

Određeni integral

- formule i zadaci -

2008/2009

Osnovna svojstva određenog integrala

$$\int_a^b (f_1(x) + f_2(x))dx = \int_a^b f_1(x)dx + \int_a^b f_2(x)dx$$

Osnovna svojstva određenog integrala

$$\int_a^b (f_1(x) + f_2(x))dx = \int_a^b f_1(x)dx + \int_a^b f_2(x)dx$$

$$\int_a^b \alpha f(x)dx = \alpha \int_a^b f(x)dx$$

Osnovna svojstva određenog integrala

Definicija

Ako je funkcija $f(x)$ definisana u tački a onda je

$$\int_a^a f(x) dx = 0.$$

Definicija

Ako je funkcija $f(x)$ definisana u tački a onda je

$$\int_a^a f(x)dx = 0.$$

Definicija

Ako je funkcija $f(x)$ integrabilna na odsečku $[a, b]$, $a < b$, onda je

$$\int_b^a f(x)dx = - \int_a^b f(x)dx.$$

aditivnost po odsečku integracije

Teorema

Neka je $a < c < b$ i neka je funkcija $f(x)$ integrabilna na odsečku $[a, c]$ i integrabilna na odsečku $[c, b]$. Onda je $f(x)$ integrabilna na odsečku $[a, b]$ i važi

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Njutn-Lajbnicova formula

Teorema

Neka je funkcija $f(x)$ neprekidna na odsečku $[a, b]$ i neka je $F(x)$ bilo koja primitivna funkcija za $f(x)$ na $[a, b]$. Onda važi

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Zadatak 1.

$$\int_2^1 (x^2 - 2x + 3) dx$$

Zadatak 1.

$$\int_2^1 (x^2 - 2x + 3) dx$$

Zadatak 2.

$$\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$$

Zadatak 1.

$$\int_2^1 (x^2 - 2x + 3) dx$$

Zadatak 2.

$$\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$$

Zadatak 3.

$$\int_1^2 x \ln x dx$$

Zadatak 1.

$$\int_2^1 (x^2 - 2x + 3) dx$$

Zadatak 2.

$$\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$$

Zadatak 3.

$$\int_1^2 x \ln x dx$$

Zadatak 4.

$$\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$$

Izračunavanje površina nekih figura u ravni

Primer 1.

Naći površinu figure F u ravni ograničene osom Oy , delom grafika funkcije $y = x^2$ i tangentom tog grafika, povučenom u tački $(1, 1)$.

Izračunavanje površina nekih figura u ravni

Primer 1.

Naći površinu figure F u ravni ograničene osom Oy , delom grafika funkcije $y = x^2$ i tangentom tog grafika, povučenom u tački $(1, 1)$.

Primer 2.

Izračunati površinu figure u ravni ograničene elipsom sa poluosama a i b .

Izračunavanje površina nekih figura u ravni

Primer 1.

Naći površinu figure F u ravni ograničene osom Oy , delom grafika funkcije $y = x^2$ i tangentom tog grafika, povučenom u tački $(1, 1)$.

Primer 2.

Izračunati površinu figure u ravni ograničene elipsom sa poluosama a i b .

Primer 3.

Izračunati površinu figure u ravni ograničene funkcijama $f(x) = x^2$ i $f(x) = x^3$.

Izračunavanje površina nekih figura u ravni

Primer 1.

Naći površinu figure F u ravni ograničene osom Oy , delom grafika funkcije $y = x^2$ i tangentom tog grafika, povučenom u tački $(1, 1)$.

Primer 2.

Izračunati površinu figure u ravni ograničene elipsom sa poluosama a i b .

Primer 3.

Izračunati površinu figure u ravni ograničene funkcijama $f(x) = x^2$ i $f(x) = x^3$.

Primer 4.

Izračunati površinu figure u ravni ograničene funkcijama $f(x) = 8x$, $f(x) = \frac{1}{x^2}$ i $f(x) = x$.

Izračunavanje površina nekih figura u ravni

Primer 5.

Izračunati površinu figure u ravni ograničene funkcijama $f(x) = x$, $5 - x$ i $f(x) = 2x$.

Primer 5.

Izračunati površinu figure u ravni ograničene funkcijama $f(x) = x$, $5 - x$ i $f(x) = 2x$.

Primer 6.

Izračunati površinu figure u ravni ograničene funkcijama $f(x) = x^2 - 2x + 2$ i $f(x) = -x^2 + 6$.

Izračunavanje zapremine

Primer 1.

Naći zapreminu tela koje nastaje rotacijom funkcije $f(x) = x - x^2$ oko x -ose.

Primer 1.

Naći zapreminu tela koje nastaje rotacijom funkcije $f(x) = x - x^2$ oko x -ose.

Primer 2.

Naći zapreminu tela koje nastaje rotacijom funkcije $f(x) = x^3 - x + 1$ oko x -ose.

Primer 1.

Naći zapreminu tela koje nastaje rotacijom funkcije $f(x) = x - x^2$ oko x -ose.

Primer 2.

Naći zapreminu tela koje nastaje rotacijom funkcije $f(x) = x^3 - x + 1$ oko x -ose.

Primer 3.

Naći zapreminu tela koje nastaje rotacijom funkcija $f(x) = x^3$ i $f(x) = x^2$ oko x -ose.