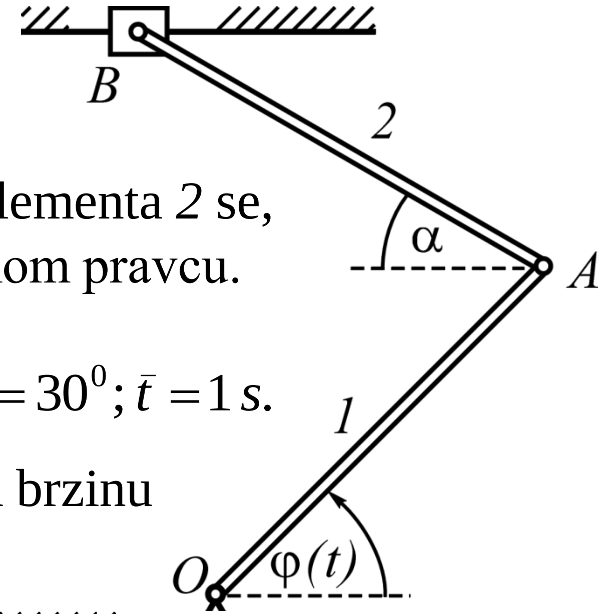
Primer 2.5 Mehanički sistem, prikazan na slici, sačinjen je od elementa *1* (štapa *OA*), koji vrši obrtanje oko zgloba *O*, i elementa *2* (štapa *AB*), zglobno vezanog u tački *A* sa elementom *1*. Tačka *B* elementa *2* se, posredstvom klizača, kreće pravolinijski u horizontalnom pravcu.

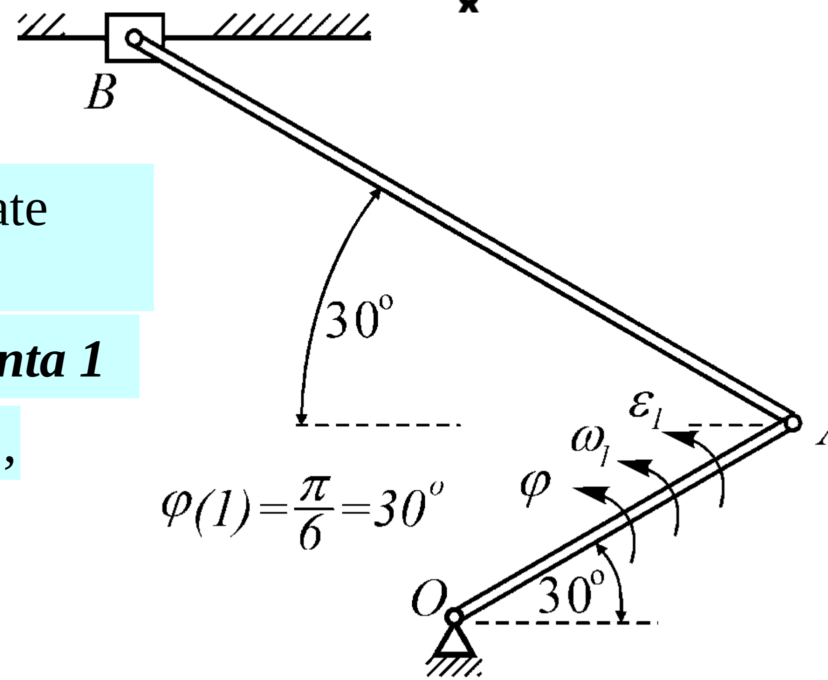


Podaci su:

$$\varphi(t)=t^2-t+\pi/6 \quad \varphi[rad],t[s];\ \overline{OA}=1\,m;\ \overline{AB}=2\,m;\ \alpha=30^0;\ \bar{t}=1\,s.$$

Na osnovu zadatog ugla rotacije $\varphi(t)$ odrediti ugaonu brzinu i ugaono ubrzanje elementa *1* u trenutku $\bar{t}$ i nacrtati položaj sistema u tom trenutku i odrediti brzinu i ubrzanje tačke *B* kao i ugaonu brzinu i ugaono ubrzanje elementa *2*?

Položaj sistema u trenutku $\bar{t}=1\,s$ za zadate podatke prikazan je na slici



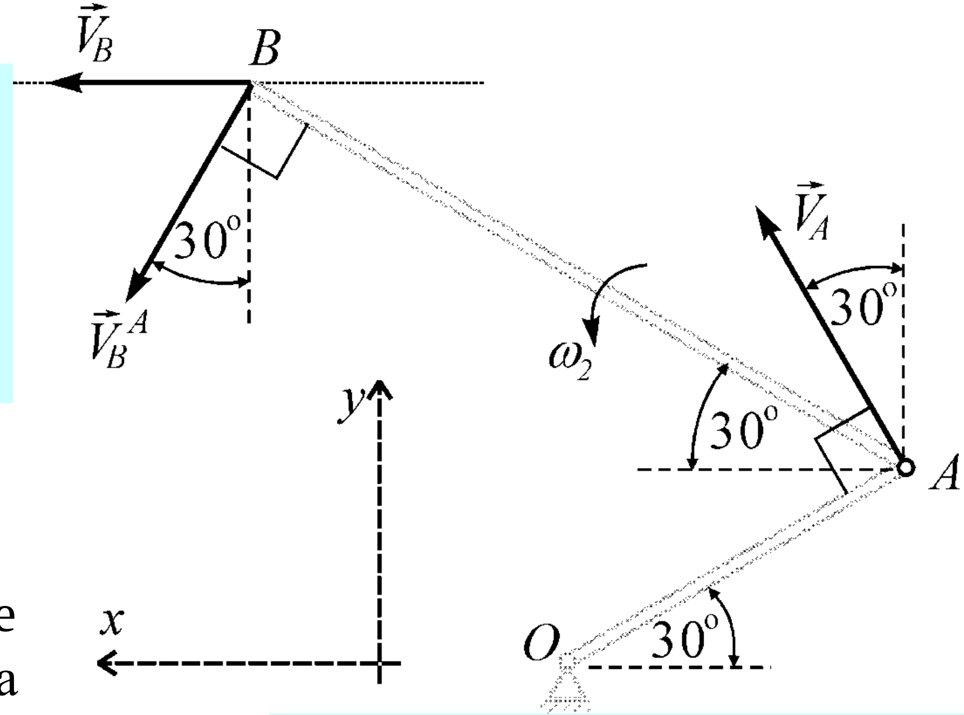
Ugaona brzina i ugaono ubrzanje elementa 1

$$\dot{\varphi}(t)=2t-1 \quad\Rightarrow\quad \dot{\varphi}(1)=1 \quad\Rightarrow\quad \omega_1=1\,s^{-1},$$

$$\ddot{\varphi}(t)=2 \quad\Rightarrow\quad \ddot{\varphi}(1)=2 \quad\Rightarrow\quad \varepsilon_1=2\,s^{-2}.$$

Analiza brzina

Zbog pripadnosti tačke A elementu 1 koji se obrće oko nepomične ose, vektor brzine te tačke, prikazan na slici, u potpunosti je poznat. Njegov intenzitet je $V_A = \overline{OA} \cdot \omega_1 = 1\frac{m}{s}.$



Pošto element 2 vrši ravno kretanje primenom vektorke formule pa njenim projektovanjem na kordinatne ose dobiće se ugaona brzina elementa 2 i intenzitet brzine tačke *B*:

$$\underline{\vec{V}_B} = \underline{\underline{\vec{V}_A}} + \underline{\vec{V}_B^A}, \qquad V_B^A = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 2\omega_2$$

$$y: \quad 0 = 1 \cdot \cos 30^0 - 2\omega_2 \cdot \cos 30^0 \quad \Rightarrow \quad \omega_2 = \frac{1}{2}\, s^{-1}$$

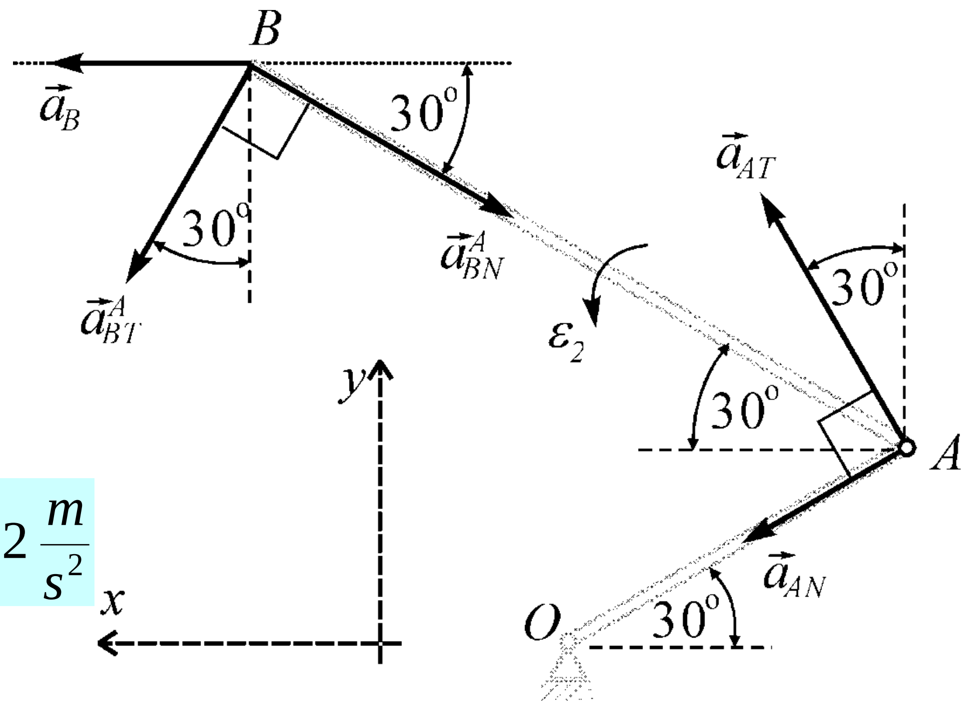
$$x: \quad V_B = 1 \cdot \sin 30^0 + 2\omega_2 \cdot \sin 30^0 \quad \Rightarrow \quad V_B = 1\frac{m}{s}$$

Vektor brzine tačke *B* je horizintalnog pravca, pošto se tačka *B* kreće pravolinijski u horizontalnom pravcu, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, u levu stranu.

Takođe je i za smer vektora $\vec{V}_B^A$ učinjena pretpostavka (samim tim i za smer ugaone brzine ω_2). Zbog činjenice da su rešenja za V_B i ω_2 pozitivnih predznaka obe pretpostavke o smerovima su tačne.

Analiza ubrzanja

Zbog pripadnosti tačke A elementu 1 koji se obrće oko nepomične ose, komponente vektora ubrzanja te tačke, prikazane na slici 2.17, u potpunosti su poznate. Njihovi intenziteti su:



$$a_{AN}=\overline{OA}\cdot\omega_1^{\,2}=1\,\frac{m}{s^2},\quad a_{AT}=\overline{OA}\cdot\varepsilon_1=2\,\frac{m}{s^2}$$

Pošto element 2 vrši ravno kretanje primenom vektorke formule pa njenim projektovanjem na kordinatne ose dobiće se ugaono ubrzanje elementa 2 i intenzitet ubrzanja tačke *B*:

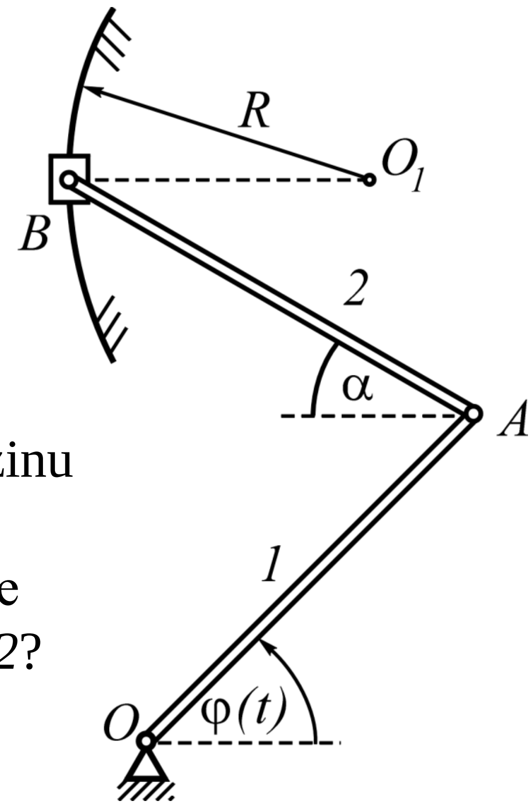
$$\underline{\vec{a}_B}=\underline{\underline{\vec{a}_{AN}}}+\underline{\underline{\vec{a}_{AT}}}+\underline{\underline{\vec{a}^A_{BN}}}+\underline{\vec{a}^A_{BT}}\qquad a^A_{BT}=\overline{AB}\cdot\varepsilon_2=2\varepsilon_2,\quad a^A_{BN}=\overline{AB}\cdot\omega_2^{\,2}=2\,\frac{m}{s^2}$$

$$y:\ 0=-1\cdot\frac{1}{2}+2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-2\cdot\frac{1}{2}-2\varepsilon_2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\ \Rightarrow\varepsilon_2=\frac{2-\sqrt{3}}{2}\,s^{-1}$$

$$x:a_B=1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+2\cdot\frac{1}{2}-2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\left(2-\sqrt{3}\right)\cdot\frac{1}{2}\ \Rightarrow a_B=2-\sqrt{3}\,\frac{m}{s^2}$$

Vektor ubrzanja tačke *B* je horizintalnog pravca, pošto se tačka *B* kreće pravolinijski u horizontalnom pravcu, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, u levu stranu. Takođe je i za smer vektora $\vec{a}_{BT}^{A}$ učinjena pretpostavka (samim tim i za smer ugaonog ubrzanja ε_2). Zbog činjenice da su rešenja za a_B i ε_2 pozitivnih predznaka, obe pretpostavke o smerovima su tačne. Pri projektovanju vektora na koordinatne ose za $\sin 30^o$ pisana je vrednost $1/2$ dok je za $\cos 30^0$ pisana vrednost $\sqrt{3}/2$.

Primer 2.6 Mehanički sistem, prikazan na slici, sačinjen je od elementa *1* (štapa *OA*), koji vrši obrtanje oko zgloba *O*, i elementa *2* (štapa *AB*) zglobno vezanog u tački *A* sa elementom *1*. Tačka *B* elementa *2* se kreće po kružnoj putanji poluprenika $R = 1\,m$ kao što je to na slici prikazano. Podaci su: $\varphi(t) = t^2 - t + \pi/4 \quad \varphi[rad]$, $t[s]$; $\overline{OA} = 2\,m$; $\overline{AB} = 2\,m$; $\alpha = 45^0$; $\bar{t} = 1\,s$.



Na osnovu zadatog ugla rotacije $\varphi(t)$ odrediti ugaonu brzinu i ugaono ubrzanje elementa *1* u trenutku $\bar{t}$ i nacrtati položaj sistema u tom trenutku i odrediti brzinu i ubrzanje tačke *B* kao i ugaonu brzinu i ugaono ubrzanje elementa *2*?

Položaj sistema u trenutku $\bar{t} = 1\,s$ za zadate podatke prikazan je na slici

Ugaona brzina i ugaono ubrzanje elementa 1

$$\dot{\varphi}(t) = 2t - 1 \quad \Rightarrow \quad \dot{\varphi}(1) = 1 \quad \Rightarrow \quad \omega_1 = 1\,s^{-1},$$

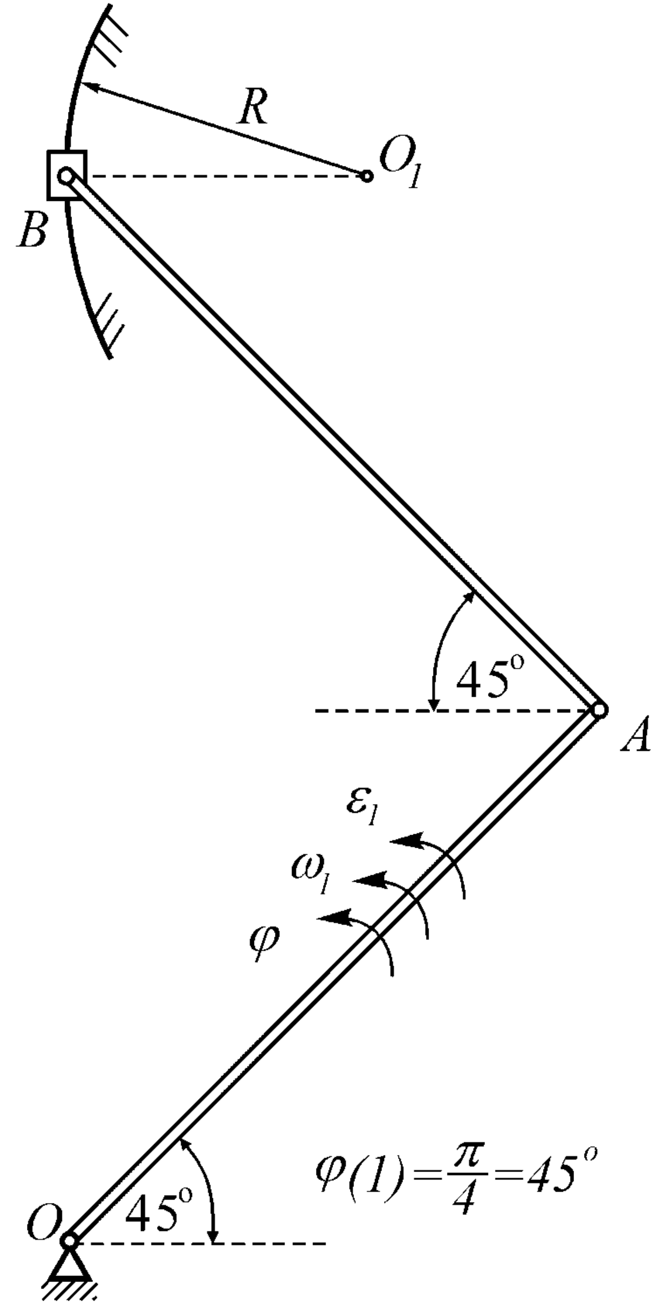
$$\ddot{\varphi}(t) = 2 \quad \Rightarrow \quad \ddot{\varphi}(1) = 2 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_1 = 2\,s^{-2}.$$

Analiza brzina

Zbog pripadnosti tačke A elementu 1 koji se obrće oko nepomične ose, vektor brzine te tačke u potpunosti je poznat. Njegov intenzitet je

$$V_A = \overline{OA} \cdot \omega_1 = 2\frac{m}{s}$$

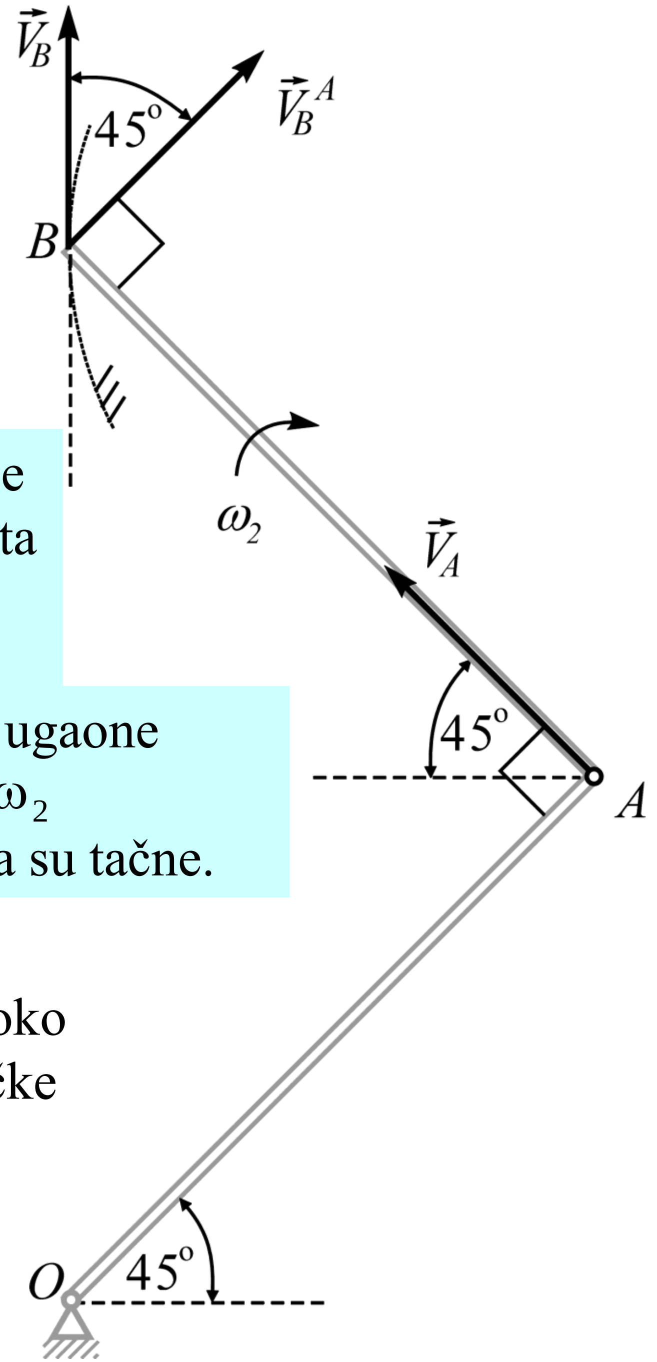
Pošto element 2 vrši ravno kretanje primenom vektorke formule, pa njenim projektovanjem na kordinatne ose dobiće se ugaona brzina elementa 2 i intenzitet brzine tačke *B*:



$$\underline{\vec{V}_B} = \underline{\underline{\vec{V}_A}} + \underline{\vec{V}_B^A}, \qquad V_B^A = \overline{AB}\cdot\omega_2 = 2\omega_2$$

$$x: \quad 0 = -2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\omega_2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow \quad \omega_2 = 1\, s^{-1}$$

$$y: \quad V_B = 2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow \quad V_B = 2\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$$



Vektor brzine tačke *B* je vertikalnog pravca, pošto se tačka *B* kreće po kružnoj putanji kod koje je tangenta u tom trenutku vertikalna, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, naviše. Takođe je i za smer vektora $\vec{V}_B^A$ učinjena pretpostavka (samim tim i za smer ugaone brzine ω_2). Zbog činjenice da su rešenja za V_B i ω_2 pozitivnih predznaka obe pretpostavke o smerovima su tačne.

Analiza ubrzanja

Zbog pripadnosti tačke A elementu 1 koji se obrće oko nepomične ose, komponente vektora ubrzanja te tačke u potpunosti su poznate. Njihovi intenziteti su:

$$a_{AN} = \overline{OA}\cdot\omega_1^2 = 2\,\frac{m}{s^2}, \quad a_{AT} = \overline{OA}\cdot\varepsilon_1 = 4\,\frac{m}{s^2}.$$

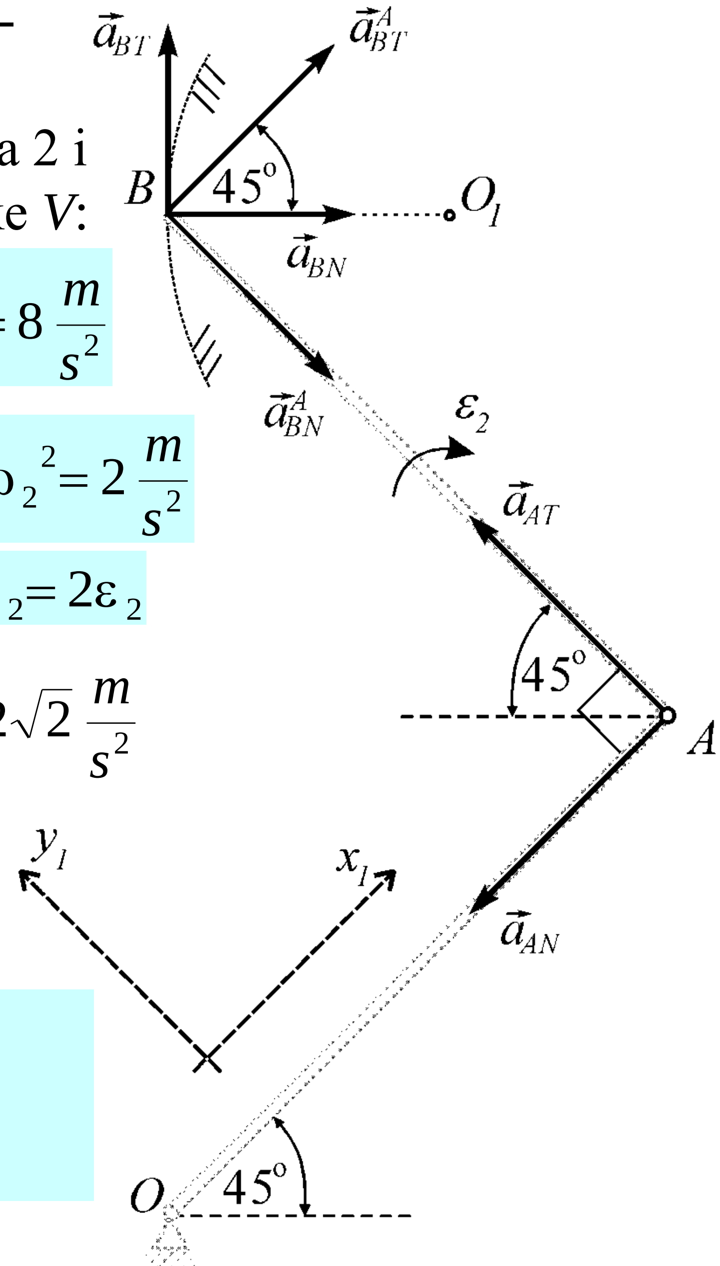
Pošto element 2 vrši ravno kretanje primenom vektorke formule, pa njenim projektovanjem na koordinatne ose dobiće se ugaono ubrzanje elementa 2 i intenzitet tangencijane komponente ubrzanja tačke V:

$$\underline{\underline{\vec{a}_{BN}}} + \underline{\vec{a}_{BT}} = \underline{\underline{\vec{a}_{AN}}} + \underline{\underline{\vec{a}_{AT}}} + \underline{\underline{\vec{a}_{BN}^{A}}} + \underline{\vec{a}_{BT}^{A}}$$

$$a_{BN} = \frac{V_B^{\ 2}}{R} = 8\ \frac{m}{s^2}$$

$$a_{BN}^{A} = \overline{AB} \cdot \omega_2^{\ 2} = 2\ \frac{m}{s^2}$$

$$a_{BT}^{A} = \overline{AB} \cdot \varepsilon_2 = 2\varepsilon_2$$



$$y_1 : -8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + a_{BT}\ \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 + 4 - 2 + 0 \ \Rightarrow a_{BT} = 8 + 2\sqrt{2}\ \frac{m}{s^2}$$

$$x_1 : 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \left(8 + 2\sqrt{2}\right)\frac{\sqrt{2}}{2} = -2 + 0 + 0 + 2\varepsilon_2$$

$$\Rightarrow \varepsilon_2 = 2 + 4\sqrt{2}\ s^{-1}$$

Vektor ubrzanja tačke *B* se morao razložiti na normanlu i tangencijalnu komponentu, pošto se tačka *B* kreće po kružnoj putanji.

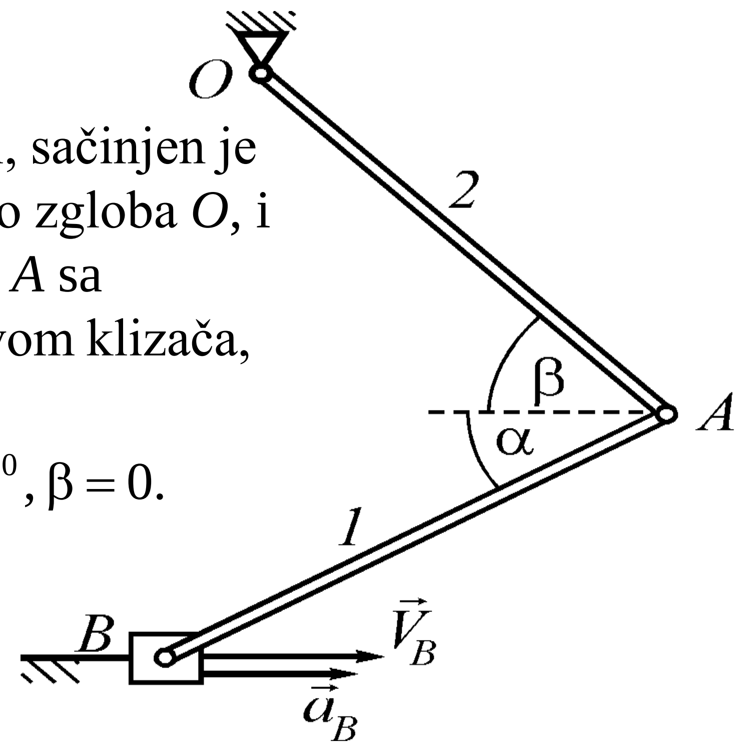
Normalna komponrnta $\vec{a}_{BN}$ mora biti usmerena ka centru kruga O_1 kružne putanje tačke *B*, dok tangencijalna komponrnta $\vec{a}_{BT}$ mora imati pravac tangente kod koje je, po pretpostavci, usvojen smer naviše. Takođe je i za smer vektora $\vec{a}_{BT}^{A}$ učinjena pretpostavka (samim tim i za smer ugaonog ubrzanja ε_2). Zbog činjenice da su rešenja za $\vec{a}_{BT}$ i ε_2 pozitivnih predznaka, obe pretpostavke o smerovima su tačne. Pri projektovanju vektora na koordinatne ose za $\sin 45^0$ i takodje $\cos 45^0$ pisana je vrednost $\sqrt{2}/2$. Na kraju, pošto se znaju intenziteti međusobno upravnih komponenata ubrzanja $\vec{a}_B$, njegov intenzitet je:

$$a_B = \sqrt{a_{BN}{}^2 + a_{BT}{}^2} = \sqrt{8^2 + \left(8 + 2\sqrt{2}\right)^2}\ \frac{m}{s^2}$$

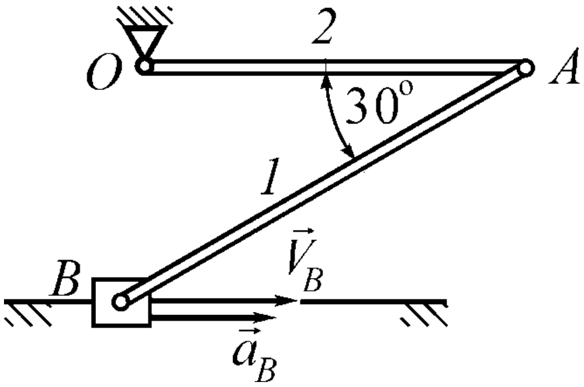
Primer 2.7 Mehanički sistem, prikazan na slici, sačinjen je od elementa *2* (štapa *OA*), koji vrši obrtanje oko zgloba *O*, i elementa *1* (štapa *AB*) zglobno vezanog u tački *A* sa elementom *2*. Tačka *B* elementa *1* se, posredstvom klizača, kreće pravolinijski. Podaci su:

$$V_B = 2\frac{m}{s},\ a_B = 1\frac{m}{s^2},\ \overline{OA} = 1\,m,\ \overline{AB} = 1\,m,\ \alpha = 30^0,\ \beta = 0.$$

Nacrtati sistem u razmeri, poštujući zadate dužine i uglove i odrediti ugaone brzine i ugaona ubrzanja elemenata *1* i *2*?

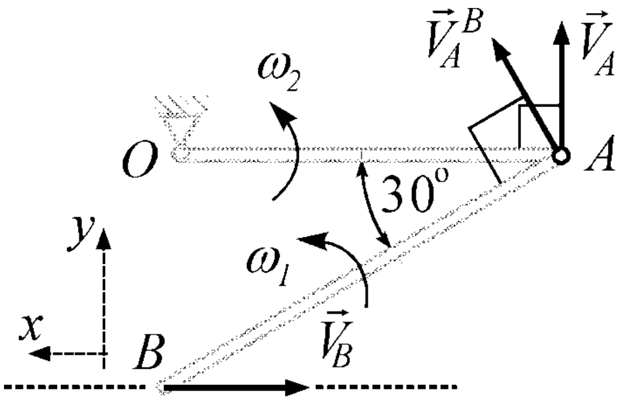


Položaj sistema za zadate podatke prikazan je na slici



Analiza brzina

Pošto element 1 vrši ravno kretanje primenom vektorke formule, pa njenim projektovanjem na kordinatne ose dobiće se ugaona brzina elementa 1 i intenzitet brzine tačke *A*:



$$\underline{\vec{V}_A} = \underline{\underline{\vec{V}_B}} + \underline{\vec{V}_A^B} \qquad V_A^B = \overline{AB}\cdot\omega_1 = 1\cdot\omega_1$$

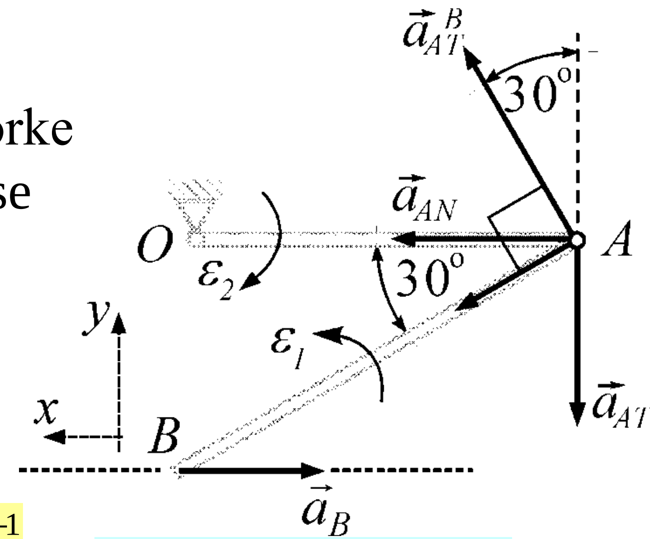
$$x: \quad 0 = -2 + 1\cdot\omega_1\cdot 0{,}5 \quad \Rightarrow \quad \omega_1 = 4\ s^{-1}$$

$$y: \quad V_A = 0 + 4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \omega_2 = \frac{V_A}{\overline{OA}} = 2\sqrt{3}\ s^{-1}$$

Zbog pripadnosti tačke *A* elementu 2 koji se obrće oko nepomične ose, vektoru brzine te tačke, prikazanom na slici, poznat je pravac, smer je pretpostavljen, dok mu je intenzitet nepoznat, pošto ga određuje formula $V_A = \overline{OA}\cdot\omega_2$, u kojoj je ugaona brzina ω_2 nepoznata. Za smer vektora $\vec{V}_A^B$ učinjena je pretpostavka (samim tim i za smer ugaone brzine ω_1). Zbog činjenice da su rešenja za V_A i ω_1 pozitivnih predznaka obe pretpostavke o smerovima su tačne.

Analiza ubrzanja

Pošto element 1 vrši ravno kretanje primenom vektorke formule, pa njenim projektovanjem na kordinatne ose dobiće se ugaona ubrzanja elemenata 1 i 2:



$$\underline{\underline{\vec a_{AN}}} + \underline{\vec a_{AT}} = \underline{\underline{\vec a_{B}}} + \underline{\underline{\vec a_{AN}^{B}}} + \underline{\vec a_{AT}^{B}}$$

$$x: 12+0 = -1+16\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\cdot\varepsilon_1\cdot\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \varepsilon_1 = 26-16\sqrt{3}\ s^{-1}$$

$$a_{AT}^{B} = \overline{AB}\cdot\varepsilon_1 = 1\cdot\varepsilon_1$$

$$y: 0-\overline{OA}\cdot\varepsilon_2 = 0-16\cdot\frac{1}{2} + \left(26-16\sqrt{3}\right)\frac{\sqrt{3}}{2}$$

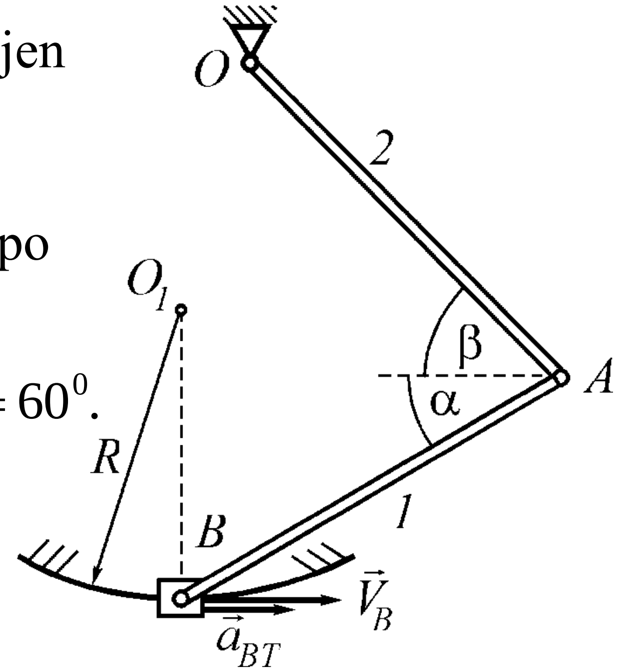
$$a_{AN}^{B} = \overline{AB}\cdot\omega_1^{\,2} = 16\ \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_2 = 32-13\sqrt{3}\ s^{-2}$$

$$a_{AN} = \overline{OA}\cdot\omega_2^{\,2} = 12\ \frac{m}{s^2}$$

Zbog pripadnosti tačke *A* elementu 2 koji se obrće oko nepomične ose, komponente vektora ubrzanja te tačke, prikazane na slici, su $\vec a_{AN}$ i $\vec a_{AT}$. Intenzitet komponente $\vec a_{AT}$ je nepoznat, s obzirom da ga određuje formula $a_{AT} = \overline{OA}\cdot\varepsilon_2$ koja sadrži nepoznatu ε_2. Za smerove vektora $\vec a_{AT}$ i $\vec a_{AT}^{B}$ učinjene su pretpostavke. Zbog činjenice da su rešenja za ε_2 i ε_1 pozitivnih predznaka, obe pretpostavke o smerovima su tačne. Pri projektovanju vektora na koordinatne ose za $\sin 30^0$ pisana je vrednost $1/2$ dok je za $\cos 30^0$ pisana vrednost $\sqrt{3}/2$

Primer 2.8 Mehanički sistem, prikazan na slici, sačinjen je od elementa *2* (štapa *OA*), koji vrši obrtanje oko zgloba *O*, i elementa *1* (štapa *AB*) zglobno vezanog u tački *A* sa elementom *2*. Tačka *B* elementa *1* se kreće po kružnoj putanji poluprečnika *R=1m*. Podaci su:



$$V_B = 1\frac{m}{s},\ a_{BT} = 2\frac{m}{s^2},\ \overline{OA} = 2\ m,\ \overline{AB} = 2\ m,\ \alpha = 30^0,\ \beta = 60^0.$$

Nacrtati sistem u razmeri, poštujući zadate dužine i uglove i odrediti ugaone brzine i ugaona ubrzanja elemenata *1* i *2*?

Analiza brzina

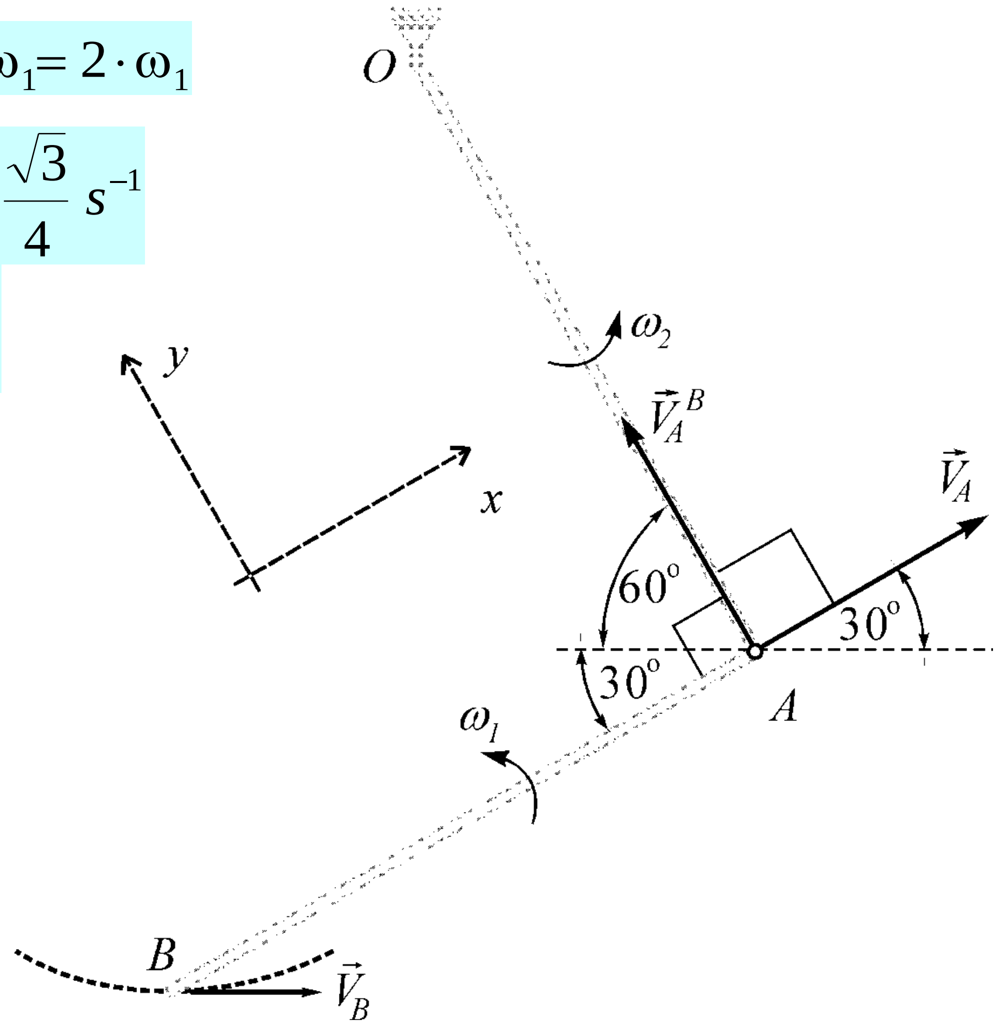
Pošto element 1 vrši ravno kretanje primenom vektorke formule, pa njenim projektovanjem na kordinatne ose dobiće se ugaona brzina elementa 1 i intenzitet brzine tačke *A*:

$$\vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{V}_A^{\,B}$$

$$V_A^B = \overline{AB}\cdot\omega_1 = 2\cdot\omega_1$$

$$x:\quad V_A = 1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + 0 \qquad \Rightarrow \omega_2 = \frac{V_A}{\overline{OA}} = \frac{\sqrt{3}}{4}\, s^{-1}$$

$$y:\quad 0 = -1\cdot\frac{1}{2} + 2\cdot\omega_1 \qquad \Rightarrow \omega_1 = \frac{1}{4}\, s^{-1}$$



Zbog pripadnosti tačke A elementu 2 koji se obrće oko nepomične ose, vektoru brzine te tačke, prikazanom na slici, poznat je pravac, smer je pretpostavljen, dok mu je intenzitet nepoznat, pošto ga određuje formula, $V_A = \overline{OA}\cdot\omega_2$ u kojoj je ugaona brzina ω_2 nepoznata.

Za smer vektora $\vec{V}_A^{\,B}$ učinjena pretpostavka (samim tim i za smer ugaone brzine ω_1). Zbog činjenice da su rešenja za V_A i ω_1 pozitivnih predznaka obe pretpostavke o smerovima su tačne.

Analiza ubrzanja

Pošto element 1 vrši ravno kretanje primenom vektorke formule, pa njenim projektovanjem na koordinatne ose dobiće se ugaona ubrzanja elemenata 1 i 2:

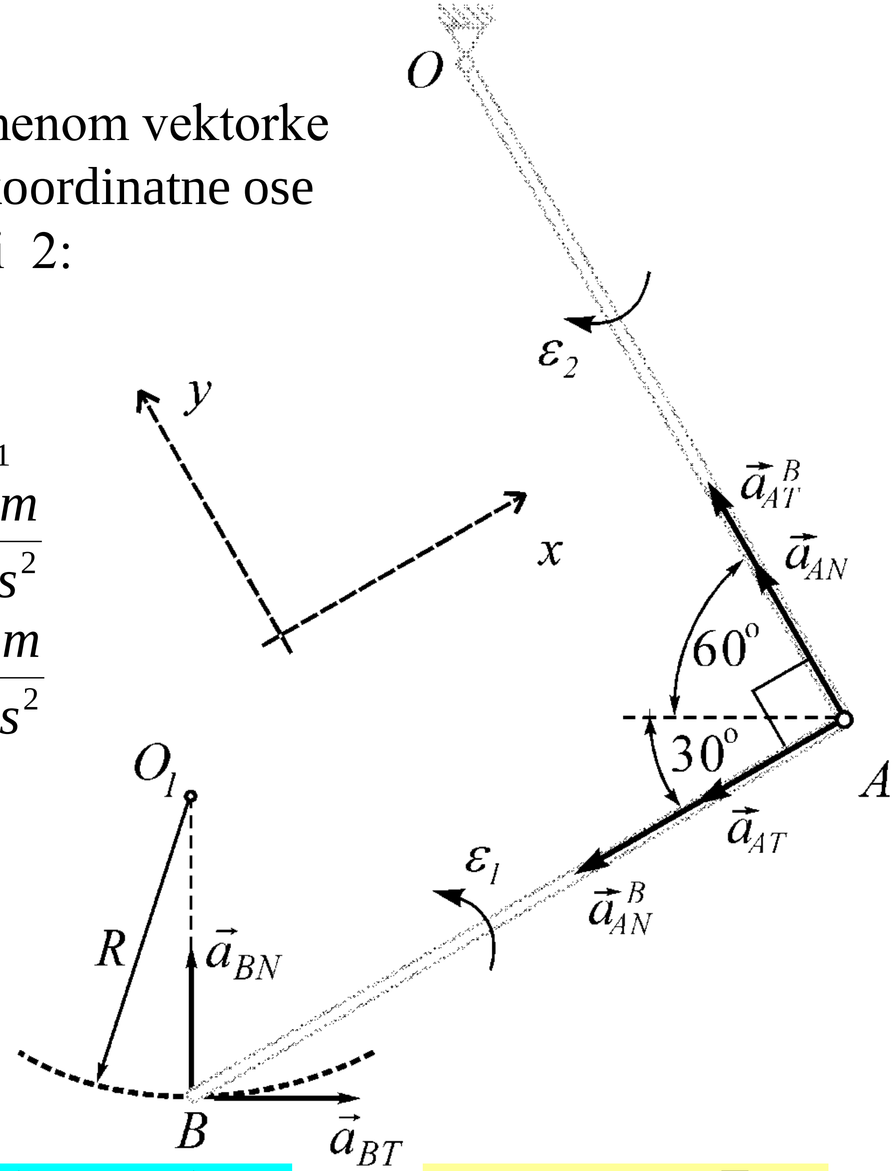
$$\underline{\underline{\vec{a}_{AN}}}+\underline{\vec{a}_{AT}}=\underline{\underline{\vec{a}_{BN}}}+\underline{\underline{\vec{a}_{BT}}}+\underline{\underline{\vec{a}_{AN}^{B}}}+\underline{\vec{a}_{AT}^{B}}$$

$$a_{AT}^{B}=\overline{AB}\cdot\varepsilon_1=2\cdot\varepsilon_1$$

$$a_{AN}^{B}=\overline{AB}\cdot\omega_1^2=\frac{1}{8}\frac{m}{s^2}$$

$$a_{AN}=\overline{OA}\cdot\omega_2^2=\frac{3}{8}\frac{m}{s^2}$$

$$a_{BN}=\frac{V_B^2}{R}=1\frac{m}{s^2}$$



$$x:\quad 0-a_{AT}=1\cdot\frac{1}{2}+2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{8}+0$$

$$y:\quad \frac{3}{8}+0=1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-2\cdot\frac{1}{2}+0+2\varepsilon_1$$

$$\Rightarrow a_{AT}=-\left(\frac{3}{8}+\sqrt{3}\right)\frac{m}{s^2},\qquad \Rightarrow \varepsilon_2=\frac{a_{AT}}{\overline{OA}}=-\left(\frac{3}{16}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)s^{-2}$$

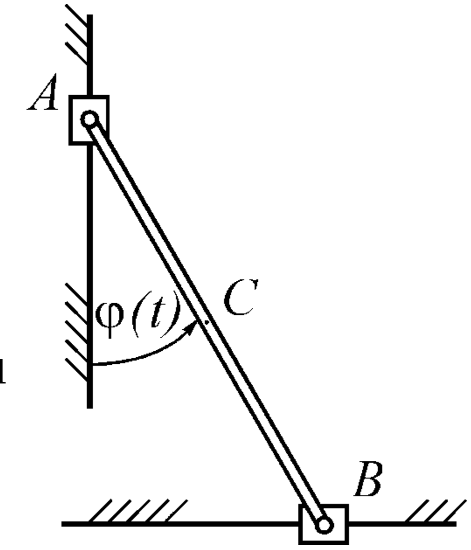
$$\Rightarrow \varepsilon_1=\frac{11}{16}-\frac{\sqrt{3}}{4}s^{-2}$$

Zbog pripadnosti tačke A elementu 2 koji se obrće oko nepomične ose, komponente vektora ubrzanja te tačke su $\vec{a}_{AN}$ i $\vec{a}_{AT}$. Intenzitet komponente $\vec{a}_{AT}$ je nepoznat, s obzirom da ga određuje formula $a_{AT} = \overline{OA}\cdot\varepsilon_2$ koja sadrži nepoznatu ε_2. Za smerove vektora $\vec{a}_{AT}$ i $\vec{a}_{AT}^{B}$ učinjene su pretpostavke. Zbog činjenice da su rešenja za ε_2 i ε_1 pozitivnih predznaka, obe pretpostavke o smerovima su tačne. Pri projektovanju vektora na koordinatne ose za $\sin 30^0$ pisana je vrednost $1/2$ dok je za $\cos 30^0$ pisana vrednost $\sqrt{3}/2$.

Primer 2.9 Štap AB, prikazan na slici vrši ravno kretanje. Tačka A se, posredstvom klizača, kreće pravolinijski u vertikalnom pravcu. Tačka B se, posredstvom klizača, kreće pravolinijski u horizontalnom pravcu. Podaci su:

$$\varphi(t) = t^2 - 3t + 2 \quad \varphi[rad], t[s]; \ \overline{AB} = 2\,m; \ \bar{t} = 1\,s.$$

Na osnovu zadatog ugla rotacije $\varphi(t)$ odrediti ugaonu brzinu i ugaono ubrzanje štapa u trenutku $\bar{t}$ i nacrtati položaj sistema u tom trenutku i odrediti brzine i ubrzanja tačaka A, B i C (gde je tačka C na sredini štapa) u tom položaju?



Ugaona brzina i ugaono ubrzanje:

$$\dot{\varphi}(t) = 2t - 3 \quad \Rightarrow \quad \dot{\varphi}(1) = -1 \quad \Rightarrow \quad \omega = 1\,s^{-1}, \ \ddot{\varphi}(t) = 2 \quad \Rightarrow \quad \ddot{\varphi}(1) = 2 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = 2\,s^{-2}.$$

U datom trenutku štap se nalazi u vertikalnom položaju.

Ugaona brzina je, zbog predznaka -, smera suprotnog od porasta ugla rotracije a ugaono ubrzanje je, zbog predznaka +, istog smera kao što je porast ugla rotacije.

Analiza brzina

$$\underline{\vec{V}_B} = \underline{\vec{V}_A} + \underline{\underline{\vec{V}_B^A}} \qquad V_B^A = \overline{AB} \cdot \omega = 2$$

$$y: \quad 0 = V_A + 0 \quad \Rightarrow \quad V_A = 0$$

$$x: \quad -V_B = 0 - 2 \quad \Rightarrow \quad V_B = 2\,\frac{m}{s}$$

Vektor brzine tačke *B* je horizintalnog pravca, pošto se tačka *B* kreće pravolinijski u horizontalnom pravcu, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, u levu stranu.

Vektor brzine tačke *A* je vertikalnog pravca, pošto se tačka *A* kreće pravolinijski u vertikalnom pravcu, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, naviše. Zbog činjenice da je rešenja za V_B pozitivnog predznaka, tačna je pretpostavka o smeru tog vektora.

Određivanje brzine tačke C

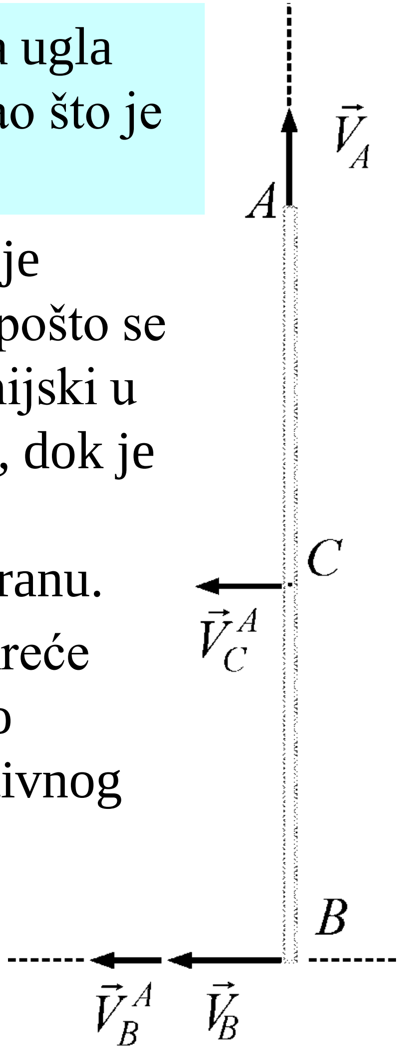
$$\vec{V}_C = \underline{\underline{\vec{V}_A}} + \underline{\underline{\vec{V}_C^A}} \qquad V_C^A = \overline{AC} \cdot \omega = 1\,\frac{m}{s}$$

$$x: \quad V_{Cx} = 0 - 1 = -1$$

$$y: \quad V_{Cy} = 0 + 0 = 0$$

$$\Rightarrow \quad V_C = \sqrt{V_{Cx}^{\;2} + V_{Cy}^{\;2}} = 1\,\frac{m}{s}$$

Ovde je zbog $V_A = 0$, vektor $\vec{V}_C$ isti kao i vektor $\vec{V}_C^A$.



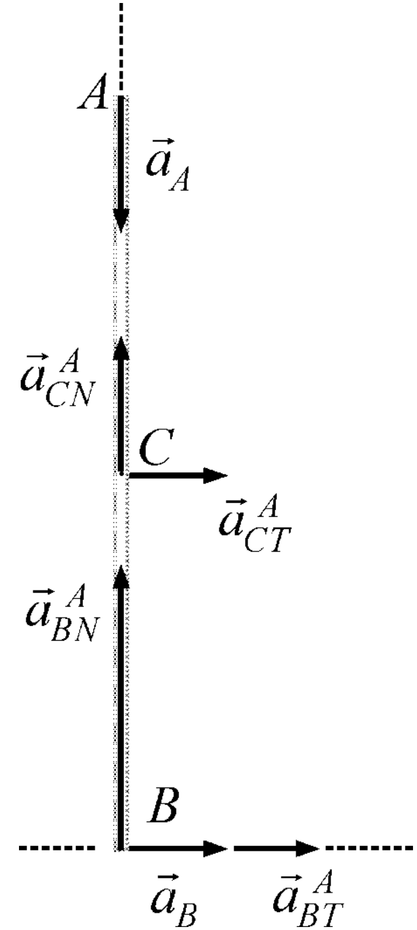
Analiza ubrzanja

Pošto štap vrši ravno kretanje primenom vektorke formule za tačke *A* i *B*, pa njenim projektovanjem na koordinatne ose dobiće se intenziteti ubrzanja tačaka *A* i *B*:

$$\vec{a}_B = \underline{\vec{a}_A} + \underline{\underline{\vec{a}_{BN}^A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{BT}^A}}, \quad a_{BT}^A = \overline{AB} \cdot \varepsilon = 4\,\frac{m}{s^2}, \; a_{BN}^A = \overline{AB} \cdot \omega^2 = 2\,\frac{m}{s^2}.$$

$$x: \quad a_B = 0 + 0 + 4 \quad \Rightarrow a_B = 4\,\frac{m}{s^2}$$

$$y: \quad 0 = -a_A + 2 + 0 \quad \Rightarrow a_A = 2\,\frac{m}{s^2}$$



Vektor ubrzanja tačke *B* je horizintalnog pravca, pošto se tačka *B* kreće pravolinijski u horizontalnom pravcu, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, u desnu stranu.

Vektor ubrzinja tačke *A* je vertikalnog pravca, pošto se tačka *A* kreće pravolinijski u vertikalnom pravcu, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, naniže. Zbog činjenice da su rešenja za $\vec{a}_B$ i $\vec{a}_A$ pozitivnih predznaka, obe pretpostavke o smerovima su tačne.

Određivanje ubrzanja tačke C

$$\vec{a}_C = \underline{\underline{\vec{a}_A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{CN}^A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{CT}^A}}$$

$$a_{CN}^A = \overline{AC} \cdot \omega^2 = 1\,\frac{m}{s^2}$$

$$a_{CT}^A = \overline{AC} \cdot \varepsilon = 2\,\frac{m}{s^2}$$

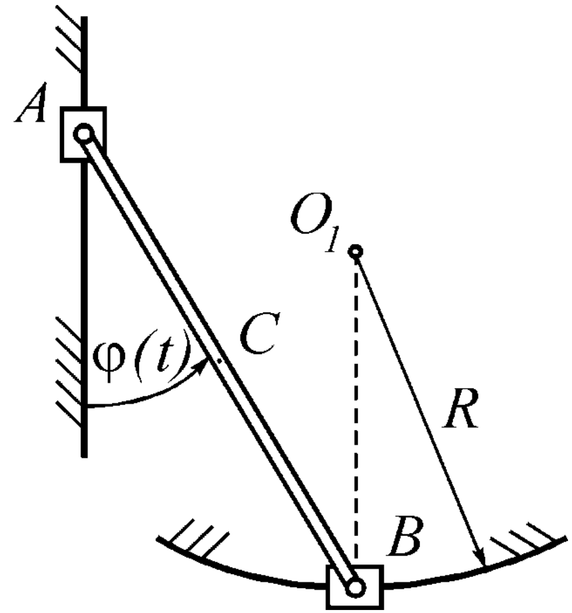
$$x: \quad a_{Cx} = 0 + 0 + 2 = 2$$

$$y: \quad a_{Cy} = -2 + 1 + 0 = -1$$

$$\Rightarrow a_C = \sqrt{a_{Cx}^{\,2} + a_{Cy}^{\,2}} = \sqrt{5}\,\frac{m}{s^2}$$

Primer 2.10 Štap AB, prikazan na slici, vrši ravno kretanje. Tačka A se, posredstvom klizača, kreće pravolinijski u vertikalnom pravcu. Tačka B se, posredstvom klizača, kreće po kružnoj putanji poluprenika $R=1\,m$ kao što je to na slici prikazano. Podaci su: $\varphi(t)=t^2-t+\pi/6 \quad \varphi[rad], t[s]$; $\overline{AB}=2\,m$; $\bar{t}=1\,s$.

Na osnovu zadatog ugla rotacije $\varphi(t)$ odrediti ugaonu brzinu i ugaono ubrzanje štapa u trenutku $\bar{t}$ i nacrtati položaj sistema u tom trenutku i odrediti brzine i ubrzanja tačaka A, B i C (gde je tačka C na sredini štapa) u tom položaju?



Ugaona brzina:

$$\dot{\varphi}(t)=2t-1 \Rightarrow \dot{\varphi}(1)=1$$

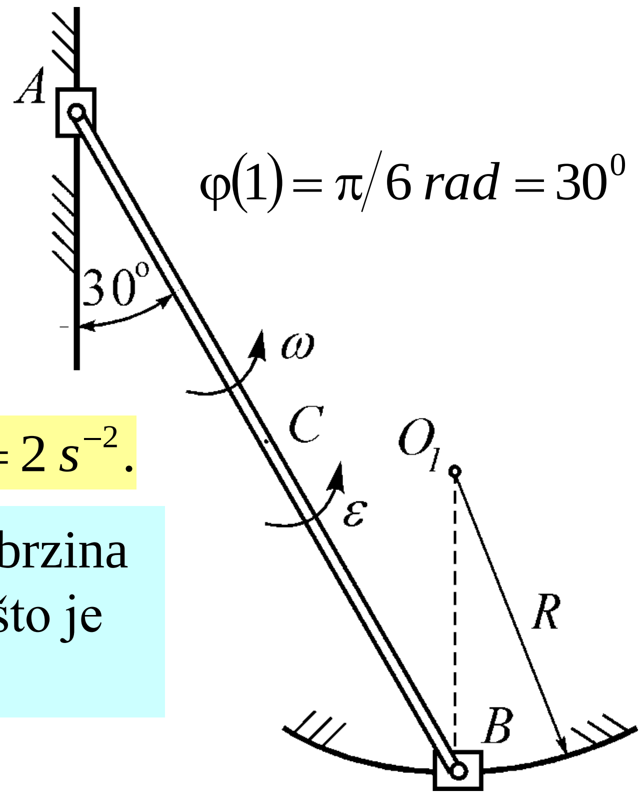
$$\Rightarrow \quad \omega=1\,s^{-1}$$

Ugaono ubrzanje:

$$\ddot{\varphi}(t)=2 \Rightarrow \ddot{\varphi}(1)=2 \Rightarrow \varepsilon=2\,s^{-2}.$$

Zbog $\dot{\varphi}(1)>0$, ugaona brzina štapa ima isti smer kao što je porast ugla rotacije

$$\varphi(1)=\pi/6\,rad=30^0$$



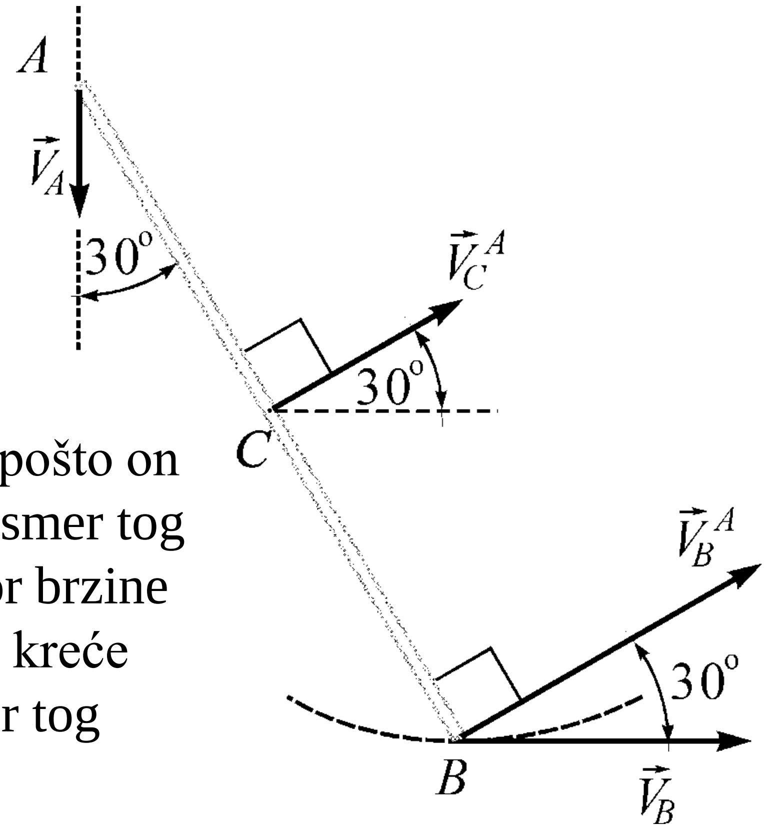
Zbog $\ddot{\varphi}(1)>0$, ugaono ubrzanje štapa ima isti smer kao što je porast ugla rotacije

Analiza brzina

$$\underline{\vec{V}_B} = \underline{\vec{V}_A} + \underline{\underline{\vec{V}_B^{\,A}}} \qquad V_B^A = \overline{AB}\cdot\omega = 2$$

$$y: \quad 0 = -V_A + 2\cdot\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad V_A = 1\,\frac{m}{s}$$

$$x: \quad V_B = 0 + 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad V_B = \sqrt{3}\,\frac{m}{s}$$



Vektor brzine tačke *B* je horizintalnog pravca, pošto on mora biti u pravcu tangente na putanju, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, u desnu stranu. Vektor brzine tačke *A* je vertikalnog pravca, pošto se tačka *A* kreće pravolinijski u vertikalnom pravcu, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, naniže.

Zbog činjenice da su rešenja za V_A i V_B pozitivnog predznaka, tačne su pretpostavke o smerovima tih vektora.

Određivanje brzine tačke C

$$\vec{V}_C = \underline{\underline{\vec{V}_A}} + \underline{\underline{\vec{V}_C^{\,A}}} \qquad V_C^A = \overline{AC}\cdot\omega = 1\,\frac{m}{s}$$

$$x: \quad V_{Cx} = 0 + 1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \qquad y: \quad V_{Cy} = -1 + 1\cdot\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \qquad \Rightarrow V_C = \sqrt{V_{Cx}^{\ 2} + V_{Cy}^{\ 2}} = 1\,\frac{m}{s}$$

Analiza ubrzanja

$$\underline{\underline{\vec{a}_{BN}}} + \underline{\vec{a}_{BT}} = \underline{\vec{a}_{A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{BN}^{A}}} + \underline{\underline{\vec{a}_{BT}^{A}}}$$

$$a_{BN} = \frac{V_B^{\ 2}}{R} = 3\ \frac{m}{s^2}$$

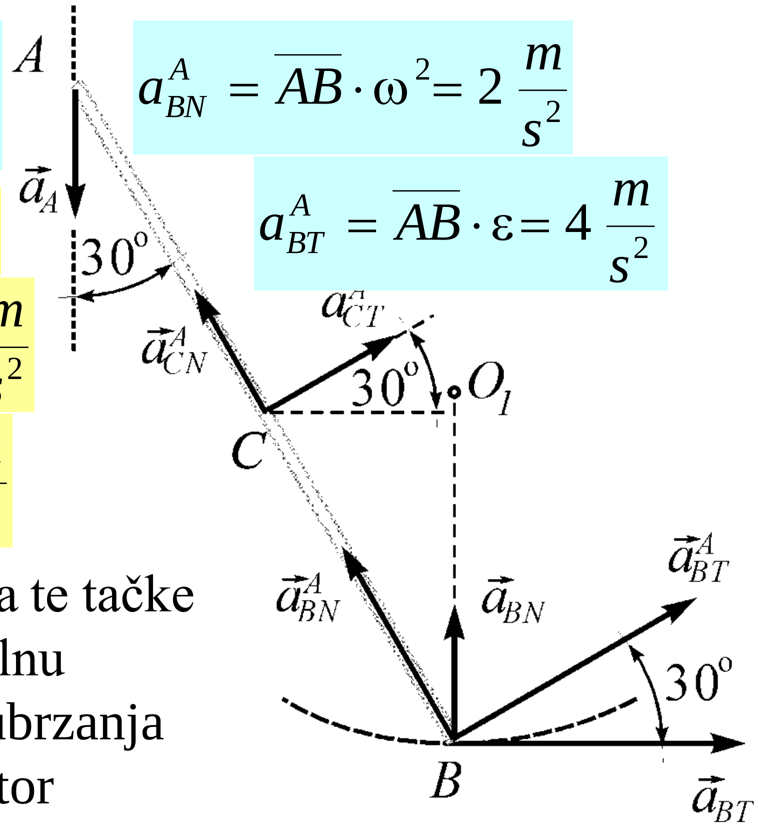
$$a_{BN}^{A} = \overline{AB}\cdot\omega^2 = 2\ \frac{m}{s^2}$$

$$a_{BT}^{A} = \overline{AB}\cdot\varepsilon = 4\ \frac{m}{s^2}$$

$$a_B = \sqrt{a_{BN}^{\ 2} + a_{BT}^{\ 2}}$$

$$x: 0 + a_{BT} = 0 - 2\cdot\frac{1}{2} + 4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a_{BT} = 2\sqrt{3} - 1\ \frac{m}{s^2}$$

$$y: 3 + 0 = -a_A + 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + 4\cdot\frac{1}{2} \Rightarrow a_A = \sqrt{3} - 1\ \frac{m}{s^2}$$



Pošto je putanja tačke *B* kružna, vektor ubrzanja te tačke je morao da se razloži na normalnu i tangencijalnu komponentu. Smer tangencijalne komponente ubrzanja tačke *B* je, po pretpostavci, u desnu stranu. Vektor ubrzinja tačke *A* je vertikalnog pravca, pošto se tačka *A* kreće pravolinijski u vertikalnom pravcu, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, naniže. Zbog činjenice da su rešenja za $\vec{a}_{BT}$ i $\vec{a}_A$ predznaka +, obe pretpostavke o smerovima su tačne.

Određivanje ubrzanja tačke C

$$\vec{a}_C = \underline{\underline{\vec{a}_A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{CN}^{A}}} + \underline{\underline{\vec{a}_{CT}^{A}}}$$

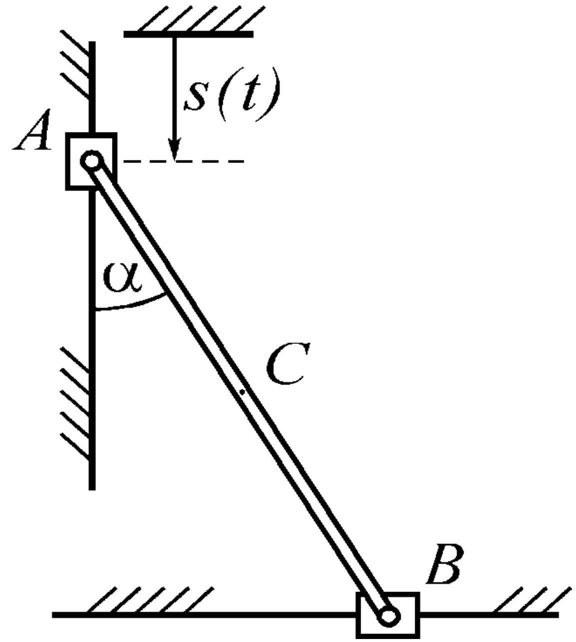
$$a_{CN}^{A} = \overline{AC}\cdot\omega^2 = 1\ \frac{m}{s^2},\quad a_{CT}^{A} = \overline{AC}\cdot\varepsilon = 2\ \frac{m}{s^2}$$

$$x: a_{Cx} = 0 - 1\cdot\frac{1}{2} + 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} - \frac{1}{2}$$

$$y: a_{Cy} = -\left(\sqrt{3} - 1\right) + 1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\cdot\frac{1}{2} = 2 - \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a_C = \sqrt{a_{Cx}^{\ 2} + a_{Cy}^{\ 2}}$$

Primer 2.11 Štap *AB*, prikazan na slici, vrši ravno kretanje. Tačka *A* se, posredstvom klizača, kreće pravolinijski u vertikalnom pravcu. Tačka *B*, posredstvom klizača, kreće se pravolinijski u horizontalnom pravcu. Podaci su:

$$s(t) = 2t^2 - 3t \quad s[m], t[s]; \overline{AB} = 2\ m; \alpha = 45^0; \bar{t} = 1\ s.$$

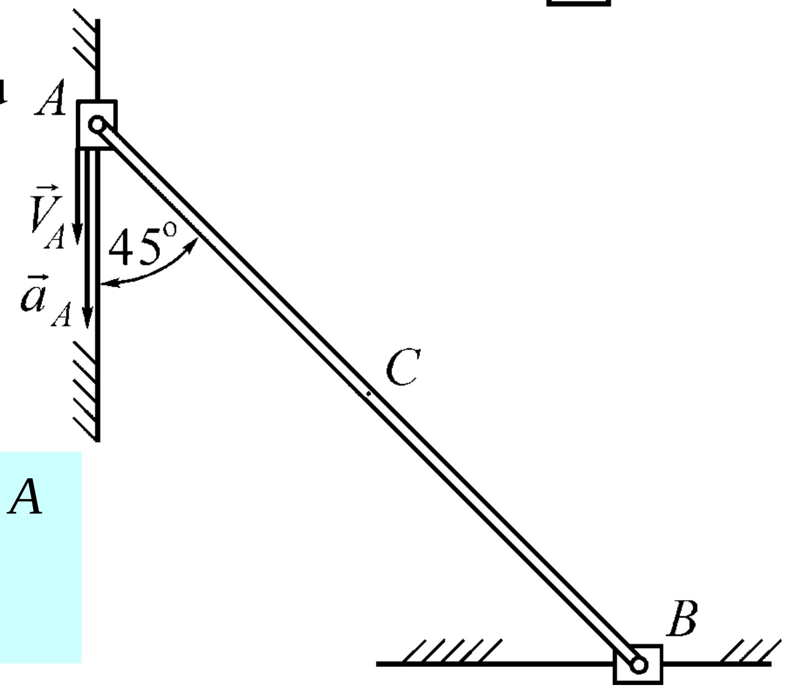


Na osnovu zadatog zakona kretanja $s(t)$ odrediti brzinu i ubrzanje tačke *A* u trenutku $\bar{t}$ i nacrtati položaj sistema u tom trenutku i odrediti brzine i ubrzanja tačaka *B* i *C* (gde je tačka *C* na sredini štapa) kao i ugaonu brzinu i ugaono ubrzanje štapa u tom položaju.

Brzina i ubrzanje tačke A

$$\dot{s}(t) = 4t - 3 \Rightarrow \dot{s}(1) = 1 \Rightarrow V_A = 1\,\frac{m}{s}$$

$$\ddot{s}(t) = 4 \Rightarrow \ddot{s}(1) = 4 \Rightarrow a_A = 4\,\frac{m}{s^2}$$



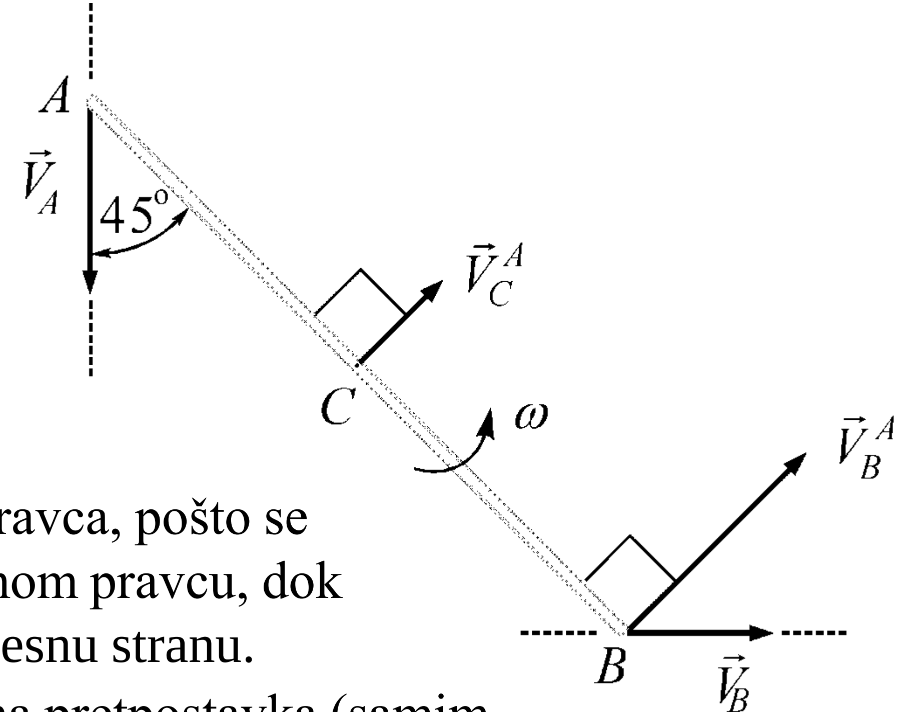
Smerovi vektora brzine i ubrzanja tačke *A* su naniže, u smeru porasta koordinate s, jer je $\dot{s}(1) > 0$ i $\ddot{s}(1) > 0$.

Analiza brzina

$$\underline{\vec V_B} = \underline{\underline{\vec V_A}} + \underline{\vec V_B^A} \qquad V_B^A = \overline{AB}\cdot\omega = 2\omega$$

$$y: \quad 0 = -1 + 2\omega\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{2}}\, s^{-1}$$

$$x: \quad V_B = 0 + \frac{2}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow \quad V_B = 1\,\frac{m}{s}$$



Vektor brzine tačke *B* je horizintalnog pravca, pošto se tačka *B* kreće pravolinijski u horizontalnom pravcu, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, u desnu stranu.

Takođe je i za smer vektora $\vec V_B^A$ učinjena pretpostavka (samim tim i za smer ugaone brzine ω). Zbog činjenice da su rešenja za V_B i ω pozitivnih predznaka obe pretpostavke o smerovima su tačne.

$$\vec V_C = \underline{\underline{\vec V_A}} + \underline{\underline{\vec V_C^A}}$$

Određivanje brzine tačke C

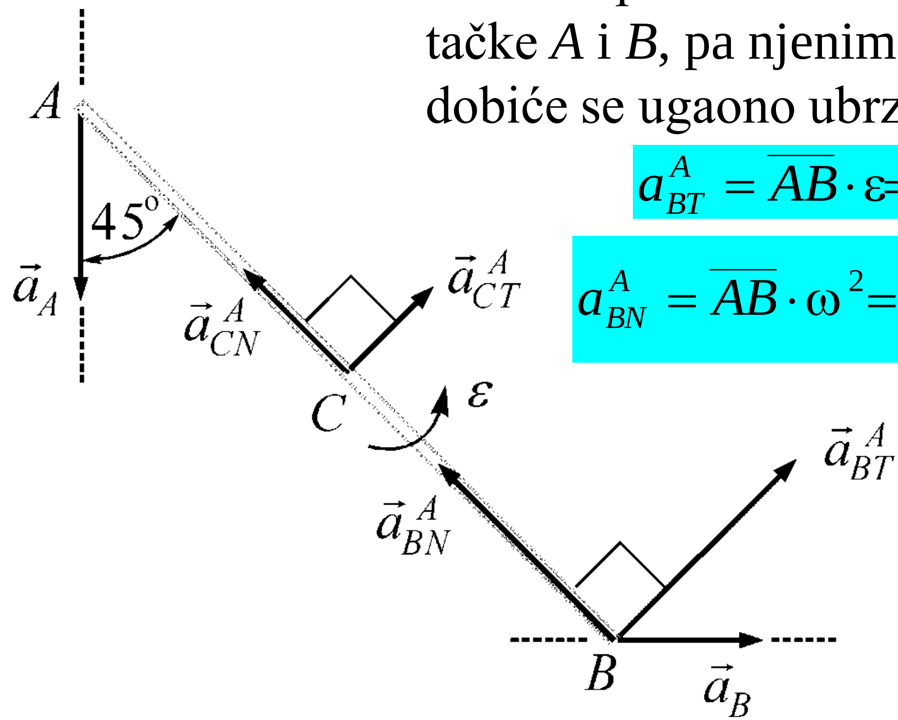
$$V_C^A = \overline{AC}\cdot\omega = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{m}{s}$$

$$x: \quad V_{Cx} = 0 + \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y: \quad V_{Cy} = -1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad V_C = \sqrt{V_{Cx}{}^2 + V_{Cy}{}^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{m}{s}$$

Analiza ubrzanja



Pošto štap vrši ravno kretanje primenom vektorke formule za tačke A i B, pa njenim projektovanjem na kordinatne ose dobiće se ugaono ubrzanje štapa i intenzitet ubrzanja tačke B :

$$a_{BT}^{A} = \overline{AB}\cdot\varepsilon = 2\varepsilon$$

$$a_{BN}^{A} = \overline{AB}\cdot\omega^{2} = 1\,\frac{m}{s^{2}}$$

$$\underline{\vec{a}_B} = \underline{\underline{\vec{a}_A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{BN}^{A}}} + \underline{\vec{a}_{BT}^{A}}$$

$$y: \quad 0 = -4 + 1\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\varepsilon\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{4\sqrt{2}-1}{2}\,s^{-1}$$

$$x: \quad a_B = 0 - 1\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + \left(4\sqrt{2}-1\right)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow a_B = 4 - \sqrt{2}\,\frac{m}{s^{2}}$$

Vektor ubrzanja tačke B je horizintalnog pravca, pošto se tačka B kreće pravolinijski u horizontalnom pravcu, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, u desnu stranu. Takođe je i za smer vektora $\vec{a}_{BT}^{A}$ učinjena pretpostavka (samim tim i za smer ugaonog ubrzanja ε). Zbog činjenice da su rešenja za a_B i ε pozitivnih predznaka, obe pretpostavke o smerovima su tačne. Pri projektovanju vektora na koordinatne ose za $\sin 45^{0}$ i $\cos 45^{0}$ pisana je vrednost $\sqrt{2}/2$.

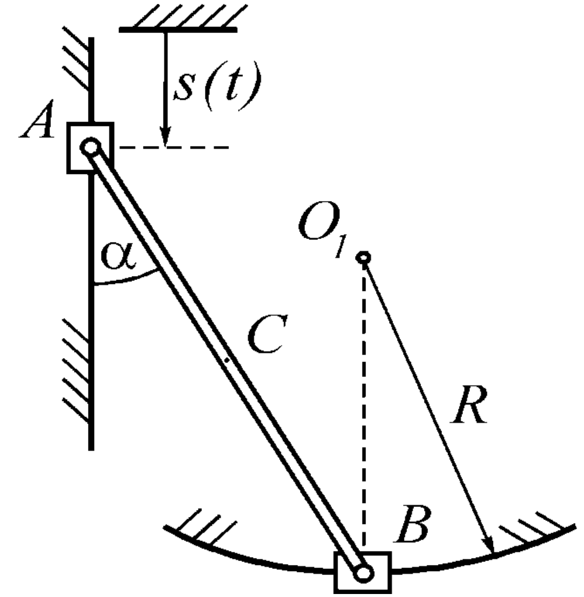
Određivanje ubrzanja tačke C

$$\vec{a}_C = \underline{\underline{\vec{a}_A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{CN}^A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{CT}^A}},\qquad a_{CN}^A = \overline{AC}\cdot\omega^2 = \frac{1}{2}\frac{m}{s^2},\qquad a_{CT}^A = \overline{AC}\cdot\varepsilon = \frac{4\sqrt{2}-1}{2}\frac{m}{s^2}$$

$$x:\quad a_{Cx} = 0 - \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{4\sqrt{2}-1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4-\sqrt{2}}{2}$$

$$y:\quad a_{Cy} = -4 + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{4\sqrt{2}-1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = -2$$

$$\Rightarrow\quad a_C = \sqrt{{a_{Cx}}^2 + {a_{Cy}}^2}$$



Primer 2.12 Štap *AB*, prikazan na slici 2.42, vrši ravno kretanje. Tačka *A* se, posredstvom klizača, kreće pravolinijski u vertikalnom pravcu.Tačka *B* se, posredstvom klizača, kreće po kružnoj putanji poluprenika kao što je to na slici prikazano. Podaci su:

$$s(t) = t^2 - 3t \quad s[m], t[s];\ \overline{AB} = 2\ m;\ \alpha = 30^0;\ \bar{t} = 1\ s.$$

Na osnovu zadatog zakona kretanja $s(t)$ odrediti brzinu i ubrzanje tačke *A* u trenutku $\bar{t}$ i nacrtati položaj sistema u tom trenutku i odrediti brzine i ubrzanja tačaka *B* i *C* (gde je tačka *C* na sredini štapa) kao i ugaonu brzinu i ugaono ubrzanje štapa u tom položaju?

Brzina i ubrzanje tačke A

$$\dot{s}(t) = 2t - 3 \Rightarrow \dot{s}(1) = -1 \Rightarrow V_A = 1\,\frac{m}{s}$$

$$\ddot{s}(t) = 2 \Rightarrow \ddot{s}(1) = 2 \Rightarrow a_A = 2\,\frac{m}{s^2}$$

Smer vektora brzine tačke A je naviše, suprotno od smera porasta koordinate s, jer je $\dot{s}(1) < 0$.

Smer vektora ubrzanja tačke A je naniže, u smeru porasta koordinate s, jer je $\ddot{s}(1) > 0$.

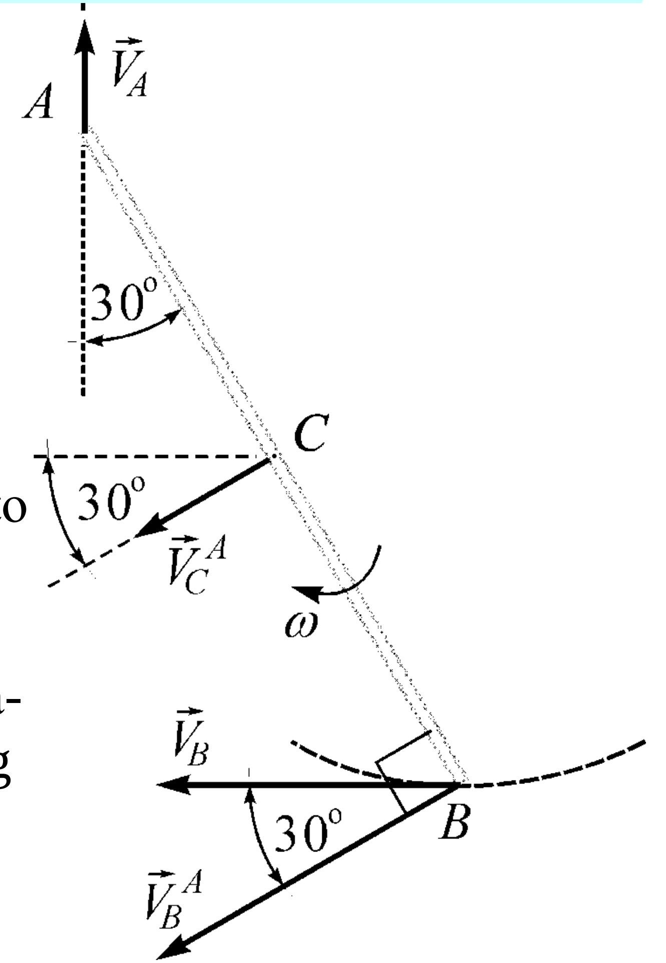
Analiza brzina

$$\underline{\vec{V}_B} = \underline{\underline{\vec{V}_A}} + \underline{\vec{V}_B^A} \qquad V_B^A = \overline{AB} \cdot \omega = 2\,\omega$$

$$y: \quad 0 = 1 - 2\omega \cdot \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \omega = 1\,s^{-1}$$

$$x: \quad -V_B = 0 - 2 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad V_B = \sqrt{3}\,\frac{m}{s}$$

Vektor brzine tačke B je horizintalnog pravca, pošto on mora biti u pravcu tangente na putanju, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, u levu stranu. Takođe je i za smer vektora $\vec{V}_B^A$ učinjena pretpostavka (samim tim i za smer ugaone brzine ω). Zbog činjenice da su rešenja za ω i V_B pozitivnog predznaka, tačne su pretpostavke o smerovima.



Određivanje brzine tačke C

$$\vec{V}_C = \underline{\underline{\vec{V}_A}} + \underline{\underline{\vec{V}_C^A}}$$

$$V_C^A = \overline{AC}\cdot\omega = 1\,\frac{m}{s}$$

$$x:\quad V_{Cx} = 0 - 1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y:\quad V_{Cy} = 1 - 1\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow\quad V_C = \sqrt{V_{Cx}^{\;2} + V_{Cy}^{\;2}} = 1\frac{m}{s}$$

Analiza ubrzanja

Pošto štap vrši ravno kretanje primenom vektorke formule za tačke *A* i *B*, pa njenim projektovanjem na kordinatne ose dobiće se intenziteti ubrzanja tačaka *A* i *B*:

$$a_{BN}^A = \overline{AB}\cdot\omega^2 = 2\,\frac{m}{s^2}$$

$$a_{BT}^A = \overline{AB}\cdot\varepsilon = 2\varepsilon$$

$$a_{BN} = \frac{V_B^{\;2}}{R} = 3\,\frac{m}{s^2}$$

$$\underline{\underline{\vec{a}_{BN}}} + \underline{\vec{a}_{BT}} = \underline{\underline{\vec{a}_A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{BN}^A}} + \underline{\vec{a}_{BT}^A}$$

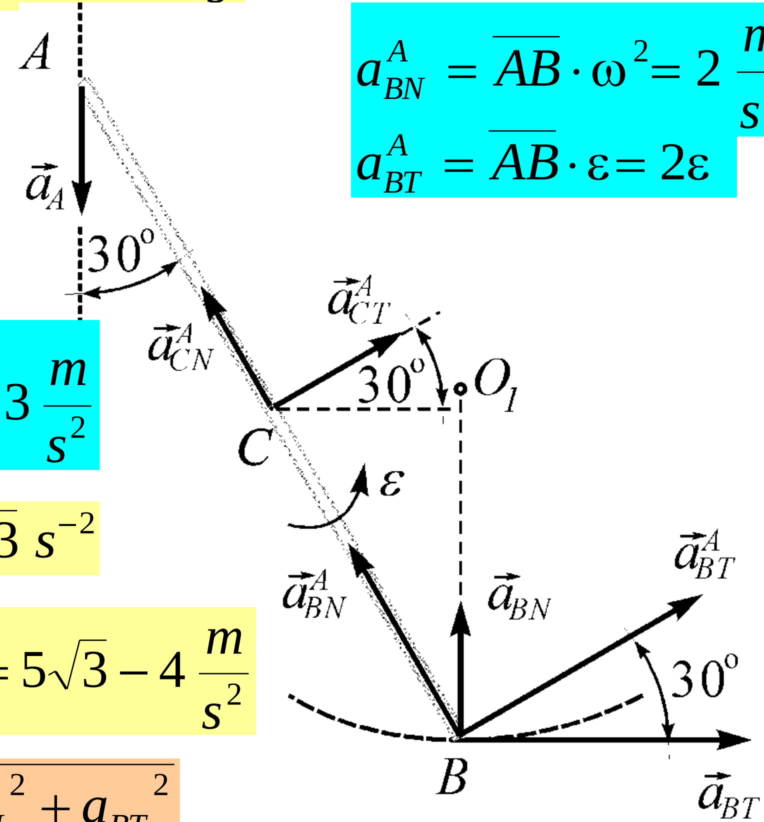
$$y:\quad 3 + 0 = -2 + 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\varepsilon\cdot\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 5 - \sqrt{3}\; s^{-2}$$

$$x:\quad 0 + a_{BT} = 0 - 2\cdot\frac{1}{2} + 2\left(5-\sqrt{3}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow a_{BT} = 5\sqrt{3} - 4\,\frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow a_B = \sqrt{a_{BN}^{\;2} + a_{BT}^{\;2}}$$



Pošto je putanja tačke *B* kružna, vektor ubrzanja te tačke je morao da se razloži na normalnu i tangencijalnu komponentu. Smer tangencijalne komponente ubrzanja tačke *B* je, po pretpostavci, u desnu stranu. Takođe je i za smer vektora $\vec{a}_{BT}^{A}$ učinjena pretpostavka (samim tim i za smer ugaonog ubrzanja ε). Zbog činjenice da su rešenja za a_{BT} i ε pozitivnih predznaka, obe pretpostavke o smerovima su tačne.

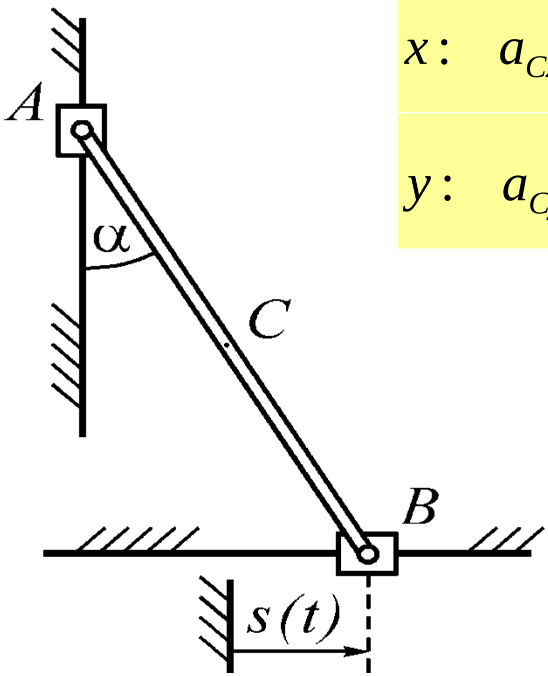
Određivanje ubrzanja tačke C

$$\vec{a}_C = \underline{\underline{\vec{a}_A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{CN}^{A}}} + \underline{\underline{\vec{a}_{CT}^{A}}}, \quad a_{CN}^{A} = \overline{AC} \cdot \omega^2 = 1\,\frac{m}{s^2}, \quad a_{CT}^{A} = \overline{AC} \cdot \varepsilon = 5 - \sqrt{3}\,\frac{m}{s^2}$$

$$x: \quad a_{Cx} = 0 - 1 \cdot \frac{1}{2} + \left(5 - \sqrt{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5}{2}\sqrt{3} - 2$$

$$y: \quad a_{Cy} = -2 + 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(5 - \sqrt{3}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad a_C = \sqrt{{a_{Cx}}^2 + {a_{Cy}}^2}$$



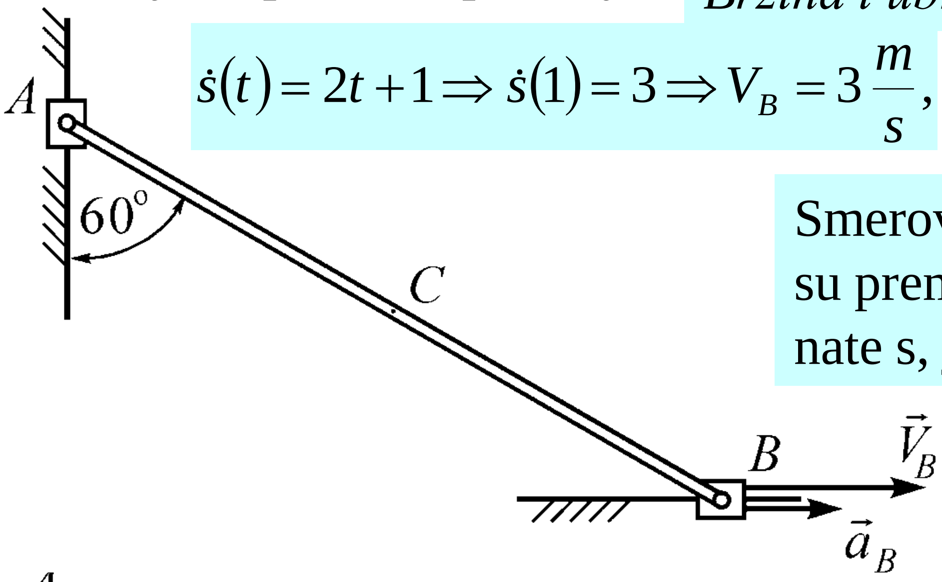
Primer 2.13 Štap *AB*, prikazan na slici, vrši ravno kretanje. Tačka *A* se kreće pravolinijski u vertikalnom pravcu. Tačka *B* se kreće se pravolinijski u horizontalnom pravcu. Podaci su:

$$s(t) = t^2 + t \quad s[m], t[s]; \ \overline{AB} = 2\ m; \ \alpha = 60^0; \ \bar{t} = 1\ s.$$

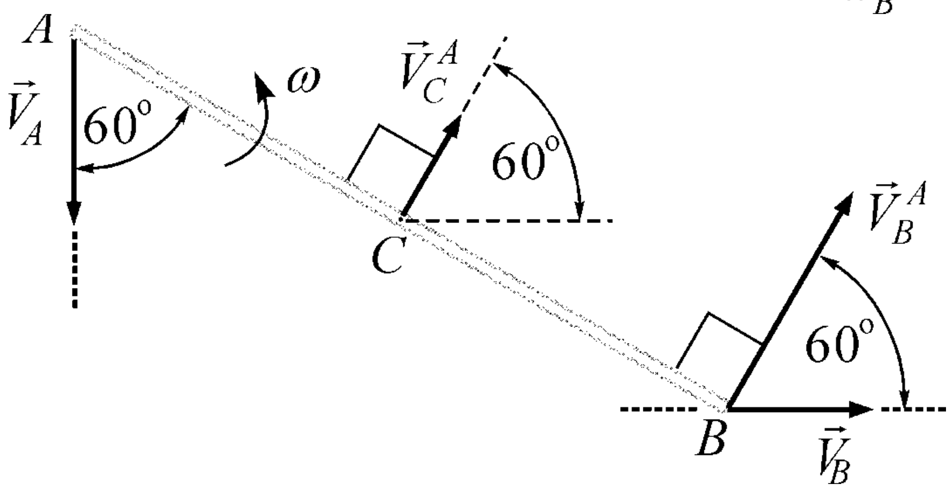
Na osnovu zadatog zakona kretanja $s(t)$ odrediti brzinu i ubrzanje tačke B u trenutku $\bar{t}$ i nacrtati položaj sistema u tom trenutku i odrediti brzine i ubrzanja tačaka A i C (gde je tačka C na sredini štapa) kao i ugaonu brzinu i ugaono ubrzanje štapa u tom položaju?

Brzina i ubrzanje tačke B

$$\dot{s}(t) = 2t + 1 \Rightarrow \dot{s}(1) = 3 \Rightarrow V_B = 3\,\frac{m}{s},\quad \ddot{s}(t) = 2 \Rightarrow \ddot{s}(1) = 2 \Rightarrow a_B = 2\,\frac{m}{s^2}$$



Smerovi vektora brzine i ubrzanja tačke B su prema desno, u smeru porasta koordinate s, jer je $\dot{s}(1) > 0$ i $\ddot{s}(1) > 0$.



Analiza brzina

$$\underline{\underline{\vec{V}_B}} = \underline{\vec{V}_A} + \underline{\vec{V}_B^A} \qquad V_B^A = \overline{AB} \cdot \omega = 2\omega$$

$$x : 3 = 0 + 2\omega \cdot \frac{1}{2} \qquad \Rightarrow \quad \omega = 3\ s^{-1}$$

$$y : 0 = -V_A + 2 \cdot 3 \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \Rightarrow V_A = 3\sqrt{3}\ \frac{m}{s}$$

Vektor brzine tačke A je vertikalnog pravca, pošto se tačka A kreće pravolinijski u vertikalnom pravcu, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, naniže Takođe je i za smer vektora $\vec{V}_B^A$ učinjena pretpostavka (samim tim i za smer ugaone brzine ω). Zbog činjenice da su rešenja za V_A i ω pozitivnih predznaka obe pretpostavke o smerovima su tačne..

$$\vec{V}_C = \underline{\underline{\vec{V}_A}} + \underline{\underline{\vec{V}_C^A}}$$

Određivanje brzine tačke C

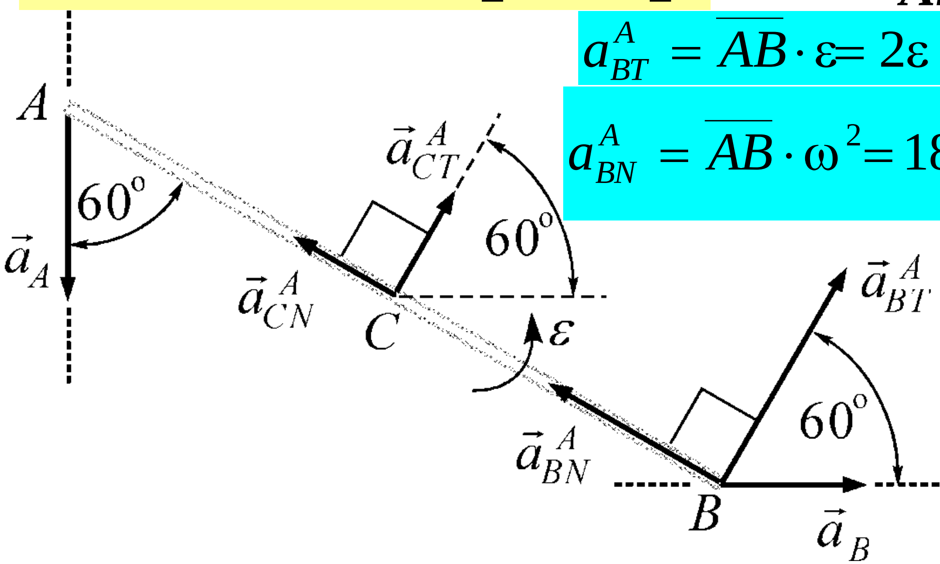
$$V_C^A = \overline{AC} \cdot \omega = 3\,\frac{m}{s}$$

$$x: \quad V_{Cx} = 0 + 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$y: \quad V_{Cy} = -3\sqrt{3} + 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad V_C = \sqrt{V_{Cx}^{\ 2} + V_{Cy}^{\ 2}} = 3\,\frac{m}{s}$$

Analiza ubrzanja



$$a_{BT}^A = \overline{AB} \cdot \varepsilon = 2\varepsilon$$

$$a_{BN}^A = \overline{AB} \cdot \omega^2 = 18\,\frac{m}{s^2}$$

$$\underline{\underline{\vec{a}_B}} = \underline{\vec{a}_A} + \underline{\underline{\vec{a}_{BN}^A}} + \underline{\vec{a}_{BT}^A}$$

$$x: 2 = 0 - 18 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\varepsilon \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 2 + 9\sqrt{3}\ s^{-1}$$

$$y: 0 = -a_A + 18 \cdot \frac{1}{2} + 2\left(2 + 9\sqrt{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow a_A = 36 + 2\sqrt{3}\ \frac{m}{s^2}$$

Vektor ubrzanja tačke *A* je vertikalnog pravca, pošto se tačka *A* kreće pravolinijski u vertikalnom pravcu, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, naniže. Takođe je i za smer vektora $\vec{a}_{BT}^{A}$ učinjena pretpostavka (samim tim i za smer ugaonog ubrzanja ε). Zbog činjenice da su rešenja za a_A i ε pozitivnih predznaka, obe pretpostavke o smerovima su tačne. Pri projektovanju vektora na koordinatne ose za $\cos 60^0$ pisana je vrednost $1/2$ dok je za $\sin 60^0$ pisana vrednost $\sqrt{3}/2$.

Određivanje ubrzanja tačke C

$$\vec{a}_C = \underline{\underline{\vec{a}_A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{CN}^{A}}} + \underline{\underline{\vec{a}_{CT}^{A}}},$$

$$a_{CN}^{A} = \overline{AC}\cdot\omega^2 = 9\,\frac{m}{s^2},$$

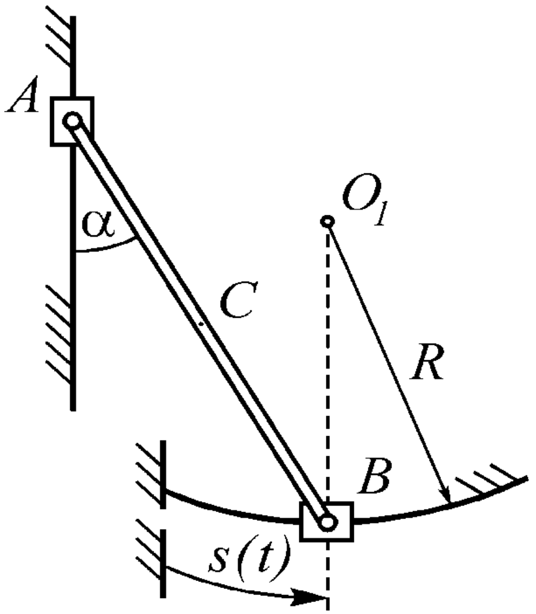
$$a_{CT}^{A} = \overline{AC}\cdot\varepsilon = 2 + 9\sqrt{3}\,\frac{m}{s^2}$$

$$x: \quad a_{Cx} = 0 - 9\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \left(2 + 9\sqrt{3}\right)\cdot\frac{1}{2} = 1$$

$$y: \quad a_{Cy} = -\left(36 + 2\sqrt{3}\right) + 9\cdot\frac{1}{2} + \left(2 + 9\sqrt{3}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = -\left(18 + \sqrt{3}\right)$$

$$\Rightarrow \quad a_C = \sqrt{{a_{Cx}}^2 + {a_{Cy}}^2}$$

Primer 2.14 Štap *AB*, prikazan na slici, vrši ravno kretanje. Tačka *A* se kreće pravolinijski u vertikalnom pravcu. Tačka *B* se kreće po kružnoj putanji poluprečnika $R = 1\,m$ kao što je to na slici prikazano. Podaci su:



$$s(t) = t^2 - 3t \quad s[m], t[s]; \overline{AB} = 2\,m; \alpha = 30^0; \bar{t} = 1\,s.$$

Na osnovu zadatog zakona kretanja $s(t)$ odrediti brzinu i tangencijalno ubrzanje tačke *B* u trenutku $\bar{t}$ i nacrtati položaj sistema u tom trenutku i odrediti brzine i ubrzanja tačaka *A* i *C* (gde je tačka *C* na sredini štapa) kao i ugaonu brzinu i ugaono ubrzanje štapa u tom položaju?

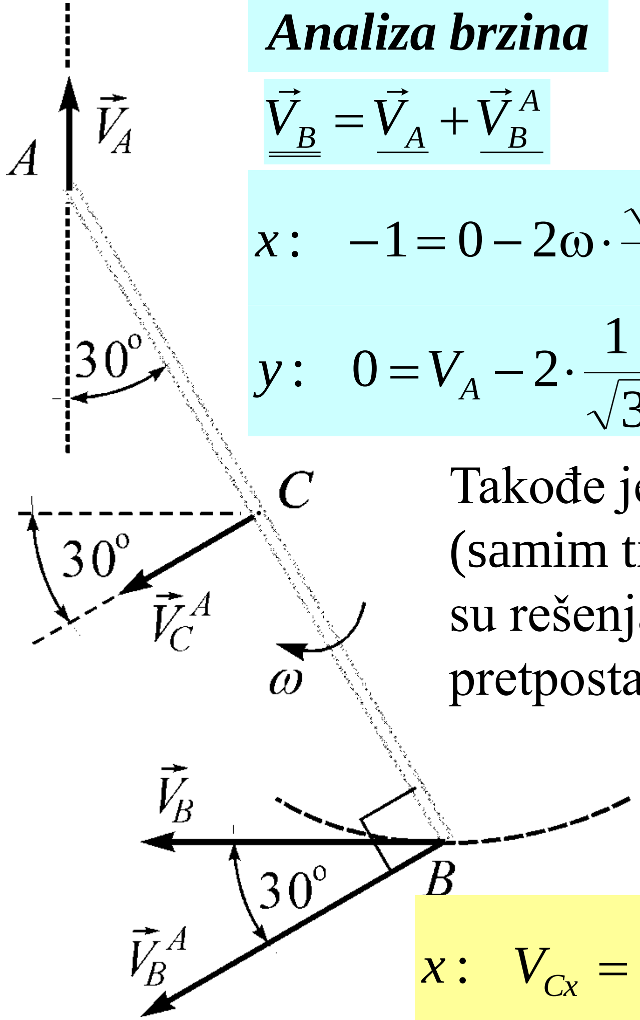
Brzina i tangencijalno ubrzanje tačke B

$$\dot{s}(t) = 2t - 3 \Rightarrow \dot{s}(1) = -1 \Rightarrow V_B = 1\,\frac{m}{s},$$

$$\ddot{s}(t) = 2 \Rightarrow \ddot{s}(1) = 2 \Rightarrow a_{BT} = 2\,\frac{m}{s^2}$$

Smer vektora brzine tačke *B* je u levu stranu, suprotno od smera porasta koordinate s, jer je $\dot{s}(1) < 0$.

Smer vektora tangencijalnog ubrzanja tačke *B* je u desnu stranu, u smeru porasta koordinate s, jer je $\ddot{s}(1) > 0$.



Analiza brzina

$$\underline{\underline{\vec{V}_B}} = \underline{\vec{V}_A} + \underline{\vec{V}_B^{\,A}}$$

$$V_B^A = \overline{AB}\cdot\omega = 2\,\omega,$$

$$x: \quad -1 = 0 - 2\omega\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \quad\Rightarrow\quad \omega = \frac{1}{\sqrt{3}}\,s^{-1}$$

$$y: \quad 0 = V_A - 2\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{2} \quad\Rightarrow\quad V_A = \frac{1}{\sqrt{3}}\,\frac{m}{s}$$

Vektor brzine tačke *A* je vertikalnog pravca, pošto se tačka *A* kreće pravolinijski u vertikalnom pravcu, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, naviše.

Takođe je i za smer vektora $\vec{V}_B^{\,A}$ učinjena pretpostavka (samim tim i za smer ugaone brzine ω). Zbog činjenice da su rešenja za V_A i ω pozitivnih predznaka obe pretpostavke o smerovima su tačne..

Određivanje brzine tačke C

$$\vec{V}_C = \underline{\underline{\vec{V}_A}} + \underline{\underline{\vec{V}_C^{\,A}}}$$

$$V_C^A = \overline{AC}\cdot\omega = \frac{1}{\sqrt{3}}\,\frac{m}{s}$$

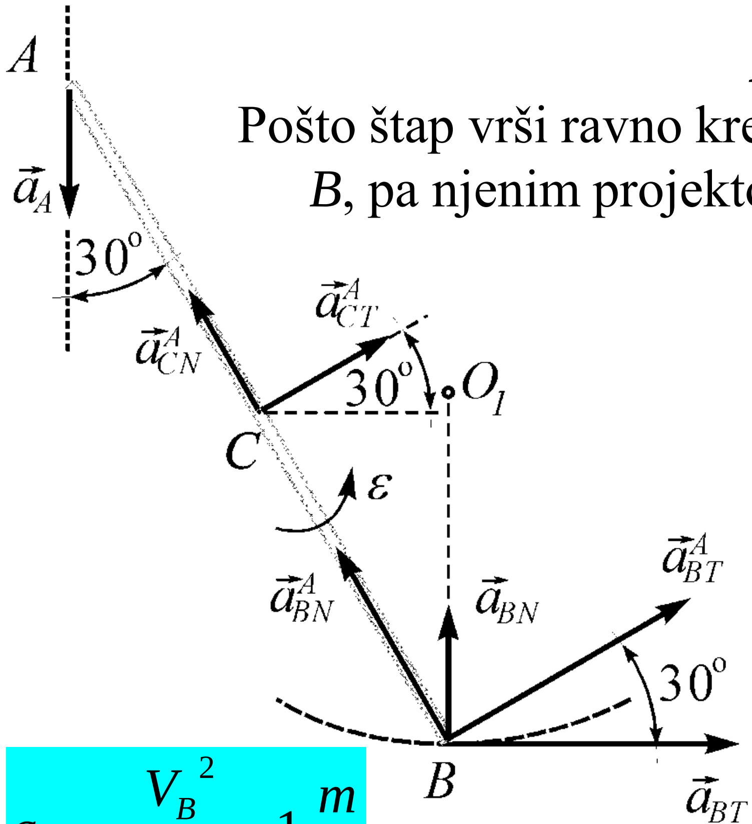
$$x: \quad V_{Cx} = 0 - \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y: \quad V_{Cy} = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\Rightarrow \quad V_C = \sqrt{V_{Cx}^{\,2} + V_{Cy}^{\,2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}\,\frac{m}{s}$$

Analiza ubrzanja

Pošto štap vrši ravno kretanje primenom vektorke formule za tačke *A* i *B*, pa njenim projektovanjem na kordinatne ose dobiće se intenzitet ubrzanja tačke *A* i ugaono ubrzanje štapa:



$$\underline{\underline{\vec{a}_{BN}}} + \underline{\underline{\vec{a}_{BT}}} = \underline{\vec{a}_A} + \underline{\underline{\vec{a}_{BN}^A}} + \underline{\vec{a}_{BT}^A}$$

$$x: \quad 0+2 = 0 - \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2} + 2\varepsilon\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \varepsilon = \frac{7\sqrt{3}}{9}\, s^{-2}$$

$$y: \quad 1+0 = -a_A + \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\cdot\frac{7\sqrt{3}}{9}\cdot\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a_A = \frac{10\sqrt{3}}{9} - 1\, s^{-2}$$

$$a_{BN} = \frac{V_B^2}{R} = 1\,\frac{m}{s^2}$$

$$a_{BN}^A = \overline{AB}\cdot\omega^2 = \frac{2}{3}\,\frac{m}{s^2}$$

$$a_{BT}^A = \overline{AB}\cdot\varepsilon = 2\varepsilon$$

Pošto je putanja tačke *B* kružna, vektor ubrzanja te tačke je morao da se razloži na normalnu i tangencijalnu komponentu. Vektor ubrzanja tačke *A* je vertikalnog pravca, pošto se tačka *A* kreće pravolinijski u vertikalnom pravcu, dok je smer tog vektora, po pretpostavci, naniže.

Takođe je i za smer vektora $\vec{a}_{BT}^A$ učinjena pretpostavka (samim tim i za smer ugaonog ubrzanja ε). Zbog činjenice da su rešenja za a_A i ε pozitivnih predznaka, obe pretpostavke o smerovima su tačne.

Određivanje ubrzanja tačke C

$$\vec{a}_C = \underline{\underline{\vec{a}_A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{CN}^A}} + \underline{\underline{\vec{a}_{CT}^A}},$$

$$a_{CN}^A = \overline{AC} \cdot \omega^2 = \frac{1}{3}\,\frac{m}{s^2},$$

$$a_{CT}^A = \overline{AC} \cdot \varepsilon = \frac{7\sqrt{3}}{9}\,\frac{m}{s^2}$$

$$x: \quad a_{Cx} = 0 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{7\sqrt{3}}{9} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$$

$$y: \quad a_{Cy} = -\left(\frac{10\sqrt{3}}{9} - 1\right) + \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{7\sqrt{3}}{9} \cdot \frac{1}{2} = 1 - \frac{10\sqrt{3}}{18}$$

$$\Rightarrow \quad a_C = \sqrt{a_{Cx}{}^2 + a_{Cy}{}^2}$$