Polinomi
- formule i zadaci -

2010/2011

Polinomi

Opšti oblik polinoma n-tog stepena

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$

Polinomi

Opšti oblik polinoma n-tog stepena

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$

gde je

Polinomi

Opšti oblik polinoma n-tog stepena

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$

gde je

- $a_i \in \mathbb{R}, i = 0, 1, \ldots, n$ $(a_n \neq 0)$ - koeficijenti polinoma

Polinomi

Opšti oblik polinoma n-tog stepena

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$

gde je

- $a_i \in \mathbb{R}, i = 0, 1, \ldots, n$ $(a_n \neq 0)$ - koeficijenti polinoma
- a_0 - slobodan član

Polinomi

Opšti oblik polinoma n-tog stepena

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$

gde je

- $a_i \in \mathbb{R}, i = 0, 1, \ldots, n \ (a_n \neq 0)$ - koeficijenti polinoma
- a_0 - slobodan član
- x - promenljiva

Polinomi

Opšti oblik polinoma n-tog stepena

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$

gde je

- $a_i \in \mathbb{R}, i = 0, 1, \ldots, n$ $(a_n \neq 0)$ - koeficijenti polinoma
- a_0 - slobodan član
- x - promenljiva

Primer 1. Polinom trećeg stepena

$$P_3(x) = -2x^3 + 3x^2 - x + 4,$$

Polinomi

Opšti oblik polinoma n-tog stepena

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$

gde je

- $a_i \in \mathbb{R}, i = 0, 1, \ldots, n$ $(a_n \neq 0)$ - koeficijenti polinoma
- a_0 - slobodan član
- x - promenljiva

Primer 1. Polinom trećeg stepena

$$P_3(x) = -2x^3 + 3x^2 - x + 4, \quad n = 3,$$

Polinomi

Opšti oblik polinoma n-tog stepena

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$

gde je

- $a_i \in \mathbb{R}, i = 0, 1, \ldots, n$ $(a_n \neq 0)$ - koeficijenti polinoma
- a_0 - slobodan član
- x - promenljiva

Primer 1. Polinom trećeg stepena

$$P_3(x) = -2x^3 + 3x^2 - x + 4, \quad n = 3, a_3 = -2,$$

Polinomi

Opšti oblik polinoma n-tog stepena

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$

gde je

- $a_i \in \mathbb{R}, i = 0, 1, \ldots, n$ $(a_n \neq 0)$ - koeficijenti polinoma
- a_0 - slobodan član
- x - promenljiva

Primer 1. Polinom trećeg stepena

$$P_3(x) = -2x^3 + 3x^2 - x + 4, \quad n = 3, a_3 = -2, a_2 = 3,$$

Polinomi

Opšti oblik polinoma n-tog stepena

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$

gde je

- $a_i \in \mathbb{R}, i = 0, 1, \ldots, n$ $(a_n \neq 0)$ - koeficijenti polinoma
- a_0 - slobodan član
- x - promenljiva

Primer 1. Polinom trećeg stepena

$$P_3(x) = -2x^3 + 3x^2 - x + 4, \quad n = 3, a_3 = -2, a_2 = 3, a_1 = -1,$$

Polinomi

Opšti oblik polinoma n-tog stepena

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$

gde je

- $a_i \in \mathbb{R}, i = 0, 1, \ldots, n$ $(a_n \neq 0)$ - koeficijenti polinoma
- a_0 - slobodan član
- x - promenljiva

Primer 1. Polinom trećeg stepena

$$P_3(x) = -2x^3 + 3x^2 - x + 4, \quad n = 3, a_3 = -2, a_2 = 3, a_1 = -1, a_0 = 4$$

Polinomi

Deljenje polinoma

Podeliti polinom $P_n(x)$ polinomom $Q_m(x)$ $(n \geq m)$ znači

Deljenje polinoma

Podeliti polinom $P_n(x)$ polinomom $Q_m(x)$ $(n \geq m)$ znači naći polinome $S(x)$ i $R(x)$ takve da važi:

$$P_n(x) = S(x) \cdot Q_m(x) + R(x)\ .$$

Deljenje polinoma

Podeliti polinom $P_n(x)$ polinomom $Q_m(x)$ $(n \geq m)$ znači naći polinome $S(x)$ i $R(x)$ takve da važi:

$$P_n(x) = S(x) \cdot Q_m(x) + R(x) \ .$$

Polinom $S(x)$ se naziva količnik,

Deljenje polinoma

Podeliti polinom $P_n(x)$ polinomom $Q_m(x)$ $(n \geq m)$ znači naći polinome $S(x)$ i $R(x)$ takve da važi:

$$P_n(x) = S(x) \cdot Q_m(x) + R(x) \ .$$

Polinom $S(x)$ se naziva količnik, a polinom $R(x)$ ostatak pri deljenju polinoma $P_n(x)$ sa $Q_m(x)$.

Deljenje polinoma

Podeliti polinom $P_n(x)$ polinomom $Q_m(x)$ $(n \geq m)$ znači naći polinome $S(x)$ i $R(x)$ takve da važi:

$$P_n(x) = S(x) \cdot Q_m(x) + R(x) \ .$$

Polinom $S(x)$ se naziva količnik, a polinom $R(x)$ ostatak pri deljenju polinoma $P_n(x)$ sa $Q_m(x)$. Ako je $R(x) = 0$ onda je polinom $P_n(x)$ deljiv polinomom $Q_m(x)$.

Zadatak 1.

Podeliti polinom $p(x) = x^5 - x^4 - 6x^3 + 7x + 3$ polinomom $q(x) = x^3 + x^2 - 3x$.

Zadatak 1.

Podeliti polinom $p(x) = x^5 - x^4 - 6x^3 + 7x + 3$ polinomom $q(x) = x^3 + x^2 - 3x$.

$$\boxed{p(x) = (\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad) \cdot q(x) + (\qquad\qquad\qquad\qquad)}$$

Zadatak 1.

Podeliti polinom $p(x) = x^5 - x^4 - 6x^3 + 7x + 3$ polinomom $q(x) = x^3 + x^2 - 3x$.

$$\boxed{p(x) = (\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad) \cdot q(x) + (\qquad\qquad\qquad\qquad)}$$

Rešenje: $p(x) = (x^2 - 2x - 1) \cdot (x^3 + x^2 - 3x) + (-5x^2 + 4x + 3)$

Polinomi

Nule polinoma

Polinomi

Nule polinoma

- $x = x_0$ je nula (ili koren) polinoma $P_n(x)$ ako je $P_n(x_0) = 0$.

Polinomi

Nule polinoma

- $x = x_0$ je nula (ili koren) polinoma $P_n(x)$ ako je $P_n(x_0) = 0$.
- Ako je $x = x_0$ nula polinoma $P_n(x)$ onda važi:

$$P_n(x) = (x - x_0) \cdot Q_{n-1}(x), \quad Q_{n-1}(x) \neq 0 \ .$$

Polinomi

Nule polinoma

- $x = x_0$ je nula (ili koren) polinoma $P_n(x)$ ako je $P_n(x_0) = 0$.
- Ako je $x = x_0$ nula polinoma $P_n(x)$ onda važi:

$$P_n(x) = (x - x_0) \cdot Q_{n-1}(x), \quad Q_{n-1}(x) \neq 0 \ .$$

- $x = x_0$ je nula polinoma $P_n(x)$ višestrukosti k $(k \leq n)$ ako važi

$$P_n(x) = (x - x_0)^k \cdot Q_{n-k}(x), \quad Q_{n-k}(x) \neq 0 \ .$$

Zadatak 1⋆.

Odrediti nule polinoma $P(x) = 2x^2 - 6x + 4$ i rastaviti ga na činioce.

Zadatak 1*.

Odrediti nule polinoma $P(x) = 2x^2 - 6x + 4$ i rastaviti ga na činioce.

$P(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x + 4 = 0$

Zadatak 1*.

Odrediti nule polinoma $P(x) = 2x^2 - 6x + 4$ i rastaviti ga na činioce.

$$P(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{4} = \frac{6 \pm 2}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{6-2}{4} = 1, \;\; x_2 = \frac{6+2}{4} = 2$$

Zadatak 1*.

Odrediti nule polinoma $P(x) = 2x^2 - 6x + 4$ i rastaviti ga na činioce.

$$P(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{4} = \frac{6 \pm 2}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{6-2}{4} = 1, \quad x_2 = \frac{6+2}{4} = 2$$

$$P(x) = 2(x-1)(x-2)$$

Polinomi

Polinomi

Hornerova šema

$$
\begin{array}{cccccc|c}
a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \ldots & a_1 & a_0 & x = x_0 \\
\hline
 & b_{n-1} & b_{n-2} & \ldots & b_1 & b_0 & r
\end{array}
$$

Hornerova šema

$$
\begin{array}{cccccc|c}
a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \ldots & a_1 & a_0 & x = x_0 \\
\hline
 & b_{n-1} & b_{n-2} & \ldots & b_1 & b_0 & r
\end{array}
$$

gde su

$$b_{n-1} = a_n$$

Hornerova šema

$$\begin{array}{cccccc|c} a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & a_0 & x = x_0 \\ \hline & b_{n-1} & b_{n-2} & \dots & b_1 & b_0 & r \end{array}$$

gde su

$$\begin{aligned} b_{n-1} &= a_n \\ b_{n-2} &= x_0 \cdot b_{n-1} + a_{n-1} \end{aligned}$$

Hornerova šema

$$\begin{array}{cccccc|c} a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & a_0 & x = x_0 \\ \hline & b_{n-1} & b_{n-2} & \dots & b_1 & b_0 & r \end{array}$$

gde su

$$\begin{aligned} b_{n-1} &= a_n \\ b_{n-2} &= x_0 \cdot b_{n-1} + a_{n-1} \\ &\vdots \\ b_i &= x_0 \cdot b_{i+1} + a_{i+1} \\ &\vdots \end{aligned}$$

Hornerova šema

$$\begin{array}{cccccc|c} a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & a_0 & x = x_0 \\ \hline & b_{n-1} & b_{n-2} & \dots & b_1 & b_0 & r \end{array}$$

gde su

$$\begin{array}{rcl} b_{n-1} & = & a_n \\ b_{n-2} & = & x_0 \cdot b_{n-1} + a_{n-1} \\ \vdots & & \\ b_i & = & x_0 \cdot b_{i+1} + a_{i+1} \\ \vdots & & \\ r & = & x_0 \cdot b_0 + a_0 \end{array}$$

Hornerova šema

$$
\begin{array}{cccccc|c}
a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \ldots & a_1 & a_0 & x = x_0 \\
\hline
 & b_{n-1} & b_{n-2} & \ldots & b_1 & b_0 & r
\end{array}
$$

gde su

$$
\begin{aligned}
b_{n-1} &= a_n \\
b_{n-2} &= x_0 \cdot b_{n-1} + a_{n-1} \\
&\vdots \\
b_i &= x_0 \cdot b_{i+1} + a_{i+1} \\
&\vdots \\
r &= x_0 \cdot b_0 + a_0
\end{aligned}
$$

Ako je $r = 0$ tada je $x = x_0$ racionalna nula polinoma $P_n(x)$ i važi:

Hornerova šema

$$\begin{array}{cccccc|c} a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & a_0 & x = x_0 \\ \hline & b_{n-1} & b_{n-2} & \dots & b_1 & b_0 & r \end{array}$$

gde su

$$\begin{aligned} b_{n-1} &= a_n \\ b_{n-2} &= x_0 \cdot b_{n-1} + a_{n-1} \\ &\vdots \\ b_i &= x_0 \cdot b_{i+1} + a_{i+1} \\ &\vdots \\ r &= x_0 \cdot b_0 + a_0 \end{aligned}$$

Ako je $r = 0$ tada je $x = x_0$ racionalna nula polinoma $P_n(x)$ i važi:

$$P_n(x) = (x - x_0) \cdot (b_{n-1}x^{n-1} + b_{n-2}x^{n-2} + \ldots + b_1 x + b_0)\ .$$

Zadatak 3.

Kandidati za racionalne nule polinoma

$$P(x) = -x^6 + x^5 + 3x^4 + x^3 + 5x^2 + 6$$

su: (zaokružiti sve tačne odgovore)

Zadatak 3.

Kandidati za racionalne nule polinoma

$$P(x) = -x^6 + x^5 + 3x^4 + x^3 + 5x^2 + 6$$

su: (zaokružiti sve tačne odgovore)

a) -1	b) 0	c) -2	d) 3
e) $0,5$	f) $1/3$	g) -6	h) -3

Zadatak 3.

Kandidati za racionalne nule polinoma

$$P(x) = -x^6 + x^5 + 3x^4 + x^3 + 5x^2 + 6$$

su: (zaokružiti sve tačne odgovore)

a) -1	b) 0	c) -2	d) 3
e) $0,5$	f) $1/3$	g) -6	h) -3

Rešenje: a), c), d), g), h)

Zadatak 4.

Koristeći Hornerovu šemu naći sve racionalne nule

$$P(x) = 3x^5 + 8x^4 - 10x^2 - 3x + 2 \, ,$$

upisati i njihovu višestrukost i rastaviti polinom na činioce.

Zadatak 4.

Koristeći Hornerovu šemu naći sve racionalne nule

$$P(x) = 3x^5 + 8x^4 - 10x^2 - 3x + 2 \, ,$$

upisati i njihovu višestrukost i rastaviti polinom na činioce.

Racionalne nule polinoma $P(x)$ su

Zadatak 4.

Koristeći Hornerovu šemu naći sve racionalne nule

$$P(x) = 3x^5 + 8x^4 - 10x^2 - 3x + 2\ ,$$

upisati i njihovu višestrukost i rastaviti polinom na činioce.

Racionalne nule polinoma $P(x)$ su

Rešenje: $x = 1$, $x = -2$, $x = \dfrac{1}{3}$ i $x = -1$ višestrukosti 2.

Zadatak 4.

Koristeći Hornerovu šemu naći sve racionalne nule

$$P(x) = 3x^5 + 8x^4 - 10x^2 - 3x + 2\ ,$$

upisati i njihovu višestrukost i rastaviti polinom na činioce.

Racionalne nule polinoma $P(x)$ su

Rešenje: $x = 1$, $x = -2$, $x = \dfrac{1}{3}$ i $x = -1$ višestrukosti 2.

$$P(x) \quad = 3(x-1)(x+2)(x+1)^2(x - \tfrac{1}{3})$$

Zadatak 4.

Koristeći Hornerovu šemu naći sve racionalne nule

$$P(x) = 3x^5 + 8x^4 - 10x^2 - 3x + 2\ ,$$

upisati i njihovu višestrukost i rastaviti polinom na činioce.

Racionalne nule polinoma $P(x)$ su

Rešenje: $x = 1$, $x = -2$, $x = \dfrac{1}{3}$ i $x = -1$ višestrukosti 2.

$$\begin{aligned} P(x) &= 3(x-1)(x+2)(x+1)^2(x-\tfrac{1}{3}) \\ &= (x-1)(x+2)(x+1)^2(3x-1) \end{aligned}$$

Zadatak 10.

Koristeći Hornerovu šemu naći sve racionalne nule

$$P(x) = 6x^4 + 5x^3 - 14x^2 + 3x \ ,$$

upisati i njihovu višestrukost i rastaviti polinom na činioce.

Zadatak 10.

Koristeći Hornerovu šemu naći sve racionalne nule

$$P(x) = 6x^4 + 5x^3 - 14x^2 + 3x \ ,$$

upisati i njihovu višestrukost i rastaviti polinom na činioce.

Racionalne nule polinoma $P(x)$ su

Zadatak 10.

Koristeći Hornerovu šemu naći sve racionalne nule

$$P(x) = 6x^4 + 5x^3 - 14x^2 + 3x \ ,$$

upisati i njihovu višestrukost i rastaviti polinom na činioce.

Racionalne nule polinoma $P(x)$ su

Rešenje: $x = 0$, $x = 1$.

Zadatak 10.

Koristeći Hornerovu šemu naći sve racionalne nule

$$P(x) = 6x^4 + 5x^3 - 14x^2 + 3x \ ,$$

upisati i njihovu višestrukost i rastaviti polinom na činioce.

Racionalne nule polinoma $P(x)$ su

Rešenje: $x = 0$, $x = 1$.

$$P(x) \ \ = x(x-1)(6x^2 + 11x - 3)$$

Zadatak 15.

Koristeći Hornerovu šemu naći sve racionalne nule

$$P(x) = x^6 - x^5 - 8x^4 - 2x^3 + 17x^2 + 19x + 6 \ ,$$

upisati i njihovu višestrukost i rastaviti polinom na činioce.

Zadatak 15.

Koristeći Hornerovu šemu naći sve racionalne nule

$$P(x) = x^6 - x^5 - 8x^4 - 2x^3 + 17x^2 + 19x + 6 \ ,$$

upisati i njihovu višestrukost i rastaviti polinom na činioce.

Racionalne nule polinoma $P(x)$ su

Zadatak 15.

Koristeći Hornerovu šemu naći sve racionalne nule

$$P(x) = x^6 - x^5 - 8x^4 - 2x^3 + 17x^2 + 19x + 6\ ,$$

upisati i njihovu višestrukost i rastaviti polinom na činioce.

Racionalne nule polinoma $P(x)$ su

Rešenje: $x = 2$, $x = 3$ i $x = -1$ višestrukosti 4.

Zadatak 15.

Koristeći Hornerovu šemu naći sve racionalne nule

$$P(x) = x^6 - x^5 - 8x^4 - 2x^3 + 17x^2 + 19x + 6\ ,$$

upisati i njihovu višestrukost i rastaviti polinom na činioce.

Racionalne nule polinoma $P(x)$ su

Rešenje: $x = 2$, $x = 3$ i $x = -1$ višestrukosti 4.

$$P(x) \quad = (x-2)(x-3)(x+1)^4$$

Polinomi

Rastavljanje polinoma po stepenima od $x - x_0$, $x_0 \in \mathbb{R}$

Rastaviti polinom

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

po stepenima od $x - x_0$, $x_0 \in \mathbb{R}$,

Rastavljanje polinoma po stepenima od $x - x_0$, $x_0 \in \mathbb{R}$

Rastaviti polinom

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

po stepenima od $x - x_0$, $x_0 \in \mathbb{R}$, znači naći koeficijente $b_0, b_1, \ldots, b_n \in \mathbb{R}$ za koje važi:

Rastavljanje polinoma po stepenima od $x - x_0$, $x_0 \in \mathbb{R}$

Rastaviti polinom

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

po stepenima od $x - x_0$, $x_0 \in \mathbb{R}$, znači naći koeficijente $b_0, b_1, \ldots, b_n \in \mathbb{R}$ za koje važi:

$$P_n(x) = b_n (x - x_0)^n + b_{n-1} (x - x_0)^{n-1} + \ldots + b_2 (x - x_0)^2 + b_1 (x - x_0) + b_0 \ .$$

Zadatak 17.

Dat je polinom:

$$P(x) = x^5 - 3x^4 + x^3 + 6x^2 - 5x - 1 \ .$$

(i) Koristeći Hornerovu šemu proveriti da li je $x = 1$ nula polinoma $P(x)$.
(ii) Rastaviti polinom $P(x)$ po stepenima od $(x - 1)$.

Zadatak 17.

Dat je polinom:

$$P(x) = x^5 - 3x^4 + x^3 + 6x^2 - 5x - 1 \; .$$

(i) Koristeći Hornerovu šemu proveriti da li je $x = 1$ nula polinoma $P(x)$.
(ii) Rastaviti polinom $P(x)$ po stepenima od $(x - 1)$.

Rešenje:

$$\begin{array}{cccccc|c} 1 & -3 & 1 & 6 & -5 & -1 & x=1 \\ \hline & 1 & -2 & -1 & 5 & 0 & -1 \end{array}$$

Zadatak 17.

Dat je polinom:

$$P(x) = x^5 - 3x^4 + x^3 + 6x^2 - 5x - 1 \; .$$

(i) Koristeći Hornerovu šemu proveriti da li je $x = 1$ nula polinoma $P(x)$.
(ii) Rastaviti polinom $P(x)$ po stepenima od $(x - 1)$.

Rešenje:

$$\begin{array}{cccccc|c} 1 & -3 & 1 & 6 & -5 & -1 & x=1 \\ \hline & 1 & -2 & -1 & 5 & 0 & -1 \end{array}$$

$$P(x) = (x-1)^5 + 2(x-1)^4 - (x-1)^3 + (x-1)^2 + 3(x-1) - 1$$

Zadatak 21.

Rastaviti polinom

$$P(x) = -3x^5 - 8x^2 + 8x - 13$$

po stepenima od $(x + 1)$.

Zadatak 21.

Rastaviti polinom

$$P(x) = -3x^5 - 8x^2 + 8x - 13$$

po stepenima od $(x + 1)$.

$$\boxed{P(x) = \quad (x+1)^5 \quad (x+1)^4 \quad (x+1)^3 \quad (x+1)^2 \quad (x+1)}$$

Zadatak 21.

Rastaviti polinom

$$P(x) = -3x^5 - 8x^2 + 8x - 13$$

po stepenima od $(x+1)$.

$$\boxed{P(x) = \qquad (x+1)^5 \qquad (x+1)^4 \qquad (x+1)^3 \qquad (x+1)^2 \qquad (x+1) \qquad}$$

Rešenje:

$$P(x) = -3(x+1)^5 + 15(x-1)^4 - 30(x+1)^3 + 22(x+1)^2 + 9(x+1) - 26$$

Zadatak 23.

Odrediti koeficijente A, B, C i D polinoma

$$P(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$$

tako pri deljenju sa $(x-1)$ daje ostatak 10, pri deljenju sa $(x+1)$ daje ostatak 4, pri deljenju sa $(x+2)$ daje ostatak -8 i pri deljenju sa x daje ostatak 2.

Zadatak 23.

Odrediti koeficijente A, B, C i D polinoma

$$P(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$$

tako pri deljenju sa $(x-1)$ daje ostatak 10, pri deljenju sa $(x+1)$ daje ostatak 4, pri deljenju sa $(x+2)$ daje ostatak -8 i pri deljenju sa x daje ostatak 2.

$$\boxed{A = \qquad B = \qquad C = \qquad D = \qquad}$$

Zadatak 23.

Odrediti koeficijente A, B, C i D polinoma

$$P(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$$

tako pri deljenju sa $(x-1)$ daje ostatak 10, pri deljenju sa $(x+1)$ daje ostatak 4, pri deljenju sa $(x+2)$ daje ostatak -8 i pri deljenju sa x daje ostatak 2.

$$\boxed{A = \qquad B = \qquad C = \qquad D = \qquad}$$

Rešenje: $A = 4,\ B = 5,\ C = -1$ i $D = 2$

Zadatak 24.

Dat je polinom $P(x) = -6x^6 - x^5 - 5x^4 - x^3 + 13x^2 + 2x - 2$.

(i) Zaokružiti sve tačne iskaze. Polinom $P(x)$:

a) ima pet realnih nula

b) ima šest kompleknih nula, jedna je višestrukosti 3

c) ima jedan par konjugovano kompleksnih nula

d) nema racionalnih nula

e) ima šest racionalnih nula, dve su višestrukosti 2

f) ima četiri različite racionalne nule

g) nema višestruke nule

h) ima dve racionalne, dve realne (koje nisu racionalne) i dve kompleksne (koje nisu realne) nule

Zadatak 24.

Dat je polinom $P(x) = -6x^6 - x^5 - 5x^4 - x^3 + 13x^2 + 2x - 2.$

(i) Zaokružiti sve tačne iskaze. Polinom $P(x)$:

a) ima pet realnih nula

b) ima šest kompleknih nula, jedna je višestrukosti 3

c) ima jedan par konjugovano kompleksnih nula

d) nema racionalnih nula

e) ima šest racionalnih nula, dve su višestrukosti 2

f) ima četiri različite racionalne nule

g) nema višestruke nule

h) ima dve racionalne, dve realne (koje nisu racionalne) i dve kompleksne (koje nisu realne) nule

Rešenje: c), f), g)

Zadatak 24.

Dat je polinom $P(x) = -6x^6 - x^5 - 5x^4 - x^3 + 13x^2 + 2x - 2.$

(ii) Rastaviti polinom $P(x)$ na činioce.

$P(x) =$

Zadatak 24.

Dat je polinom $P(x) = -6x^6 - x^5 - 5x^4 - x^3 + 13x^2 + 2x - 2$.

(ii) Rastaviti polinom $P(x)$ na činioce.

$P(x) =$

Rešenje: $P(x) = -(x-1)(x+1)(2x+1)(3x-1)(x^2+2)$

Zadaci

Zadatak 26.
(i) Naći ostatak pri deljenju polinoma $p(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2$ polinomom $q(x) = x^2 - 1$.
(ii) Naći zajedničke nule polinoma $p(x)$ i $q(x)$.

Zadaci

Zadatak 26.
(i) Naći ostatak pri deljenju polinoma $p(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2$ polinomom $q(x) = x^2 - 1$.
(ii) Naći zajedničke nule polinoma $p(x)$ i $q(x)$.

Zadatak 32. Dat je polinom
$P(x) = 2x^6 + x^5 - 19x^4 - 17x^3 + 29x^2 + 16x - 12$.
(i) Koristeći Hornerovu šemu proveriti da li je $x = 3$ nula polinoma $P(x)$.
(ii) Naći sve racionalne nule polinoma $P(x)$. To su:
(iii) Da li polinom $P(x)$ ima višestrukih nula?

Zadatak 26.
(i) Naći ostatak pri deljenju polinoma $p(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2$ polinomom $q(x) = x^2 - 1$.
(ii) Naći zajedničke nule polinoma $p(x)$ i $q(x)$.

Zadatak 32. Dat je polinom
$P(x) = 2x^6 + x^5 - 19x^4 - 17x^3 + 29x^2 + 16x - 12$.
(i) Koristeći Hornerovu šemu proveriti da li je $x = 3$ nula polinoma $P(x)$.
(ii) Naći sve racionalne nule polinoma $P(x)$. To su:
(iii) Da li polinom $P(x)$ ima višestrukih nula?

Zadatak 36. Odrediti koeficijente (A, B, C) u polinomu $P(x) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$ tako da on bude deljiv sa $(x - 1)$ i $(x + 2)$, a da pri deljenju sa $(x - 4)$ daje ostatak 18.

Zadatak 26.
(i) Naći ostatak pri deljenju polinoma $p(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2$ polinomom $q(x) = x^2 - 1$.
(ii) Naći zajedničke nule polinoma $p(x)$ i $q(x)$.

Zadatak 32. Dat je polinom
$P(x) = 2x^6 + x^5 - 19x^4 - 17x^3 + 29x^2 + 16x - 12$.
(i) Koristeći Hornerovu šemu proveriti da li je $x = 3$ nula polinoma $P(x)$.
(ii) Naći sve racionalne nule polinoma $P(x)$. To su:
(iii) Da li polinom $P(x)$ ima višestrukih nula?

Zadatak 36. Odrediti koeficijente (A, B, C) u polinomu $P(x) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$ tako da on bude deljiv sa $(x - 1)$ i $(x + 2)$, a da pri deljenju sa $(x - 4)$ daje ostatak 18.

Zadatak 38. Ostatak pri deljenju polinoma $P(x)$ sa $(x - 2)$ je 8, a sa $(x + 3)$ ostatak je 3. Koliki je ostatak pri deljenju polinoma $P(x)$ sa $(x^2 + x - 6)$?