Neodređeni integral

2010/2011

Neodređeni integral

Definicija 1

Funkcija F je **primitivna funkcija** za funkciju $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ na intervalu (a, b) ako važi

$$F'(x) = f(x), \ \ \forall x \in (a, b)\,.$$

Neodređeni integral

Definicija 1

Funkcija F je **primitivna funkcija** za funkciju $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ na intervalu (a, b) ako važi

$$F'(x) = f(x), \ \ \forall x \in (a, b) \, .$$

Definicija 2

Neofređeni integral funkcije $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ na intervalu (a, b) je skup svih primitivnih funkcija za funkciju f na intervalu (a, b), odnosno,

$$\int f(x) \, dx = F(x) + C \, ,$$

gde je C proizvoljna konstanta.

Neodređeni integral

Osobine neodređenog integrala

Neodređeni integral

Osobine neodređenog integrala

- $\int A \cdot f(x)\,dx = A \int f(x)\,dx$, gde je A konstanta

Neodređeni integral

Osobine neodređenog integrala

- $\displaystyle\int A \cdot f(x)\,dx = A \int f(x)\,dx$, gde je A konstanta
- $\displaystyle\int (f(x) \pm g(x))\ dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$

Neodređeni integral

Osobine neodređenog integrala

- $\int A \cdot f(x)\,dx = A \int f(x)\,dx$, gde je A konstanta
- $\int (f(x) \pm g(x))\ dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$
- $\left(\int f(x)\,dx\right)' = f(x)$

Osnovni neodređeni integrali

Osnovni neodređeni integrali

- $\displaystyle\int dx = x + C, \ \alpha \neq -1$

Osnovni neodređeni integrali

- $\int dx = x + C, \ \alpha \neq -1$
- $\int x^{\alpha} \, dx = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \ \alpha \neq -1$

Osnovni neodređeni integrali

- $\int dx = x + C,\ \alpha \neq -1$
- $\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ \alpha \neq -1$
- $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + C,\ x \neq 0$

Osnovni neodređeni integrali

- $\int dx = x + C, \ \alpha \neq -1$
- $\int x^\alpha \, dx = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \ \alpha \neq -1$
- $\int \dfrac{1}{x} \, dx = \ln |x| + C, \ x \neq 0$
- $\int e^x \, dx = e^x + C$

Osnovni neodređeni integrali

- $\int dx = x + C, \ \alpha \neq -1$
- $\int x^{\alpha}\, dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \ \alpha \neq -1$
- $\int \frac{1}{x}\, dx = \ln|x| + C, \ x \neq 0$
- $\int e^{x}\, dx = e^{x} + C$
- $\int a^{x}\, dx = \frac{a^{x}}{\ln a} + C, \ a > 0, \ a \neq 1$

Osnovni neodređeni integrali

- $\int dx = x + C, \ \alpha \neq -1$
- $\int x^\alpha \, dx = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \ \alpha \neq -1$
- $\int \dfrac{1}{x} \, dx = \ln |x| + C, \ x \neq 0$
- $\int e^x \, dx = e^x + C$
- $\int a^x \, dx = \dfrac{a^x}{\ln a} + C, \ a > 0, \ a \neq 1$
- $\int \sin x \, dx = -\cos x + C, \ x \neq 0$

Osnovni neodređeni integrali

- $\int dx = x + C, \ \alpha \neq -1$
- $\int x^{\alpha}\,dx = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \ \alpha \neq -1$
- $\int \dfrac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C, \ x \neq 0$
- $\int e^{x}\,dx = e^{x} + C$
- $\int a^{x}\,dx = \dfrac{a^{x}}{\ln a} + C, \ a > 0, \ a \neq 1$
- $\int \sin x\,dx = -\cos x + C, \ x \neq 0$
- $\int \cos x\,dx = \sin x + C, \ x \neq 0$

Osnovni neodređeni integrali

Osnovni neodređeni integrali

- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,\ x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z} \right\}$

Osnovni neodređeni integrali

- $\int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C,\ x \in \mathbb{R} \setminus \left\{(2k+1)\frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
- $\int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C,\ x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

Osnovni neodređeni integrali

- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,\ \ x \in \mathbb{R}\setminus\left\{(2k+1)\frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C,\ \ x \in \mathbb{R}\setminus\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
- $\displaystyle\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \operatorname{arctg} x + C$

Osnovni neodređeni integrali

- $\int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \operatorname{tg} x + C,\ x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z} \right\}$
- $\int \frac{1}{\sin^2 x}\, dx = -\operatorname{ctg} x + C,\ x \in \mathbb{R} \setminus \{ k\pi | k \in \mathbb{Z} \}$
- $\int \frac{1}{1+x^2}\, dx = \operatorname{arctg} x + C$
- $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx = \arcsin x + C,\ |x| < 1$

Osnovni neodređeni integrali

- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,\ x \in \mathbb{R} \setminus \left\{(2k+1)\frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C,\ x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
- $\displaystyle\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \operatorname{arctg} x + C$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \arcsin x + C,\ |x| < 1$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\,dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+1}\right| + C$

Osnovni neodređeni integrali

- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \operatorname{tg} x + C,\ \ x \in \mathbb{R}\setminus\left\{(2k+1)\frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sin^2 x}\,dx = -\operatorname{ctg} x + C,\ \ x \in \mathbb{R}\setminus\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
- $\displaystyle\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \operatorname{arctg} x + C$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \arcsin x + C,\ \ |x| < 1$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\,dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2+1}\right| + C$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \ln\left|x + \sqrt{x^2-1}\right| + C,\ \ |x| > 1$