

# Elementarne funkcije, domen, nule i znak funkcije - formule i zadaci -

2010/2011

# Elementarne funkcije

- linearna funkcija

- linearna funkcija
- stepena funkcija

- linearna funkcija
- stepena funkcija
- eksponencijalna funkcija

- linearna funkcija
- stepena funkcija
- eksponencijalna funkcija
- logaritamska funkcija

# Elementarne funkcije

- linearna funkcija
- stepena funkcija
- eksponencijalna funkcija
- logaritamska funkcija
- trigonometrijske funkcije

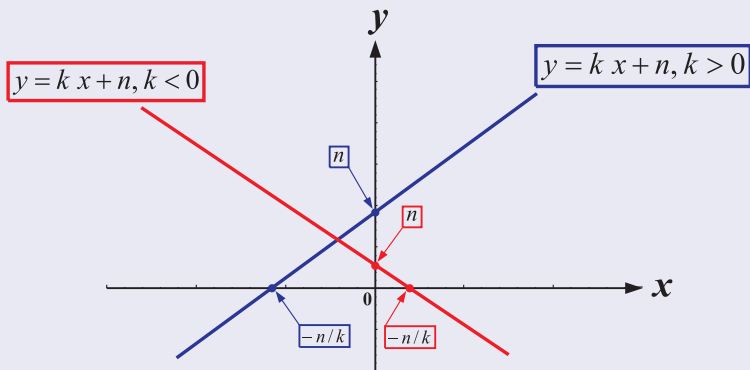
# Linearna funkcija



$$y = kx + n$$

# Linearna funkcija

$$y = kx + n$$



# Zadatak 1.

Skicirati grafik funkcije:

# Zadatak 1.

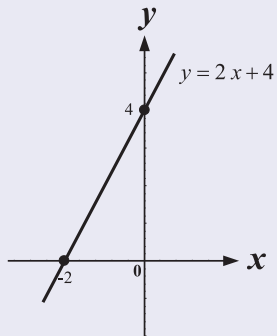
Skicirati grafik funkcije:

$$y = 2x + 4$$

# Zadatak 1.

Skicirati grafik funkcije:

$$y = 2x + 4$$



## Zadatak 2.

Skicirati grafik funkcije:

## Zadatak 2.

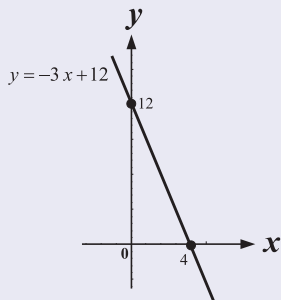
Skicirati grafik funkcije:

$$y = -3x + 12$$

## Zadatak 2.

Skicirati grafik funkcije:

$$y = -3x + 12$$



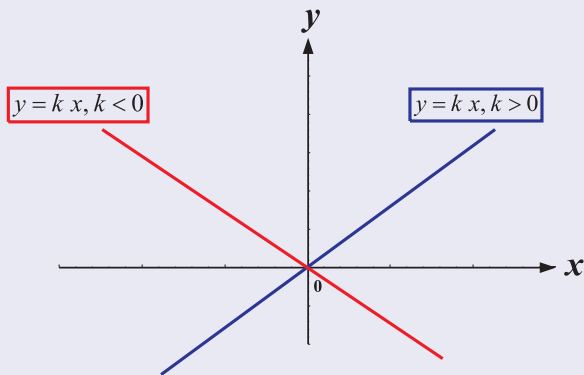


# Linearna funkcija

$$y = kx$$

# Linearna funkcija

$$y = kx$$



## Zadatak 3.

Skicirati grafik funkcije:

## Zadatak 3.

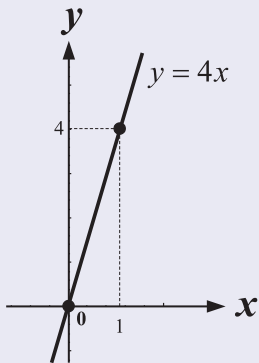
Skicirati grafik funkcije:

$$y = 4x$$

## Zadatak 3.

Skicirati grafik funkcije:

$$y = 4x$$



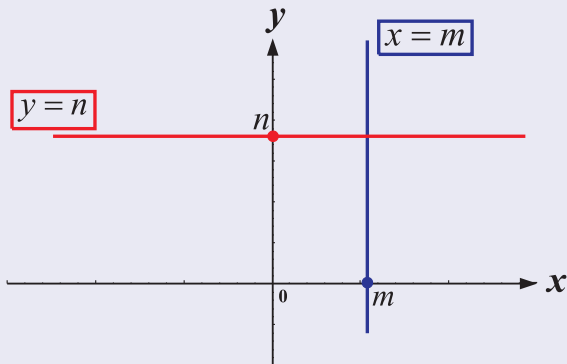
# Linearna funkcija

$$y = n, x = m$$



# Linearna funkcija

$$y = n, x = m$$



## Zadatak 4.

Skicirati grafike funkcija:

## Zadatak 4.

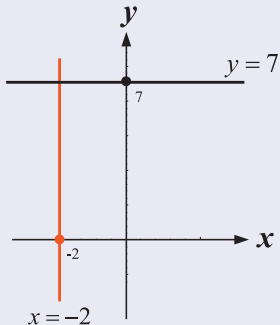
Skicirati grafike funkcija:

$$y = 7, \quad x = -2$$

## Zadatak 4.

Skicirati grafike funkcija:

$$y = 7, \quad x = -2$$



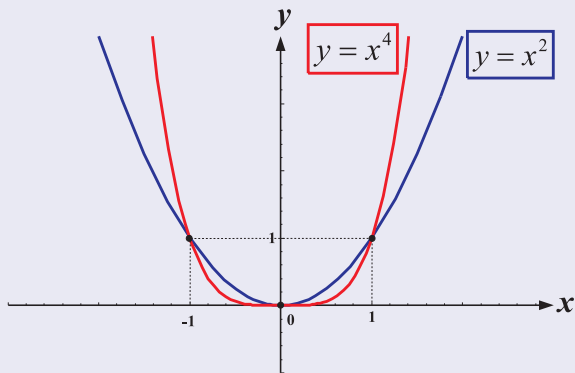
# Stepena funkcija

# Stepena funkcija

$$y = x^a, a \neq 0, 1, \quad a \text{ je paran broj}$$

# Stepena funkcija

$$y = x^a, a \neq 0, 1, a \text{ je paran broj}$$



# Stepena funkcija

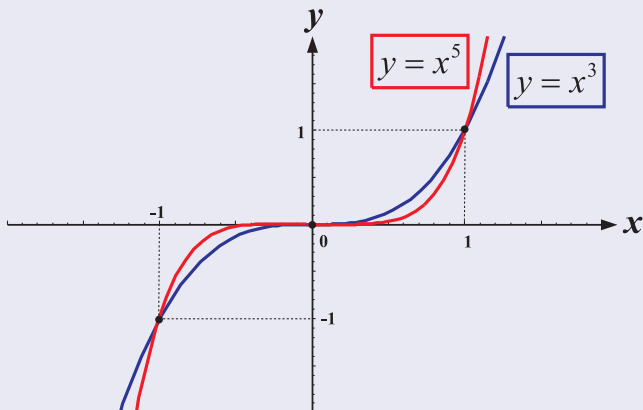


# Stepena funkcija

$$y = x^a, a \neq 0, 1, \quad a \text{ je neparan broj}$$

# Stepena funkcija

$$y = x^a, a \neq 0, 1, \quad a \text{ je neparan broj}$$

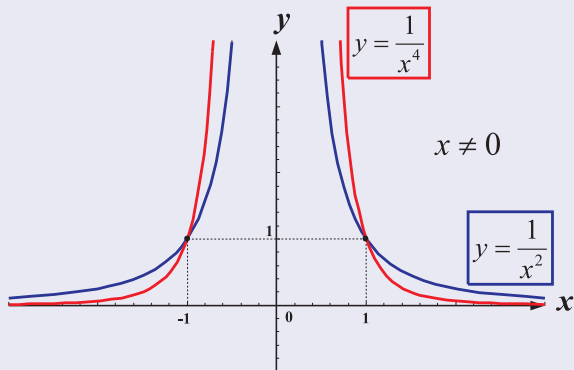


# Stepena funkcija

$$y = x^a, a \neq 0, 1, -a \text{ je paran broj}$$

# Stepena funkcija

$$y = x^a, a \neq 0, 1, -a \text{ je paran broj}$$



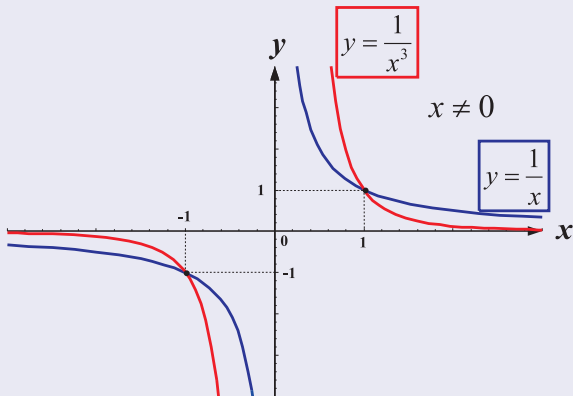
# Stepena funkcija

# Stepena funkcija

$$y = x^a, a \neq 0, 1, -a \text{ je neparan broj}$$

# Stepena funkcija

$$y = x^a, a \neq 0, 1, -a \text{ je neparan broj}$$





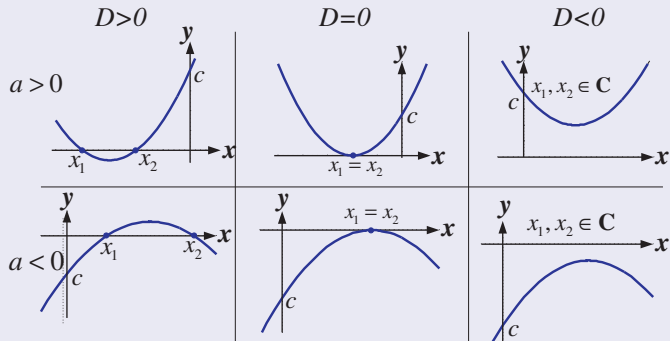
# Kvadratna funkcija

# Kvadratna funkcija

$$y = ax^2 + bx + c, a \neq 0 \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad D = b^2 - 4ac$$

# Kvadratna funkcija

$$y = ax^2 + bx + c, a \neq 0 \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad D = b^2 - 4ac$$



## Zadatak 23.

Skicirati i rastaviti kvadratnu funkciju na činioce.

## Zadatak 23.

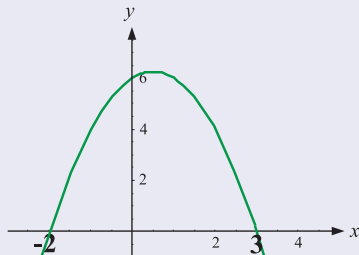
Skicirati i rastaviti kvadratnu funkciju na činioce.

$$f(x) = -x^2 + x + 6$$

## Zadatak 23.

Skicirati i rastaviti kvadratnu funkciju na činioce.

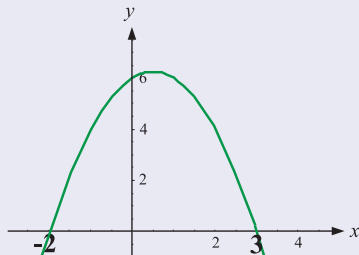
$$f(x) = -x^2 + x + 6$$



## Zadatak 23.

Skicirati i rastaviti kvadratnu funkciju na činioce.

$$f(x) = -x^2 + x + 6$$



$$f(x) = -(x + 2)(x - 3)$$

## Zadatak 27.

Skicirati i rastaviti kvadratnu funkciju na činioce.



## Zadatak 27.

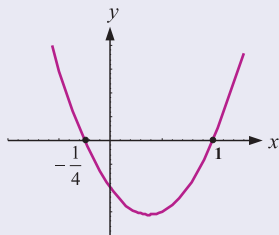
Skicirati i rastaviti kvadratnu funkciju na činioce.

$$f(x) = 4x^2 - 3x - 1$$

## Zadatak 27.

Skicirati i rastaviti kvadratnu funkciju na činioce.

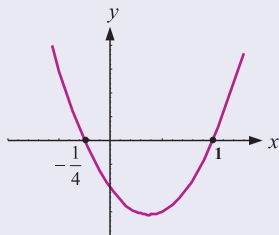
$$f(x) = 4x^2 - 3x - 1$$



## Zadatak 27.

Skicirati i rastaviti kvadratnu funkciju na činioce.

$$f(x) = 4x^2 - 3x - 1$$



$$f(x) = 4(x - 1)\left(x + \frac{1}{4}\right)$$

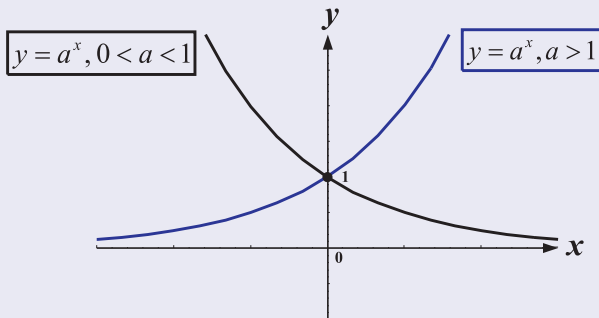
# Eksponencijalna funkcija

# Eksponecijalna funkcija

$$y = a^x, a > 0, a \neq 1$$

# Eksponecijalna funkcija

$$y = a^x, a > 0, a \neq 1$$



# Eksponencijalna funkcija

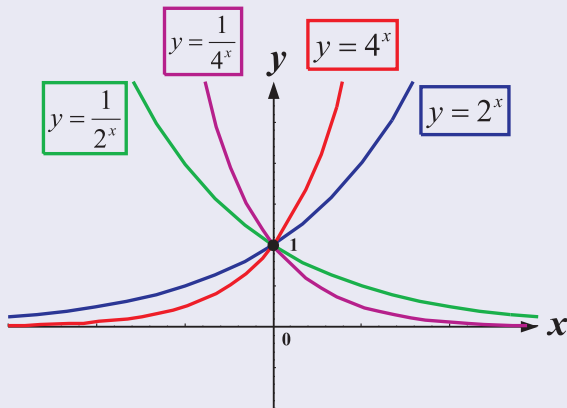
# Eksponencijalna funkcija

$$y = a^x, a > 0, a \neq 1$$



# Eksponecijalna funkcija

$$y = a^x, a > 0, a \neq 1$$



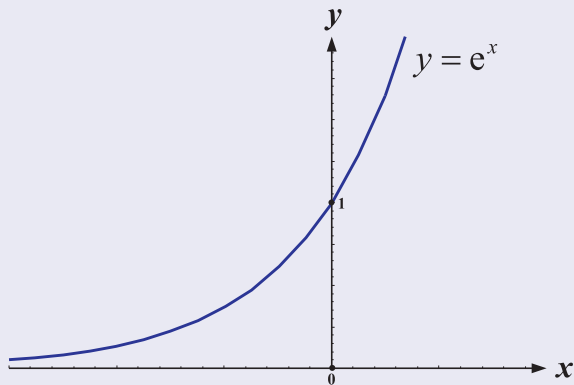
# Eksponencijalna funkcija

# Eksponecijalna funkcija

$$y = e^x$$

# Eksponecijalna funkcija

$$y = e^x$$



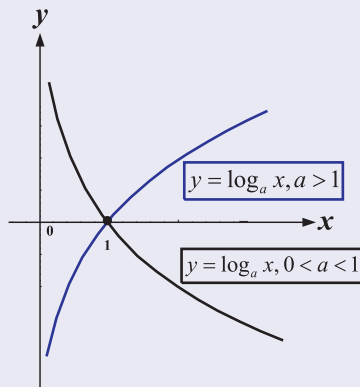
# Logaritamska funkcija

# Logaritamska funkcija

$$y = \log_a x, a > 0, a \neq 1, x > 0$$

# Logaritamska funkcija

$$y = \log_a x, a > 0, a \neq 1, x > 0$$



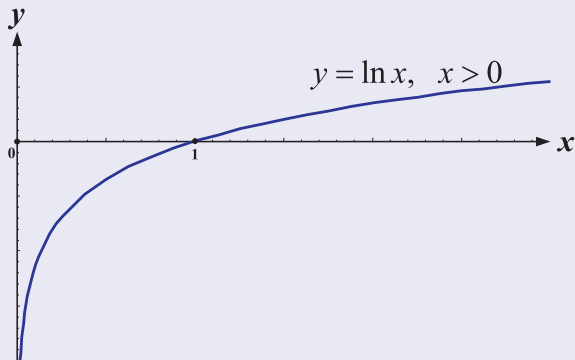
# Logaritamska funkcija



$$y = \ln x, a = e$$

# Logaritamska funkcija

$$y = \ln x, a = e$$



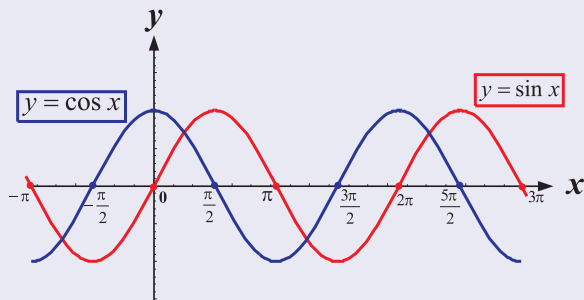
# Trigonometrijske funkcije

# Trigonometrijske funkcije

$$y = \sin x, \quad y = \cos x$$

# Trigonometrijske funkcije

$$y = \sin x, \quad y = \cos x$$

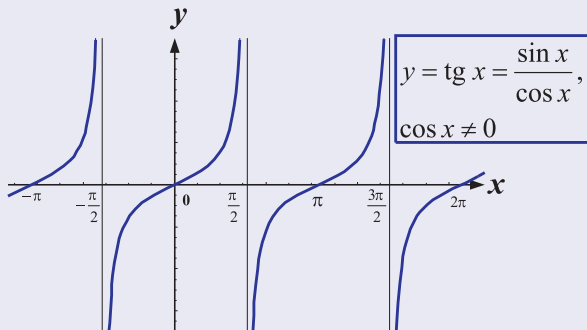


# Trigonometrijske funkcije

$$y = \operatorname{tg} x$$

# Trigonometrijske funkcije

$$y = \operatorname{tg} x$$





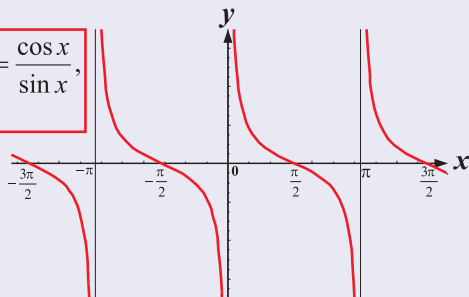
# Trigonometrijske funkcije

$$y = \operatorname{ctg} x$$

# Trigonometrijske funkcije

$$y = \operatorname{ctg} x$$

$$y = \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x},$$
$$\sin x \neq 0$$





Uraditi sve zadatke od 1. na 156. strani do 28. na 159. strani.

# Domen, nule i znak funkcije

# Domen, nule i znak funkcije

| funkcija        | Domen            | Nule         |
|-----------------|------------------|--------------|
| $f(x) = P_n(x)$ | $D = \mathbb{R}$ | $P_n(x) = 0$ |

# Domen, nule i znak funkcije

| funkcija                       | Domen   | Nule         |
|--------------------------------|---|--------------|
| $f(x) = P_n(x)$                | $D = \mathbb{R}$                                  | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$ | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, Q_m(x) \neq 0\}$ | $P_n(x) = 0$ |



# Domen, nule i znak funkcije

| funkcija                       | Domen   | Nule         |
|--------------------------------|---|--------------|
| $f(x) = P_n(x)$                | $D = \mathbb{R}$                                  | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$ | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, Q_m(x) \neq 0\}$ | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \sqrt{P_n(x)}$         | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, P_n(x) \geq 0\}$ | $P_n(x) = 0$ |

# Domen, nule i znak funkcije

| funkcija                              | Domen   | Nule         |
|---------------------------------------|---|--------------|
| $f(x) = P_n(x)$                       | $D = \mathbb{R}$                                  | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$        | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, Q_m(x) \neq 0\}$ | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \sqrt{P_n(x)}$                | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, P_n(x) \geq 0\}$ | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \frac{P_n(x)}{\sqrt{Q_m(x)}}$ | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, Q_m(x) > 0\}$    | $P_n(x) = 0$ |

# Domen, nule i znak funkcije

| funkcija                              | Domen   | Nule         |
|---------------------------------------|---|--------------|
| $f(x) = P_n(x)$                       | $D = \mathbb{R}$                                  | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$        | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, Q_m(x) \neq 0\}$ | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \sqrt{P_n(x)}$                | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, P_n(x) \geq 0\}$ | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \frac{P_n(x)}{\sqrt{Q_m(x)}}$ | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, Q_m(x) > 0\}$    | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \ln(P_n(x))$                  | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, P_n(x) > 0\}$    | $P_n(x) = 1$ |

# Domen, nule i znak funkcije

| funkcija                              | Domen   | Nule         |
|---------------------------------------|---|--------------|
| $f(x) = P_n(x)$                       | $D = \mathbb{R}$                                  | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$        | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, Q_m(x) \neq 0\}$ | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \sqrt{P_n(x)}$                | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, P_n(x) \geq 0\}$ | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \frac{P_n(x)}{\sqrt{Q_m(x)}}$ | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, Q_m(x) > 0\}$    | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \ln(P_n(x))$                  | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, P_n(x) > 0\}$    | $P_n(x) = 1$ |
| $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$            | domen $g(x)$ , domen $h(x)$ , $h(x) \neq 0$       | $g(x) = 0$   |

# Domen, nule i znak funkcije

| funkcija                              | Domen   | Nule         |
|---------------------------------------|---|--------------|
| $f(x) = P_n(x)$                       | $D = \mathbb{R}$                                  | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$        | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, Q_m(x) \neq 0\}$ | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \sqrt{P_n(x)}$                | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, P_n(x) \geq 0\}$ | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \frac{P_n(x)}{\sqrt{Q_m(x)}}$ | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, Q_m(x) > 0\}$    | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \ln(P_n(x))$                  | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, P_n(x) > 0\}$    | $P_n(x) = 1$ |
| $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$            | domen $g(x)$ , domen $h(x)$ , $h(x) \neq 0$       | $g(x) = 0$   |
| $f(x) = \sqrt{g(x)}$                  | domen $g(x)$ , $g(x) \geq 0$                      | $g(x) = 0$   |

# Domen, nule i znak funkcije

| funkcija                              | Domen   | Nule         |
|---------------------------------------|---|--------------|
| $f(x) = P_n(x)$                       | $D = \mathbb{R}$                                  | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$        | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, Q_m(x) \neq 0\}$ | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \sqrt{P_n(x)}$                | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, P_n(x) \geq 0\}$ | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \frac{P_n(x)}{\sqrt{Q_m(x)}}$ | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, Q_m(x) > 0\}$    | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \ln(P_n(x))$                  | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, P_n(x) > 0\}$    | $P_n(x) = 1$ |
| $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$            | domen $g(x)$ , domen $h(x)$ , $h(x) \neq 0$       | $g(x) = 0$   |
| $f(x) = \sqrt{g(x)}$                  | domen $g(x)$ , $g(x) \geq 0$                      | $g(x) = 0$   |
| $f(x) = \frac{g(x)}{\sqrt{h(x)}}$     | domen $g(x)$ , domen $h(x)$ , $h(x) > 0$          | $g(x) = 0$   |

# Domen, nule i znak funkcije

| funkcija                              | Domen   | Nule         |
|---------------------------------------|---|--------------|
| $f(x) = P_n(x)$                       | $D = \mathbb{R}$                                  | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$        | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, Q_m(x) \neq 0\}$ | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \sqrt{P_n(x)}$                | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, P_n(x) \geq 0\}$ | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \frac{P_n(x)}{\sqrt{Q_m(x)}}$ | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, Q_m(x) > 0\}$    | $P_n(x) = 0$ |
| $f(x) = \ln(P_n(x))$                  | $D = \{\forall x \in \mathbb{R}, P_n(x) > 0\}$    | $P_n(x) = 1$ |
| $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$            | domen $g(x)$ , domen $h(x)$ , $h(x) \neq 0$       | $g(x) = 0$   |
| $f(x) = \sqrt{g(x)}$                  | domen $g(x)$ , $g(x) \geq 0$                      | $g(x) = 0$   |
| $f(x) = \frac{g(x)}{\sqrt{h(x)}}$     | domen $g(x)$ , domen $h(x)$ , $h(x) > 0$          | $g(x) = 0$   |
| $f(x) = \ln(g(x))$                    | domen $g(x)$ , $g(x) > 0$                         | $g(x) = 1$   |

# Zadatak 29.



## Zadatak 29.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

## Zadatak 29.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 2 .$$

## Zadatak 29.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 2.$$

$D =$

## Zadatak 29.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 2.$$

$$D = \mathbb{R}$$

NULE:

## Zadatak 29.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 2.$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$\text{NULE: } x = -2, x = \frac{1}{3}$$

ZNAK:  $f(x) < 0$  za

## Zadatak 29.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 2.$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$\text{NULE: } x = -2, x = \frac{1}{3}$$

$$\text{ZNAK: } f(x) < 0 \text{ za } x \in \left(-2, \frac{1}{3}\right)$$

$$f(x) > 0 \text{ za}$$

## Zadatak 29.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 2.$$

$$D = \mathbb{R} \qquad \text{NULE: } x = -2, x = \frac{1}{3}$$

$$\text{ZNAK: } f(x) < 0 \text{ za } x \in \left(-2, \frac{1}{3}\right)$$

$$f(x) > 0 \text{ za } x \in \left(-\infty, -2\right) \cup \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$$

# Zadatak 35.



## Zadatak 35.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

## Zadatak 35.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = \frac{x - 9}{x + 3}.$$

## Zadatak 35.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = \frac{x - 9}{x + 3}.$$

$D =$

## Zadatak 35.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = \frac{x - 9}{x + 3}.$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$$

NULE:

## Zadatak 35.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = \frac{x - 9}{x + 3}.$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$$

$$\text{NULE: } x = 9$$

ZNAK:  $f(x) < 0$  za

## Zadatak 35.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = \frac{x - 9}{x + 3}.$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$$

$$\text{NULE: } x = 9$$

ZNAK:  $f(x) < 0$  za  $x \in (-3, 9)$

$f(x) > 0$  za

## Zadatak 35.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = \frac{x - 9}{x + 3}.$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$$

$$\text{NULE: } x = 9$$

$$\text{ZNAK: } f(x) < 0 \text{ za } x \in (-3, 9)$$

$$f(x) > 0 \text{ za } x \in (-\infty, -3) \cup (9, +\infty)$$

# Zadatak 32.



## Zadatak 32.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

## Zadatak 32.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2} .$$

## Zadatak 32.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2} .$$

$D =$

## Zadatak 32.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2} .$$

$$D = [-3, 3]$$

NULE:

## Zadatak 32.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2} .$$

$$D = [-3, 3]$$

$$\text{NULE: } x = -3, x = 3$$

ZNAK:  $f(x) < 0$  za

## Zadatak 32.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2} .$$

$$D = [-3, 3]$$

$$\text{NULE: } x = -3, x = 3$$

ZNAK:  $f(x) < 0$  za  $x \in \emptyset$

$f(x) > 0$  za

## Zadatak 32.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2} .$$

$$D = [-3, 3]$$

$$\text{NULE: } x = -3, x = 3$$

$$\text{ZNAK: } f(x) < 0 \text{ za } x \in \emptyset$$

$$f(x) > 0 \text{ za } x \in (-3, 3)$$

# Zadatak 55.



## Zadatak 55.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

## Zadatak 55.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = (x - 1) \ln(x + 3) .$$

## Zadatak 55.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = (x - 1) \ln(x + 3) .$$

$D =$

## Zadatak 55.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = (x - 1) \ln(x + 3) .$$

$$D = (-3, +\infty)$$

NULE:

## Zadatak 55.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = (x - 1) \ln(x + 3) .$$

$$D = (-3, +\infty)$$

$$\text{NULE: } x = -2, x = 1$$

ZNAK:  $f(x) < 0$  za

## Zadatak 55.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = (x - 1) \ln(x + 3) .$$

$$D = (-3, +\infty)$$

$$\text{NULE: } x = -2, x = 1$$

$$\text{ZNAK: } f(x) < 0 \text{ za } x \in (-2, 1)$$

$$f(x) > 0 \text{ za}$$

## Zadatak 55.

Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = (x - 1) \ln(x + 3) .$$

$$D = (-3, +\infty)$$

$$\text{NULE: } x = -2, x = 1$$

$$\text{ZNAK: } f(x) < 0 \text{ za } x \in (-2, 1)$$

$$f(x) > 0 \text{ za } x \in (-3, -2) \cup (1, +\infty)$$





**Zadatak 31.** Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 3) .$$

**Zadatak 31.** Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 3) .$$

**Zadatak 33.** Odrediti domen, nule i znak funkcije  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x - 7} .$

**Zadatak 31.** Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 3) .$$

**Zadatak 33.** Odrediti domen, nule i znak funkcije  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x - 7} .$

**Zadatak 36.** Odrediti domen, nule i znak funkcije  $f(x) = \frac{-1}{x^2 + x - 2} .$

**Zadatak 31.** Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 3) .$$

**Zadatak 33.** Odrediti domen, nule i znak funkcije  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x - 7} .$

**Zadatak 36.** Odrediti domen, nule i znak funkcije  $f(x) = \frac{-1}{x^2 + x - 2} .$

**Zadatak 44.** Odrediti domen, nule i znak funkcije  $f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}} .$

**Zadatak 31.** Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 3) .$$

**Zadatak 33.** Odrediti domen, nule i znak funkcije  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x - 7} .$

**Zadatak 36.** Odrediti domen, nule i znak funkcije  $f(x) = \frac{-1}{x^2 + x - 2} .$

**Zadatak 44.** Odrediti domen, nule i znak funkcije  $f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}} .$

**Zadatak 53.** Odrediti domen, nule i znak funkcije  $f(x) = \ln \left( \frac{x}{x - 2} \right) .$

**Zadatak 31.** Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 3) .$$

**Zadatak 33.** Odrediti domen, nule i znak funkcije  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x - 7} .$

**Zadatak 36.** Odrediti domen, nule i znak funkcije  $f(x) = \frac{-1}{x^2 + x - 2} .$

**Zadatak 44.** Odrediti domen, nule i znak funkcije  $f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}} .$

**Zadatak 53.** Odrediti domen, nule i znak funkcije  $f(x) = \ln \left( \frac{x}{x - 2} \right) .$

**Zadatak 58.** Odrediti domen, nule i znak funkcije

$$f(x) = \sqrt{-2x^2 - x + 1} \cdot e^{\frac{x}{3x+1}} .$$