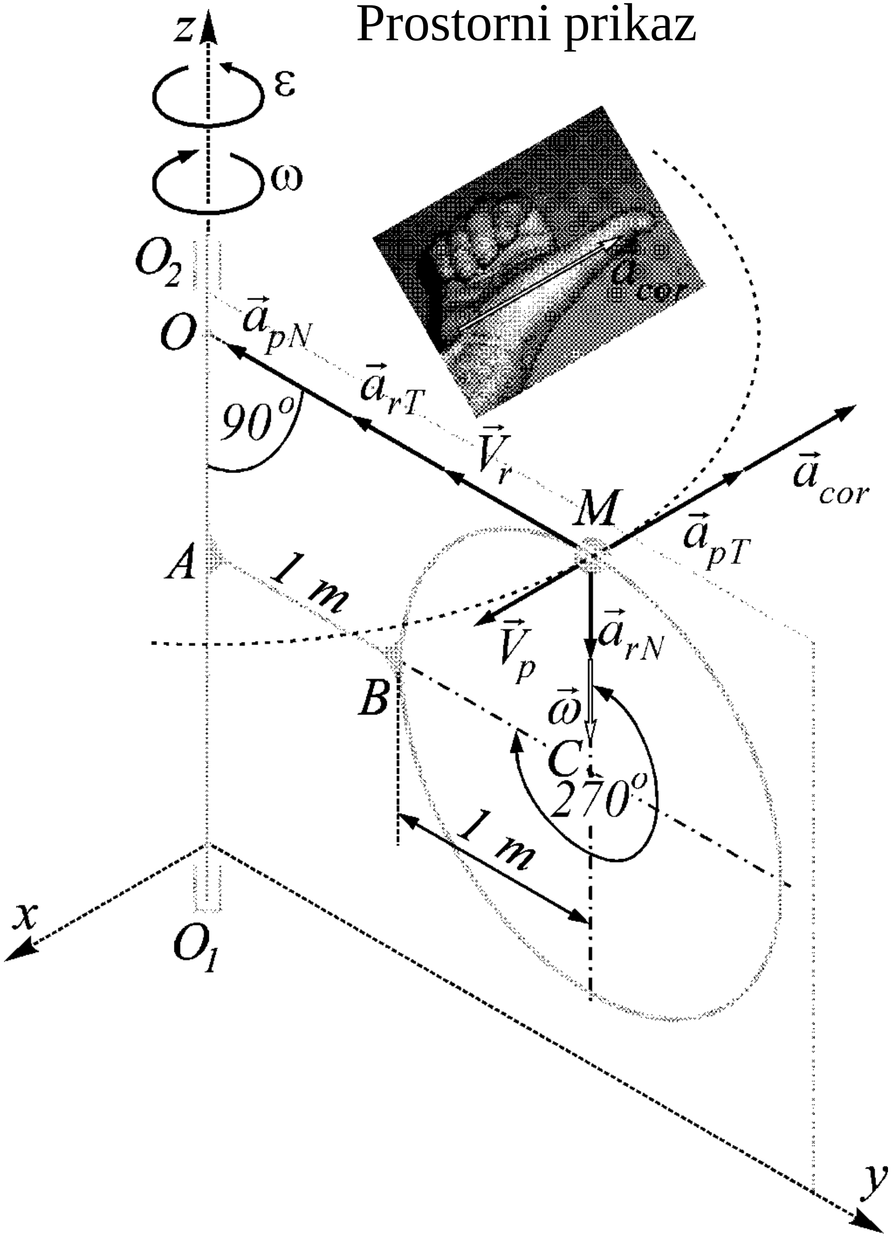
Za zadate podatke nacrtati položaj sistema trenutku $\bar{t} = 1\,s$ i u tom trenutku odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje tačke *M* koja vrši složeno kretanje?

U ovom zadatku kretanje prenosnog elementa je obrtanje oko nepomične ose a relativno kretanje je kružno.

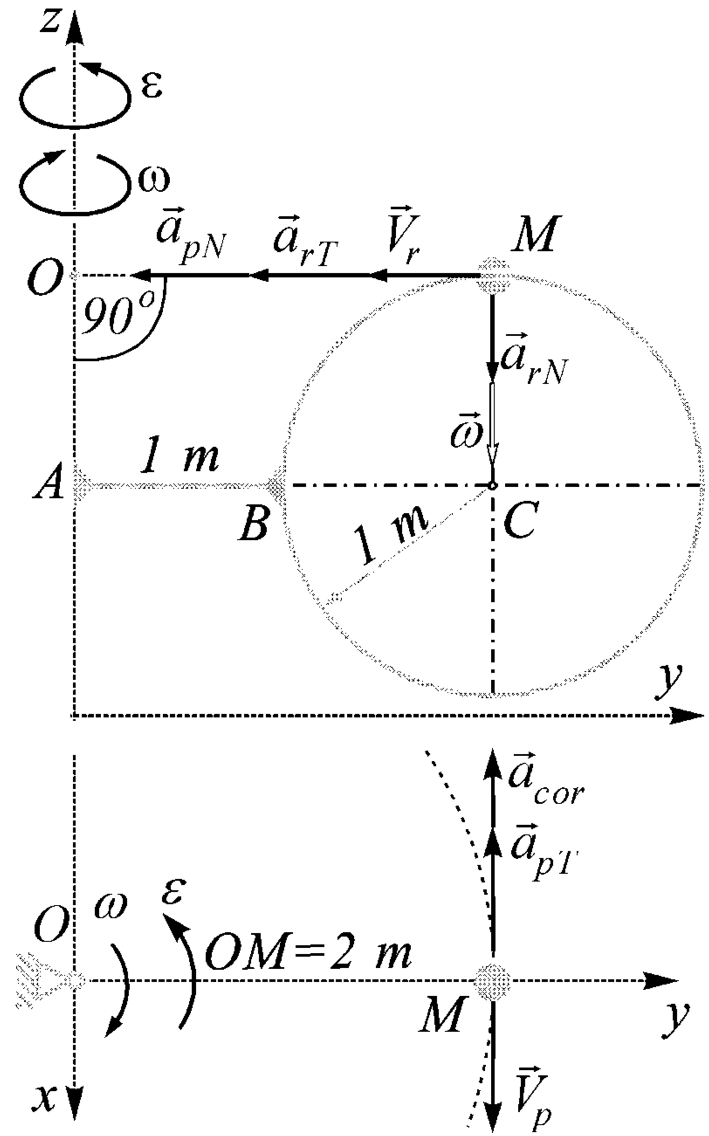
Položaj tačke *M* u odnosu na prenosni element određuje koordinata $\psi(t)$ koja za $\bar{t} = 1\,s$ iznosi

$$\psi(1) = \frac{3\pi}{2} = 270^0.$$

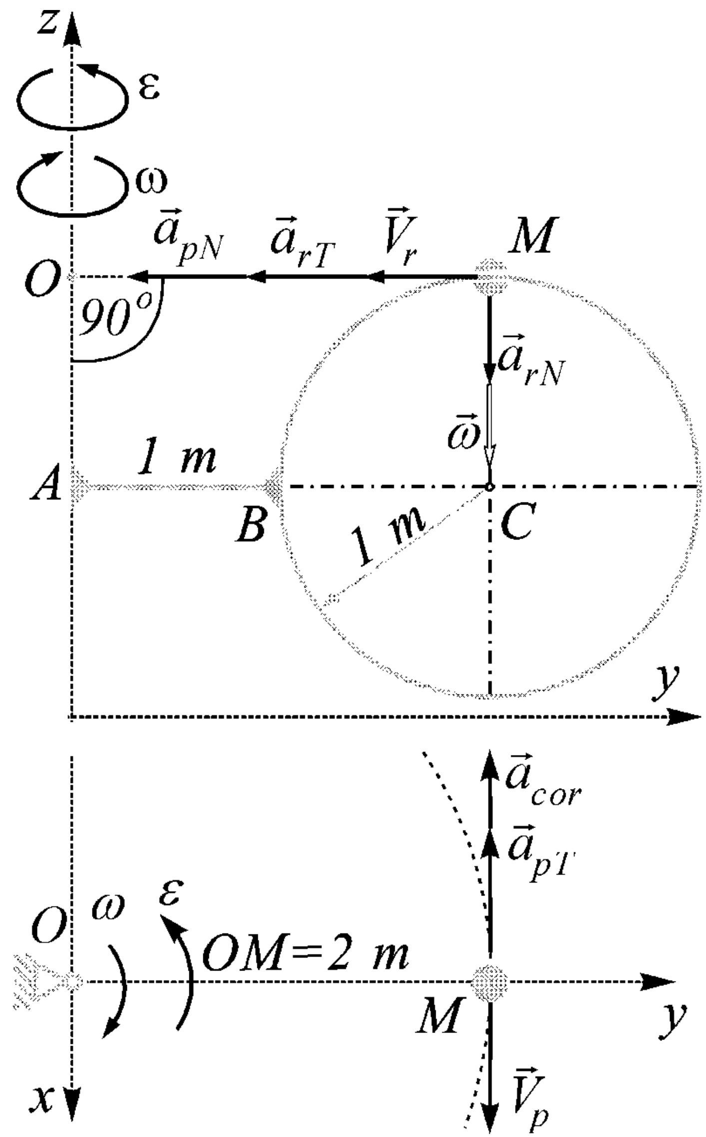
Prostorni prikaz



Prikaz u projekcijama



U zadatom trenutku vremena rastojanje $\overline{OM}$ (važno za određivanje prenosne brzine i prenosnog ubrzanja), iznosi $\overline{OM} = b + R = 2m$.



Relativna brzina i relativno ubrzanje:

Uvođenjem relativne kružne koordinate $s(t) = R \cdot \psi(t)$ dobija se da je $s(t) = t^2 - t + \frac{3\pi}{2}$.

$$\dot{s}(t) = 2t - 1 \quad \Rightarrow \quad \dot{s}(1) = 1 \quad \Rightarrow \quad V_r = 1\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \quad a_{rN} = \frac{V_r^2}{R} = 1\frac{m}{s^2}$$

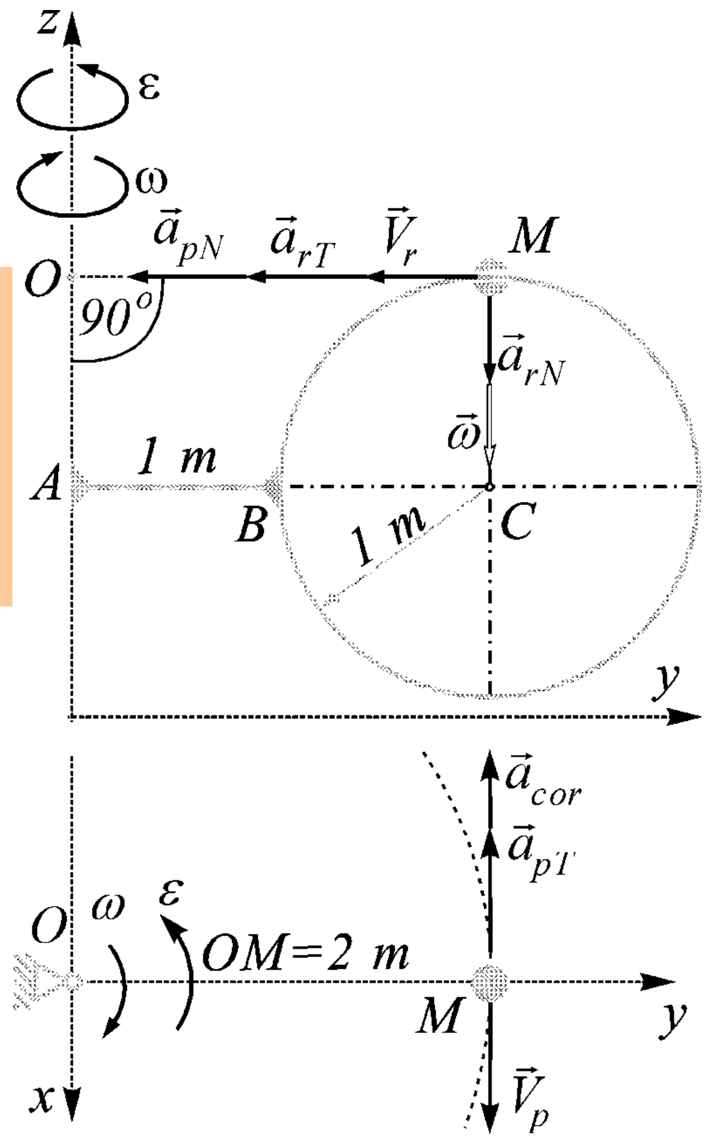
$$\ddot{s}(t) = 2 \quad \Rightarrow \quad \ddot{s}(1) = 2 \quad \Rightarrow \quad a_{rT} = 2\frac{m}{s^2}$$

Smerovi vektora $\vec{V}_r$ i $\vec{a}_{rT}$ poklapaju se sa smorom porastom koordinate s jer je i $\dot{s}(1) > 0$ i $\ddot{s}(1) > 0$.

Koriolisovo ubrzanje: $\vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega}\times\vec{V}_r$

$\theta = 90^0 \Rightarrow$ $a_{cor} = 2\cdot\omega\cdot V_r = 2\,\dfrac{m}{s^2}$

Vektori koji se vektorski množe $\vec{\omega}$ i $\vec{V}_r$ obrazuju ravan *zAy*. Vektor $\vec{a}_{cor}$, pošto mora biti upravan na tu ravan, ima pravac ose *x*. Smer vektora $\vec{a}_{cor}$, određen pravilom desne ruke, suprotan je od smera ose *x*.



Određivanje apsolutne brzine (kraći način):

Pošto su $\vec{V}_p$ i $\vec{V}_r$ međusobno upravne komponente apsolutne brzine, intenzitet apsolutne brzine je $V = \sqrt{V_p^{\,2} + V_r^{\,2}} = \sqrt{5}\,\dfrac{m}{s}$.

Određivanje apsolutnog ubrzanja:

$$\vec{a} = \vec{a}_{pN} + \vec{a}_{pT} + \vec{a}_{rN} + \vec{a}_{rT} + \vec{a}_{cor}$$

$$x:\quad a_x = 0 - a_{pT} + 0 + 0 - a_{cor} = -6$$

$$y:\quad a_y = -a_{pN} + 0 + 0 - a_{rT} + 0 = -4$$

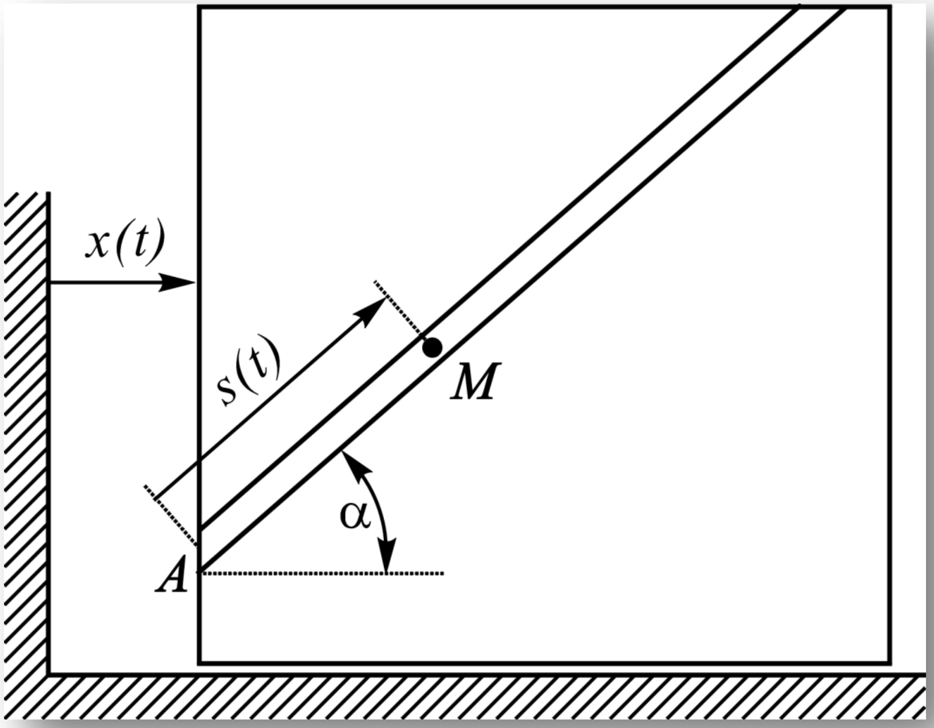
$$z:\quad a_z = 0 + 0 - a_{rN} + 0 + 0 = -1$$

$$\Rightarrow \quad a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2} + a_z^{\,2}} = \sqrt{53}\,\frac{m}{s^2}$$

Primer 3.5

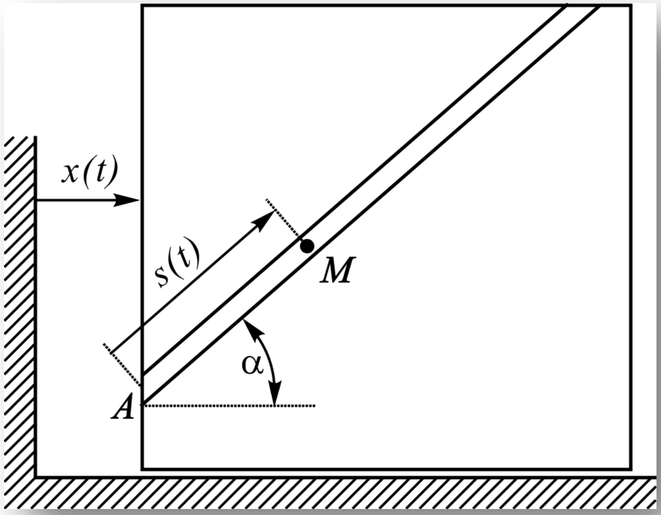
Mehanički sistem, prikazan na slici, kreće se u ravni crteža. Translatorno kretanje prenosnog elementa definiše koordinata $x(t)$ a relativno kretanje definiše koordinata $s(t)$. Podaci su:

$$x(t) = t^3 - 2t^2 + 2,\ s(t) = t^2 - 3t + 3,$$
$$\alpha = 60^0, \quad (t[s],\ x[m],\ s[m]).$$



Za zadate podatke odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje tačke M trenutku $\bar{t} = 1\,s$.

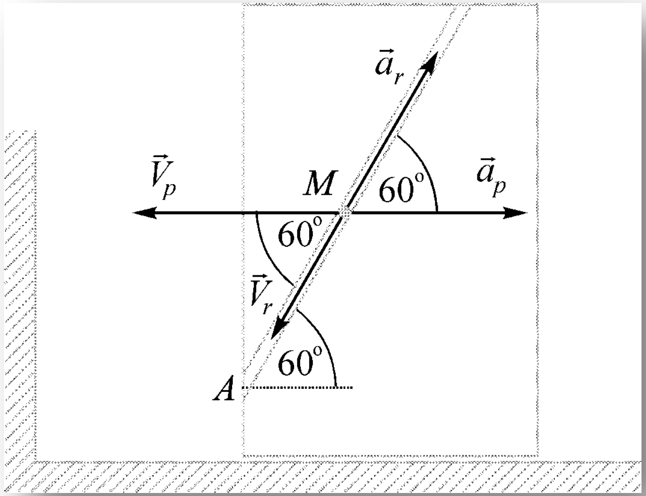
U ovom zadatku, u kom je relativno kretanje pravolinijsko, rastojanje $\overline{AM}$ (relativna koordinata) iznosi $\overline{AM} = s(1) = 1\, m$, mada, ovo rastojanje, kao i vrednost x koordinate, neće imati nikakav uticaj na brzine i ubrzanja.



Prvi i drugi izvod koordinate x, koja definiše prenosno translatorno kretanje, u trenutku $\bar{t} = 1\, s$ su:

$$\dot{x}(t) = 3t^2 - 4t,\ \ddot{x}(t) = 6t - 4 \quad \Rightarrow \dot{x}(1) = -1,\ \ddot{x}(1) = 2 \quad \Rightarrow V_p = 1\frac{m}{s},\ a_p = 2\frac{m}{s^2}$$

Smer vektora $\vec{a}_p$ poklapa se sa smerom porastom koordinate x zbog $\ddot{x}(1) > 0$, a smer vektora $\vec{V}_p$ je suprotan od smera porasta koordinate x zbog $\dot{x}(1) < 0$.

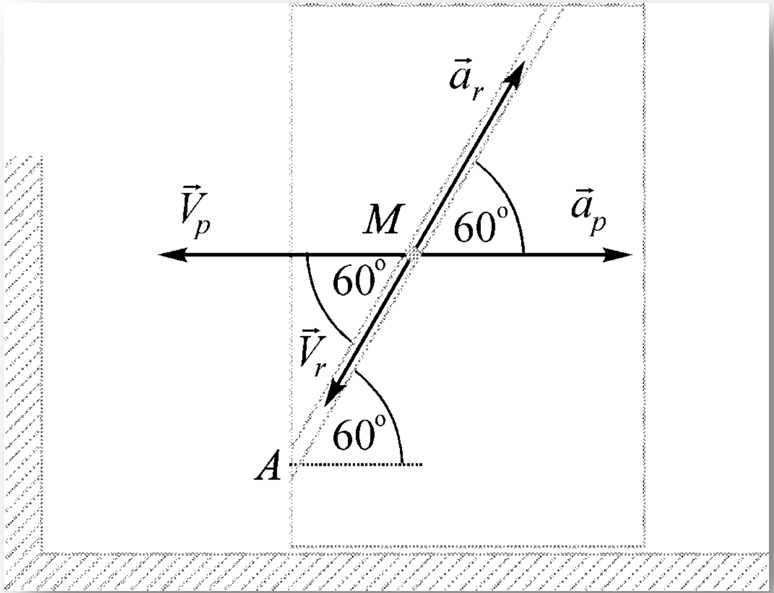


Relativna brzina i relativno ubrzanje:

$$\boxed{\dot{s}(t)=2t-3,\ \ddot{s}(t)=2 \quad\Rightarrow\quad \dot{s}(1)=-1,\ \ddot{s}(1)=2 \quad\Rightarrow\quad V_r=1\frac{m}{s},\quad a_r=2\frac{m}{s^2}.}$$

Smer vektora $\vec{a}_r$ poklapa se sa smerom porastom koordinate *s* zbog $\ddot{s}(1)>0$, a smer vektora $\vec{V}_r$ je suprotan od smera porasta koordinate *s* zbog $\dot{s}(1)<0$.

Primetimo da Koriolisovog ubrzanja, pri translatornom prenosnom kretanju, nema, zbog toga što je ω=0.



Određivanje apsolutne brzine:

$$\vec{V}=\vec{V}_p+\vec{V}_r$$

$$x:\quad V_x=-V_p-V_r\cos 60^o=-\frac{3}{2}$$

$$y:\quad V_y=0-V_r\sin 60^o=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow\quad V=\sqrt{V_x^{\,2}+V_y^{\,2}}=\sqrt{3}\,\frac{m}{s}$$

Određivanje apsolutnog ubrzanja:

$$\vec{a}=\vec{a}_p+\vec{a}_r\Rightarrow$$

$$x:\quad a_x=a_p+a_r\cos 60^o=3$$

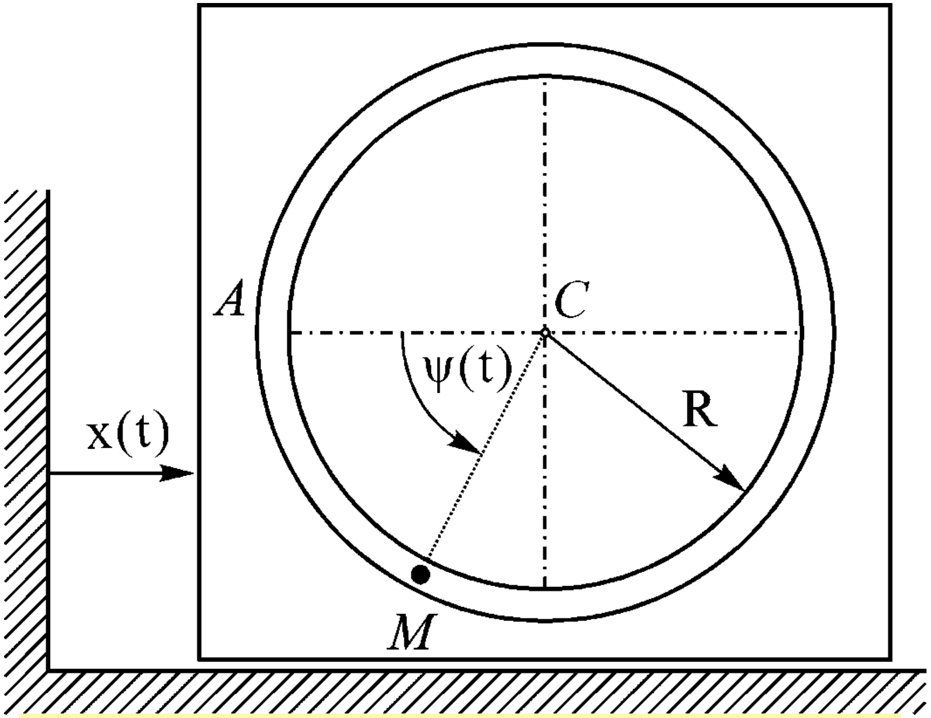
$$y:\quad a_y=0+a_r\sin 60^o=\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow\quad a=\sqrt{a_x^{\,2}+a_y^{\,2}}=2\sqrt{3}\,\frac{m}{s^2}$$

Primer 3.6 Mehanički sistem, prikazan na slici, kreće se u ravni crteža. Translatorno kretanje prenosnog elementa definiše koordinata $x(t)$ a relativno kružno kretanje definiše koordinata $\psi(t)$, gde je $R = 1\,m$. Podaci su:

$x(t) = 4t^3 - 7t^2 + 4t,$

$\psi(t) = 3t^2 - 3t + \pi/6, (t[s], x[m], \psi[rad]).$



Za zadate podatke nacrtati položaj sistema u trenutku $\bar{t} = 1\,s$ i u tom trenutku odrediti apsolutnu brzinu i apsolutno ubrzanje tačke *M* koja vrši složeno kretanje?

Relativna brzina i relativno ubrzanje:

Uvođenjem relativne kružne koordinate $s(t) = R \cdot \psi(t)$ dobija se da je $s(t) = 3t^2 - 3t + \pi/6.$

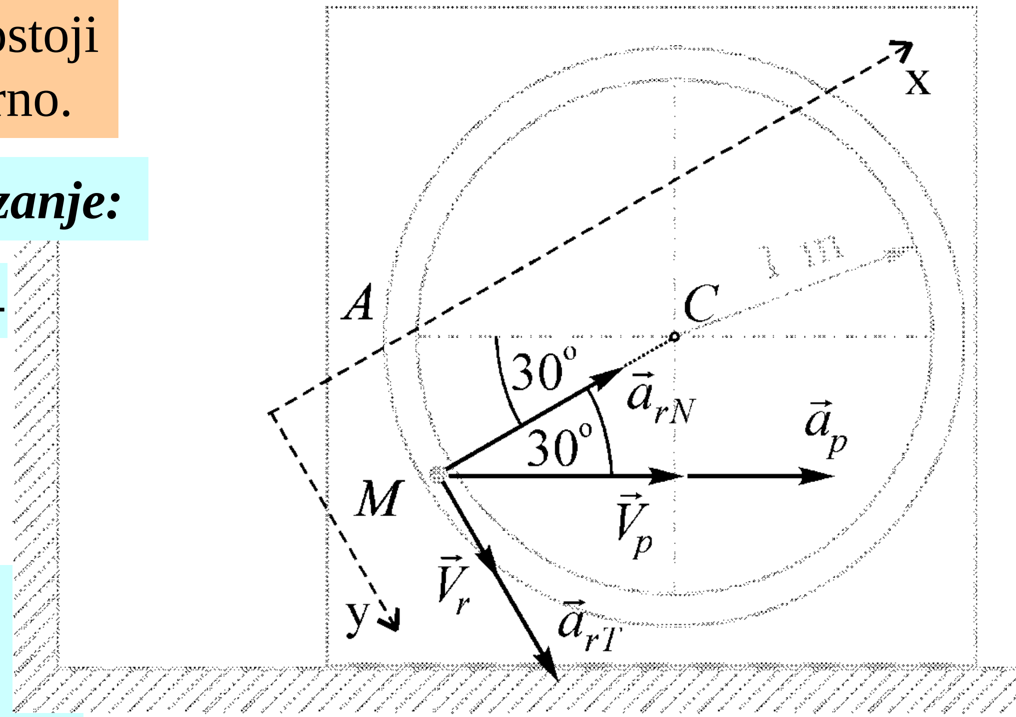
$$\dot{s}(t) = 6t - 3 \quad \Rightarrow \quad \dot{s}(1) = 3 \quad \Rightarrow \quad V_r = 3\,\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \quad a_{rN} = \frac{V_r^2}{R} = 9\,\frac{m}{s^2}$$

$$\ddot{s}(t) = 6 \quad \Rightarrow \quad \ddot{s}(1) = 6 \quad \Rightarrow \quad a_{rT} = 6\,\frac{m}{s^2}$$

Smerovi vektora $\vec{V}_r$ i $\vec{a}_{rT}$ poklapaju se sa smorom porastom koordinate *s* jer je i $\dot{s}(1) > 0$ i $\ddot{s}(1) > 0.$

Ovde ***Koriolisovo ubrzanje*** ne postoji jer je prenosno kretanje translatorno.



Prenosna brzina i prenosno ubrzanje:

$$\dot{x}(t) = 12t^2 - 14t + 4, \; \ddot{x}(t) = 24t - 14$$

$$\Rightarrow \quad \dot{x}(1) = 2, \quad \ddot{x}(1) = 10$$

$$\Rightarrow V_p = 2\,\frac{m}{s}, \quad a_p = 10\,\frac{m}{s^2}.$$

Smerovi vektora $\vec{V}_p$ i $\vec{a}_p$ poklapaju se sa smorom porasta koordinate x zbog $\dot{x}(1) > 0$ i $\ddot{x}(1) > 0$.

Određivanje apsolutne brzine:

$$\vec{V} = \vec{V}_p + \vec{V}_r$$

$$x: \quad V_x = V_p \cos 30^o + 0 = \sqrt{3}$$

$$y: \quad V_y = V_p \sin 30^o + V_r = 4$$

$$\Rightarrow \quad V = \sqrt{V_x^{\,2} + V_y^{\,2}} = \sqrt{19}\,\frac{m}{s}$$

Određivanje apsolutnog ubrzanja:

$$\vec{a} = \vec{a}_p + \vec{a}_{rN} + \vec{a}_{rT}$$

$$x: \quad a_x = a_p \cos 30^o + a_{rN} + 0 = 5\sqrt{3} + 9$$

$$y: \quad a_y = a_p \sin 30^o + 0 + a_{rT} = 11$$

$$a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2}} = \sqrt{\left(5\sqrt{3}+9\right)^2 + 11^2} \approx 20{,}8\,\frac{m}{s^2}$$

POTVRDA JEDNAKOSTI $\vec{V} = \vec{V}_p + \vec{V}_r$ I $\vec{a} = \vec{a}_p + \vec{a}_r + \vec{a}_{cor}$ ZA SLUČAJ KADA PRENOSNI ELEMENT VRŠI OPŠTE RAVNO KRETANJE

Relativna brzina i relativno ubrzanje:

$$\overrightarrow{AM} = \vec{\rho} = \xi\vec{e}_1 + \eta\vec{e}_2,$$

$$\vec{V}_r = \dot{\xi}\vec{e}_1 + \dot{\eta}\vec{e}_2, \quad \vec{a}_r = \ddot{\xi}\vec{e}_1 + \ddot{\eta}\vec{e}_2$$

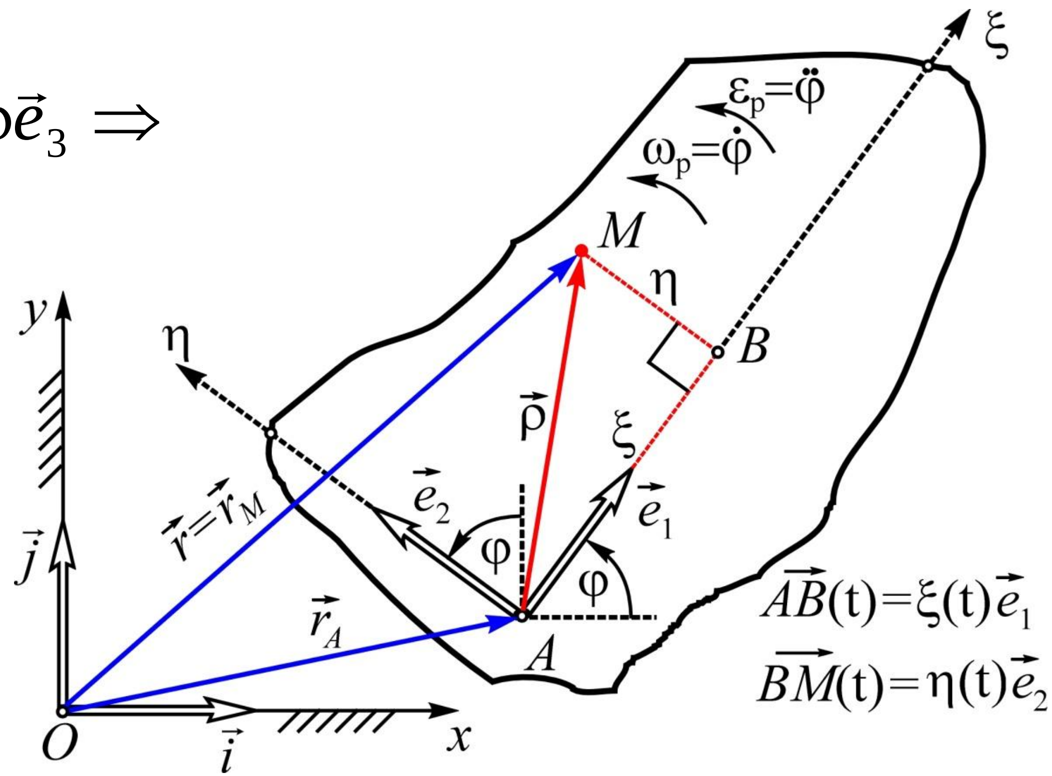
Koriolisovo ubrzanje:

$$\vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega}_p \times \vec{V}_r, \quad \vec{\omega}_p = \dot{\varphi}\vec{e}_3 \Rightarrow$$

$$\vec{a}_{cor} = 2\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 0 & 0 & \dot{\varphi} \\ \dot{\xi} & \dot{\eta} & 0 \end{vmatrix} = -2\dot{\varphi}\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 \\ \dot{\xi} & \dot{\eta} \end{vmatrix}$$

$$\vec{a}_{cor} = -2\dot{\varphi}\left(\dot{\eta}\vec{e}_1 - \dot{\xi}\vec{e}_2\right) \Rightarrow$$

$$\vec{a}_{cor} = -2\dot{\varphi}\dot{\eta}\vec{e}_1 + 2\dot{\varphi}\dot{\xi}\vec{e}_2$$



Prenosna brzina i prenosno ubrzanje:

$$\vec{V}_p = \vec{V}_{M'} = \vec{V}_B + \vec{V}_{M'}^B, \quad \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_B^A \quad \Rightarrow \quad \vec{V}_p = \vec{V}_A + \vec{V}_B^A + \vec{V}_{M'}^B$$

$$\vec{V}_B^A = \xi\dot{\varphi}\vec{e}_2, \quad \vec{V}_{M'}^B = -\eta\dot{\varphi}\vec{e}_1 \quad \Rightarrow \boxed{\vec{V}_p = \vec{V}_A + \xi\dot{\varphi}\vec{e}_2 - \eta\dot{\varphi}\vec{e}_1}$$

$$\vec{a}_p = \vec{a}_{M'} = \vec{a}_B + \vec{a}_{M'N}^B + \vec{a}_{M'T}^B, \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BN}^A + \vec{a}_{BT}^A \Rightarrow \vec{a}_p = \vec{a}_A + \vec{a}_{BN}^A + \vec{a}_{BT}^A + \vec{a}_{M'N}^B + \vec{a}_{M'T}^B$$

$$\vec{a}_{BN}^A = -\xi\dot{\varphi}^2\vec{e}_1, \quad \vec{a}_{BT}^A = \xi\ddot{\varphi}\vec{e}_2, \quad \vec{a}_{M'N}^B = -\eta\dot{\varphi}^2\vec{e}_2, \quad \vec{a}_{M'T}^B = -\eta\ddot{\varphi}\vec{e}_1 \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{a}_p = \vec{a}_A - \xi\dot{\varphi}^2\vec{e}_1 + \xi\ddot{\varphi}\vec{e}_2 - \eta\dot{\varphi}^2\vec{e}_2 - \eta\ddot{\varphi}\vec{e}_1}$$

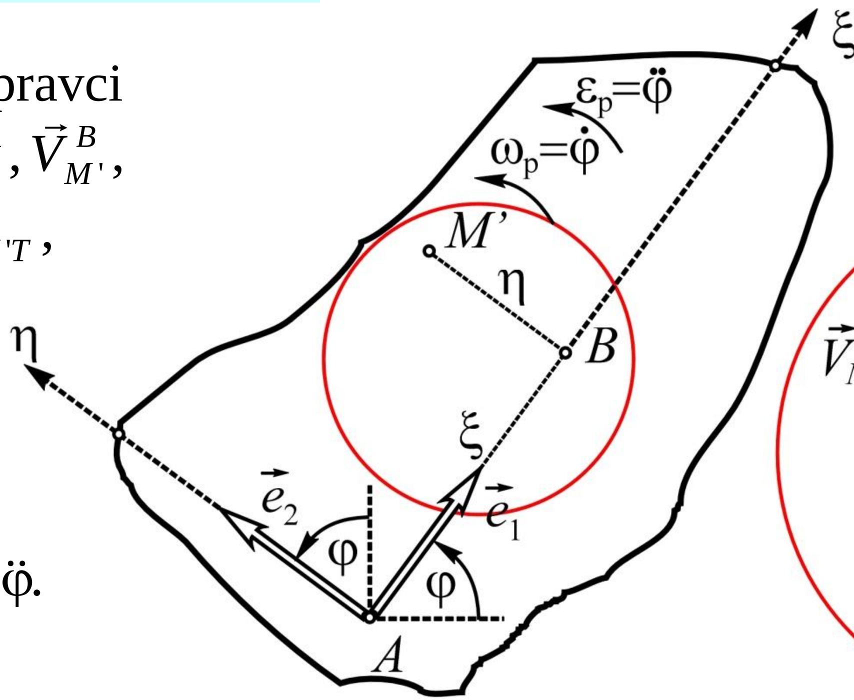
$$\boxed{\begin{aligned}\vec{V}_p &= \vec{V}_{M'}\\ \vec{a}_p &= \vec{a}_{M'}\end{aligned}}$$

Na Sl.2 prikazani su pravci i smerovi vektora $\vec{V}_B^A, \vec{V}_{M'}^B$, $\vec{a}_{BN}^A, \vec{a}_{BT}^A, \vec{a}_{M'N}^B$ i $\vec{a}_{M'T}^B$, čiji intenziteti su:

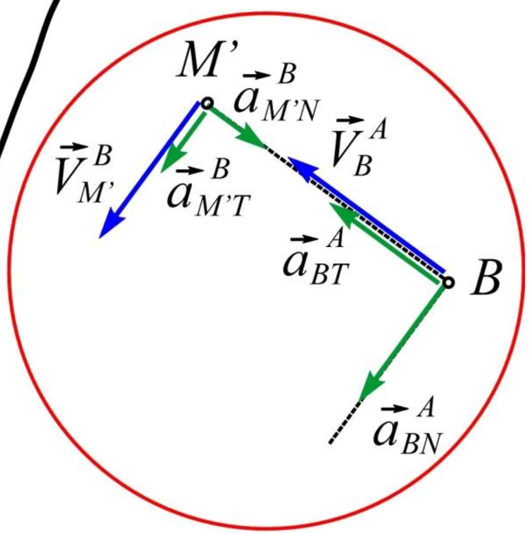
$$\vec{V}_B^A = \xi\dot{\varphi}, \vec{V}_{M'}^B = \eta\dot{\varphi},$$

$$a_{BN}^A = \xi\dot{\varphi}^2, a_{BT}^A = \xi\ddot{\varphi},$$

$$a_{M'N}^B = \eta\dot{\varphi}^2, a_{M'T}^B = \eta\ddot{\varphi}.$$



1)



2)

Apsolutna brzina i apsolutno ubrzanje:

$$\vec r=\vec r_M=\vec r_A+\vec\rho,\quad \dot{\vec e}_1=\dot\varphi\vec e_2,\quad \dot{\vec e}_2=-\dot\varphi\vec e_1,$$

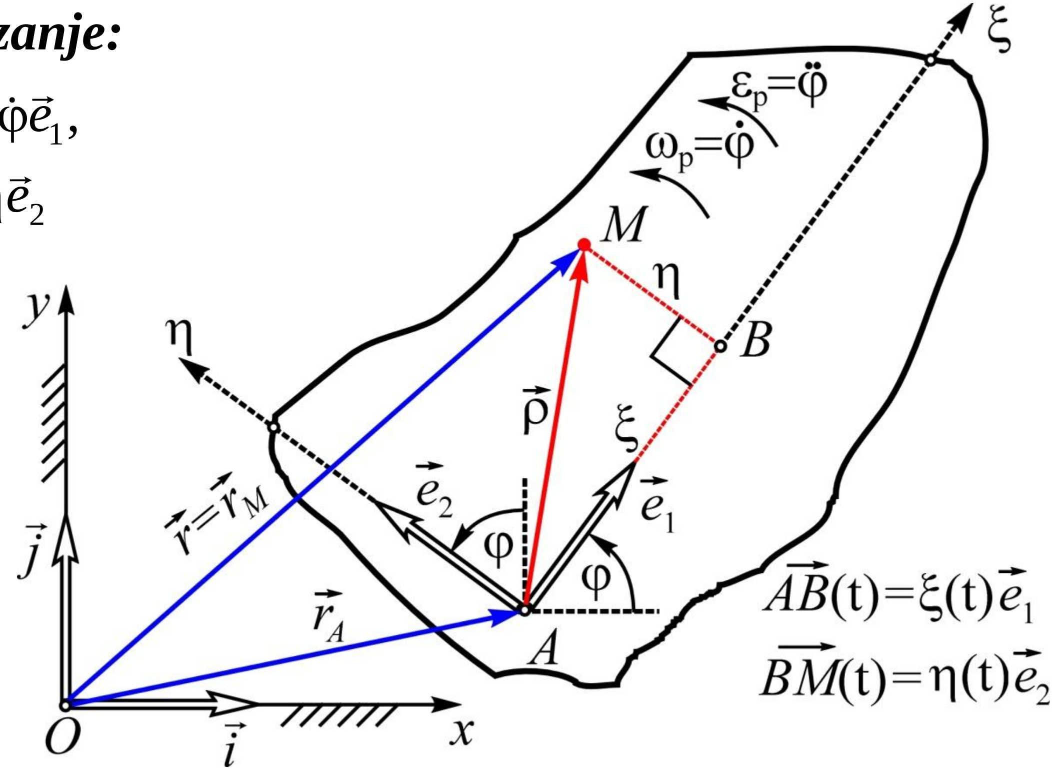
$$\vec\rho=\xi\vec e_1+\eta\vec e_2\quad\Rightarrow\quad \vec r=\vec r_A+\xi\vec e_1+\eta\vec e_2$$

$$\frac{d}{dt}\Big|\vec r=\vec r_A+\xi\vec e_1+\eta\vec e_2\quad\Rightarrow$$

$$\vec V=\vec V_A+\xi\dot{\vec e}_1+\eta\dot{\vec e}_2+\dot\xi\vec e_1+\dot\eta\vec e_2\Rightarrow$$

$$\vec V=\vec V_A+\xi\dot\varphi\vec e_2-\eta\dot\varphi\vec e_1+\dot\xi\vec e_1+\dot\eta\vec e_2$$

$$\Rightarrow\quad \vec V=\vec V_p+\vec V_r$$



$$\frac{d}{dt}\Big|\vec V=\vec V_A+\xi\dot\varphi\vec e_2-\eta\dot\varphi\vec e_1+\dot\xi\vec e_1+\dot\eta\vec e_2$$

$$\Rightarrow\quad \vec a=\vec a_A+\frac{d}{dt}(\xi\dot\varphi)\vec e_2+\xi\dot\varphi\dot{\vec e}_2-\frac{d}{dt}(\eta\dot\varphi)\vec e_1-\eta\dot\varphi\dot{\vec e}_1+\dot\xi\dot{\vec e}_1+\dot\eta\dot{\vec e}_2+\ddot\xi\vec e_1+\ddot\eta\vec e_2\quad\Rightarrow$$

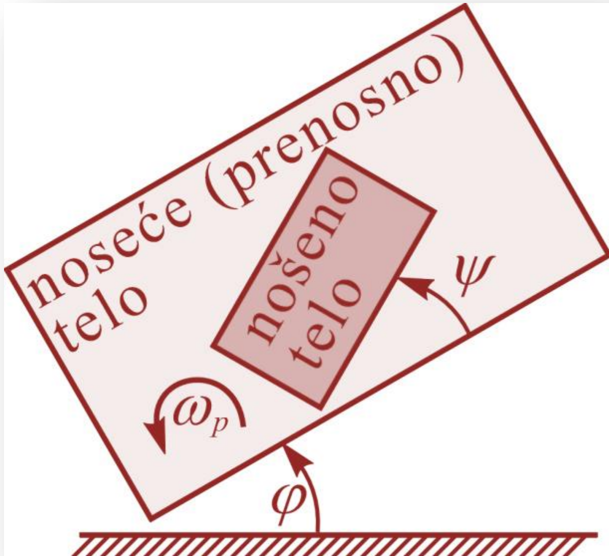
$$\vec a=\vec a_A+(\dot\xi\dot\varphi+\xi\ddot\varphi)\vec e_2-\xi\dot\varphi^2\vec e_1-(\dot\eta\dot\varphi+\eta\ddot\varphi)\vec e_1-\eta\dot\varphi^2\vec e_2+\dot\xi\dot\varphi\vec e_2-\dot\eta\dot\varphi\vec e_1+\ddot\xi\vec e_1+\ddot\eta\vec e_2$$

$$\Rightarrow\quad \vec a=\vec a_A+\dot\xi\dot\varphi\vec e_2+\xi\ddot\varphi\vec e_2-\xi\dot\varphi^2\vec e_1-\dot\eta\dot\varphi\vec e_1-\eta\ddot\varphi\vec e_1-\eta\dot\varphi^2\vec e_2+\dot\xi\dot\varphi\vec e_2-\dot\eta\dot\varphi\vec e_1+\ddot\xi\vec e_1+\ddot\eta\vec e_2$$

$$\Rightarrow\quad \vec a=\vec a_A-\xi\dot\varphi^2\vec e_1+\xi\ddot\varphi\vec e_2-\eta\dot\varphi^2\vec e_2-\eta\ddot\varphi\vec e_1+\ddot\xi\vec e_1+\ddot\eta\vec e_2+\left(-2\dot\varphi\dot\eta\vec e_1+2\dot\varphi\dot\xi\vec e_2\right)$$

$$\Rightarrow\quad \vec a=\vec a_p+\vec a_r+\vec a_{cor}$$

85. Slaganje ugaonih brzina pri složenom kretanju krutog tela



Ovde se ugrađujemo na takvo složeno kretanje tela gde je i prenosno i relativno kretanje, u najtežoj varijanti, opšte ravno, kao na slici. Ovde je jedini cilj da se za poznatu ugaonu brzinu prenosnog tela ω_p i poznatu relativnu ugaonu brzinu ω_r (tj. ugaonu brzinu nošenog tela, koje vrši složeno kretanje, u odnosu na prenosno telo) odredi apsolutna ugaona brzina nošenog tela ω (tj. njegovu ugaonu brzinu u odnosu na okolinu koja miruje).

Formula koja povezuje ove ugaone brzine je:

$$\boxed{\omega = \omega_p \pm \omega_r\,.}$$

Ovde se smer ugaone brzine ω poklapa sa smerom ω_p, dok je predznak ispred ω_r „+“ ako se smerovi od ω_r i ω_p poklapaju, a „-“ ako su suprotni.

Za slučaj sa slike, gde je $\omega_p = \dot{\varphi}$, smera suprotnog od kazaljke na satu, a $\omega_r = \dot{\psi}$, istog smera kao i ω_p, apsolutna ugaona brzina nošenog tela je takođe smera suprotnog od kazaljke na satu:

$$\boxed{\omega = \omega_p + \omega_r = \dot{\varphi} + \dot{\psi},}$$

Šta smo naučili?

82. **Složeno kretanje tačke. Prenosno kretanje. Relativno i apsolutno kretanje tačke koja vrši složeno kretanje.**
83. **Vektori relativne, prenosne i apsolutne brzine i jednakost koja ih povezuje.**
84. **Vektori relativnog, prenosnog, Koriolisovog i apsolutnog ubrzanja tačke koja vrši složeno kretanje i jednakost koja ih povezuje.**
85. **Slaganje ugaonih brzina pri složenom kretanju krutog tela.**

Mehanika
Predavanja 13

D. Radomirović, M. Zuković

Novi Sad, 2022.