

Obične diferencijalne jednačine

2010/2011

ODJ višeg reda (četvrti dvočas)

ODJ višeg reda (četvrti dvočas)

Jednačine kod kojih se ne pojavljuje x

$$F(y, y', y'', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)}) = 0$$

ODJ višeg reda (četvrti dvočas)

Jednačine kod kojih se ne pojavljuje x

$$F(y, y', y'', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)}) = 0$$

Smena:

$$y'(x) = p \text{ ili } y' = p \text{ gde je } p = p(y)$$

ODJ višeg reda (četvrti dvočas)

Jednačine kod kojih se ne pojavljuje x

$$F(y, y', y'', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)}) = 0$$

Smena:

$$y'(x) = p \text{ ili } y' = p \text{ gde je } p = p(y)$$

$$y''(x) = \frac{dp}{dx} = \frac{dp}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{dp}{dy} \cdot p$$

Jednačine kod kojih se ne pojavljuje x - zadaci

Jednačine kod kojih se ne pojavljuje x - zadaci

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Jednačine kod kojih se ne pojavljuje x - zadaci

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 2y(y')^3 = 0$

Jednačine kod kojih se ne pojavljuje x - zadaci

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 2y(y')^3 = 0$

Zadatak 2. $y'' \sin y = 2(y')^2 \cos y$

Jednačine kod kojih se ne pojavljuje x - zadaci

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 2y(y')^3 = 0$

Zadatak 2. $y'' \sin y = 2(y')^2 \cos y$

Zadatak 3. $y'' + (y')^2 = 2e^{-y}$

Jednačine kod kojih se ne pojavljuje x - zadaci

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 2y(y')^3 = 0$

Zadatak 2. $y'' \sin y = 2(y')^2 \cos y$

Zadatak 3. $y'' + (y')^2 = 2e^{-y}$

Zadatak 4. $yy'' = (y')^2$

Zadaci za vežbu

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y y'' + (y')^2 = 0$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y y'' + (y')^2 = 0$

Zadatak 2. $2 y y'' + (y')^2 + (y')^4 = 0$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y y'' + (y')^2 = 0$

Zadatak 2. $2 y y'' + (y')^2 + (y')^4 = 0$

Zadatak 3. $y y'' = y^2 y' + (y')^2$

Jednačine kod kojih je moguće sniziti red - nema y

$$F(x, y', y'', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)}) = 0$$

Jednačine kod kojih je moguće sniziti red - nema y

$$F(x, y', y'', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)}) = 0$$

Smena: ako je $y^{(k)}$ najmanji izvod koji se pojavljuje u jednačini

$$y^{(k)}(x) = p(x) \text{ ili } y^{(k)} = p$$

Jednačine kod kojih je moguće sniziti red - nema y

$$F(x, y', y'', \dots, y^{(n-1)}, y^{(n)}) = 0$$

Smena: ako je $y^{(k)}$ najmanji izvod koji se pojavljuje u jednačini

$$y^{(k)}(x) = p(x) \text{ ili } y^{(k)} = p$$

$$y^{(k+1)}(x) = p'(x), y^{(k+2)}(x) = p''(x), y^{(k+3)}(x) = p'''(x), \dots$$

Jednačine kod kojih je moguće sniziti red - zadaci

Jednačine kod kojih je moguće sniziti red - zadaci

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Jednačine kod kojih je moguće sniziti red - zadaci

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' = \frac{1}{x} + 5$

Jednačine kod kojih je moguće sniziti red - zadaci

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' = \frac{1}{x} + 5$

Zadatak 2. $y''' = \sin(2x + 1) + x^2$

Jednačine kod kojih je moguće sniziti red - zadaci

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' = \frac{1}{x} + 5$

Zadatak 2. $y''' = \sin(2x + 1) + x^2$

Zadatak 3. $2xy'y'' = (y')^2 - 1$

Jednačine kod kojih je moguće sniziti red - zadaci

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' = \frac{1}{x} + 5$

Zadatak 2. $y''' = \sin(2x + 1) + x^2$

Zadatak 3. $2xy'y'' = (y')^2 - 1$

Zadatak 4. $xy'' + y' + x = 0, y'(0) = 0, y(0) = 0$

Jednačine kod kojih je moguće sniziti red - zadaci

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' = \frac{1}{x} + 5$

Zadatak 2. $y''' = \sin(2x + 1) + x^2$

Zadatak 3. $2xy'y'' = (y')^2 - 1$

Zadatak 4. $xy'' + y' + x = 0, y'(0) = 0, y(0) = 0$

Zadatak 5. $y^{(n)} = e^{2x}$

Zadaci za vežbu

Zadaci za vežbu

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $x y'' + y' = 0$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $x y'' + y' = 0$

Zadatak 2. $x^2 y'' + x y' = 1$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $x y'' + y' = 0$

Zadatak 2. $x^2 y'' + x y' = 1$

Zadatak 3. $y'' - y'(1 + y') = 0$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $x y'' + y' = 0$

Zadatak 2. $x^2 y'' + x y' = 1$

Zadatak 3. $y'' - y'(1 + y') = 0$

Zadatak 4. $y'' + y' + x = 0$

Linearne DJ višeg reda sa konstantim koefic. (peti dvočas)

Linearne DJ višeg reda sa konstantnim koefic. (peti dvočas)

Opšti oblik

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + a_{n-2} y^{(n-2)} + \dots + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = f(x) \quad (1)$$

Linearne DJ višeg reda sa konstantnim koefic. (peti dvočas)

Opšti oblik

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + a_{n-2} y^{(n-2)} + \cdots + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = f(x) \quad (1)$$

Jednačina (??) je homogena ako je

$$f(x) = 0.$$

Linearne DJ višeg reda sa konstantnim koefic. (peti dvočas)

Opšti oblik

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + a_{n-2} y^{(n-2)} + \cdots + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = f(x) \quad (1)$$

Jednačina (??) je homogena ako je

$$f(x) = 0.$$

Jednačina (??) je nehomogena ako je

$$f(x) \neq 0.$$

Homogene DJ višeg reda sa konstantim koeficijentima

Homogene DJ višeg reda sa konstantnim koeficijentima

Formiranje karakteristične jednačine

Homogene DJ višeg reda sa konstantnim koeficijentima

Formiranje karakteristične jednačine

Homogena DJ

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + a_{n-2} y^{(n-2)} + \dots + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = 0$$

Homogene DJ višeg reda sa konstantnim koeficijentima

Formiranje karakteristične jednačine

Homogena DJ

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + a_{n-2} y^{(n-2)} + \dots + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = 0$$

$$y \rightarrow 1, y' \rightarrow r, y'' \rightarrow r^2, \dots, y^{(n)} \rightarrow r^n$$

Homogene DJ višeg reda sa konstantnim koeficijentima

Formiranje karakteristične jednačine

Homogena DJ

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + a_{n-2} y^{(n-2)} + \dots + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = 0$$

$$y \rightarrow 1, y' \rightarrow r, y'' \rightarrow r^2, \dots, y^{(n)} \rightarrow r^n$$

Karakteristična jednačina

$$a_n r^n + a_{n-1} r^{n-1} + a_{n-2} r^{n-2} + \dots + a_2 r^2 + a_1 r + a_0 = 0$$

Homogene DJ višeg reda sa konstantnim koeficijentima

Formiranje karakteristične jednačine

Homogena DJ

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + a_{n-2} y^{(n-2)} + \dots + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = 0$$

$$y \rightarrow 1, y' \rightarrow r, y'' \rightarrow r^2, \dots, y^{(n)} \rightarrow r^n$$

Karakteristična jednačina

$$a_n r^n + a_{n-1} r^{n-1} + a_{n-2} r^{n-2} + \dots + a_2 r^2 + a_1 r + a_0 = 0$$

čija su rešenja r_1, r_2, \dots, r_n

Homogene DJ višeg reda sa konstantim koeficijentima

Homogene DJ višeg reda sa konstantim koeficijentima

Posmatramo homogenu jednačinu drugog reda

Homogene DJ višeg reda sa konstantim koeficijentima

Posmatramo homogenu jednačinu drugog reda

Neka su r_1 i r_2 rešenja karakteristične jednačine.

Homogene DJ višeg reda sa konstantim koeficijentima

Posmatramo homogenu jednačinu drugog reda

Neka su r_1 i r_2 rešenja karakteristične jednačine.

$$r_1, r_2 \in \mathbb{R}, r_1 \neq r_2$$

Homogene DJ višeg reda sa konstantnim koeficijentima

Posmatramo homogenu jednačinu drugog reda

Neka su r_1 i r_2 rešenja karakteristične jednačine.

$$r_1, r_2 \in \mathbb{R}, r_1 \neq r_2 \Rightarrow y_h = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$$

Homogene DJ višeg reda sa konstantim koeficijentima

Posmatramo homogenu jednačinu drugog reda

Neka su r_1 i r_2 rešenja karakteristične jednačine.

$$r_1, r_2 \in \mathbb{R}, r_1 \neq r_2 \Rightarrow y_h = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$$

$$r_1, r_2 \in \mathbb{R}, r_1 = r_2$$

Homogene DJ višeg reda sa konstantim koeficijentima

Posmatramo homogenu jednačinu drugog reda

Neka su r_1 i r_2 rešenja karakteristične jednačine.

$$r_1, r_2 \in \mathbb{R}, r_1 \neq r_2 \Rightarrow y_h = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$$

$$r_1, r_2 \in \mathbb{R}, r_1 = r_2 \Rightarrow y_h = C_1 e^{r_1 x} + C_2 x e^{r_1 x}$$

Homogene DJ višeg reda sa konstantim koeficijentima

Posmatramo homogenu jednačinu drugog reda

Neka su r_1 i r_2 rešenja karakteristične jednačine.

$$r_1, r_2 \in \mathbb{R}, r_1 \neq r_2 \Rightarrow y_h = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$$

$$r_1, r_2 \in \mathbb{R}, r_1 = r_2 \Rightarrow y_h = C_1 e^{r_1 x} + C_2 x e^{r_1 x}$$

$$r_1, r_2 \in \mathbb{C}, \quad \begin{aligned} r_1 &= a + bi \\ r_2 &= a - bi \end{aligned}$$

Homogene DJ višeg reda sa konstantim koeficijentima

Posmatramo homogenu jednačinu drugog reda

Neka su r_1 i r_2 rešenja karakteristične jednačine.

$$r_1, r_2 \in \mathbb{R}, r_1 \neq r_2 \Rightarrow y_h = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$$

$$r_1, r_2 \in \mathbb{R}, r_1 = r_2 \Rightarrow y_h = C_1 e^{r_1 x} + C_2 x e^{r_1 x}$$

$$r_1, r_2 \in \mathbb{C}, \begin{matrix} r_1 = a + bi \\ r_2 = a - bi \end{matrix} \Rightarrow y_h = e^{ax} (C_1 \cos(bx) + C_2 \sin(bx))$$

Homogene sa konstantim koeficijentima - zadaci

Homogene sa konstantim koeficijentima - zadaci

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' - y' - 6y = 0$, $y'(0) = -1$, $y(0) = 3$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' - y' - 6y = 0$, $y'(0) = -1$, $y(0) = 3$

Zadatak 2. $y'' + 2y' + y = 0$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' - y' - 6y = 0$, $y'(0) = -1$, $y(0) = 3$

Zadatak 2. $y'' + 2y' + y = 0$

Zadatak 3. $y'' + 2y' + 5y = 0$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' - y' - 6y = 0$, $y'(0) = -1$, $y(0) = 3$

Zadatak 2. $y'' + 2y' + y = 0$

Zadatak 3. $y'' + 2y' + 5y = 0$

Zadatak 4. $y^{(5)} - 3y^{(4)} + 2y''' = 0$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' - y' - 6y = 0$, $y'(0) = -1$, $y(0) = 3$

Zadatak 2. $y'' + 2y' + y = 0$

Zadatak 3. $y'' + 2y' + 5y = 0$

Zadatak 4. $y^{(5)} - 3y^{(4)} + 2y''' = 0$

Zadatak 5. $y^{(4)} + 2y'' + y = 0$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' - y' - 6y = 0$, $y'(0) = -1$, $y(0) = 3$

Zadatak 2. $y'' + 2y' + y = 0$

Zadatak 3. $y'' + 2y' + 5y = 0$

Zadatak 4. $y^{(5)} - 3y^{(4)} + 2y''' = 0$

Zadatak 5. $y^{(4)} + 2y'' + y = 0$

Zadatak 6. $y^{(4)} + y = 0$

Zadaci za vežbu

Zadaci za vežbu

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' - 5y' - 6y = 0$

Zadaci za vežbu

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' - 5y' - 6y = 0$

Zadatak 2. $y'' - 2y' + y = 0$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' - 5y' - 6y = 0$

Zadatak 2. $y'' - 2y' + y = 0$

Zadatak 3. $y'' + 6y' + 13y = 0$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' - 5y' - 6y = 0$

Zadatak 2. $y'' - 2y' + y = 0$

Zadatak 3. $y'' + 6y' + 13y = 0$

Zadatak 4. $y^{(4)} - 2y''' + y'' = 0$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' - 5y' - 6y = 0$

Zadatak 2. $y'' - 2y' + y = 0$

Zadatak 3. $y'' + 6y' + 13y = 0$

Zadatak 4. $y^{(4)} - 2y''' + y'' = 0$

Zadatak 5. $y'' + 3y' = 0$

Nehomogene linearne DJ višeg reda sa konstantim koefic.
(šesti dvočas)

Nehomogene linearne DJ višeg reda sa konstantnim koefic. (šesti dvočas)

Opšti oblik

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + a_{n-2} y^{(n-2)} + \dots + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = f(x), \quad f(x) \neq 0$$

Nehomogene linearne DJ višeg reda sa konstantim koefic. (šesti dvočas)

Opšti oblik

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + a_{n-2} y^{(n-2)} + \dots + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = f(x), \quad f(x) \neq 0$$

Metode rešavanja su:

- metod neodređenih koeficijenata i
- metod varijacije konsanti .

Metod neodređenih koeficijenata

Metod neodređenih koeficijenata

Funkcija $f(x)$ je oblika:

$$f(x) = e^{\alpha x} P_n(x)$$

Metod neodređenih koeficijenata

Funkcija $f(x)$ je oblika:

$$f(x) = e^{\alpha x} P_n(x)$$

Ako su r_1, r_2, \dots, r_n rešenja karakteristične jednačine, tada partikularno rešenje tražimo u obliku

$$y_p = e^{\alpha x} Q_n(x) x^s$$

gde je

- Q_n opšti polinom n -tog stepena i
- s broj tačnih jednakosti $\alpha = r_i, i = 1, 2, \dots, n$.

Nehomogene sa konstantim koeficijentima - zadaci

Nehomogene sa konstantim koeficijentima - zadaci

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 2y' - 3y = -3x^2 - 2x - 3$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 2y' - 3y = -3x^2 - 2x - 3$

Zadatak 2. $y^{(4)} - 2y''' - 8y'' = -4x^2 - 6x$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 2y' - 3y = -3x^2 - 2x - 3$

Zadatak 2. $y^{(4)} - 2y''' - 8y'' = -4x^2 - 6x$

Zadatak 3. $y'' + 9y = (-13x^2 + 5x + 15)e^{2x}$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 2y' - 3y = -3x^2 - 2x - 3$

Zadatak 2. $y^{(4)} - 2y''' - 8y'' = -4x^2 - 6x$

Zadatak 3. $y'' + 9y = (-13x^2 + 5x + 15)e^{2x}$

Zadatak 4. $y'' + 4y' + 3y = (2x + 5)e^{-3x} + x$

Zadaci za vežbu

Zadaci za vežbu

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' - 5y' + 6y = x$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' - 5y' + 6y = x$

Zadatak 2. $y'' - y = x^2 + 1$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' - 5y' + 6y = x$

Zadatak 2. $y'' - y = x^2 + 1$

Zadatak 3. $y'' + y' - 2y = (x^2 - 1)e^{2x}$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' - 5y' + 6y = x$

Zadatak 2. $y'' - y = x^2 + 1$

Zadatak 3. $y'' + y' - 2y = (x^2 - 1)e^{2x}$

Zadatak 4. $y''' + y'' = x^2 + 1 + 3e^x$

Metod neodređenih koeficijenata

Metod neodređenih koeficijenata

Funkcija $f(x)$ je oblika:

$$f(x) = e^{\alpha x} (P_n(x) \cos \beta x + Q_m(x) \sin \beta x)$$

Metod neodređenih koeficijenata

Funkcija $f(x)$ je oblika:

$$f(x) = e^{\alpha x} (P_n(x) \cos \beta x + Q_m(x) \sin \beta x)$$

Ako su r_1, r_2, \dots, r_n rešenja karakteristične jednačine, tada partikularno rešenje tražimo u obliku

$$y_p = e^{\alpha x} (R_k(x) \cos \beta x + S_k(x) \sin \beta x) x^s$$

gde su

- R_k i S_k opšti polinomi k -tog stepena, $k = \max\{n, m\}$ i
- s broj tačnih jednakosti $\alpha + \beta i = r_j$, $j = 1, 2, \dots, n$.

Nehomogene sa konstantim koeficijentima - zadaci

Nehomogene sa konstantim koeficijentima - zadaci

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 2y' + 5y = 4 \cos 2x + \sin 2x$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 2y' + 5y = 4 \cos 2x + \sin 2x$

Zadatak 2. $y''' - 4y'' + 4y' = 2 \sin(-x)$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 2y' + 5y = 4 \cos 2x + \sin 2x$

Zadatak 2. $y''' - 4y'' + 4y' = 2 \sin(-x)$

Zadatak 3. $y'' + y = x e^x \cos x$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 2y' + 5y = 4 \cos 2x + \sin 2x$

Zadatak 2. $y''' - 4y'' + 4y' = 2 \sin(-x)$

Zadatak 3. $y'' + y = x e^x \cos x$

Zadatak 4. $y''' - 4y'' + 4y' = x^2 - 2x + 1 + 3e^x + 2 \sin(-x)$

Zadaci za vežbu

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + y = \sin 2x$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + y = \sin 2x$

Zadatak 2. $y'' + y = \sin x$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + y = \sin 2x$

Zadatak 2. $y'' + y = \sin x$

Zadatak 3. $y'' + 2y' + y = x \sin x + 3x^2 \cos 2x$

Metod varijacije konstanti (šesti dvočas)

Metod varijacije konstanti (šesti dvočas)

Neka je data DJ trećeg reda

$$a_3 y''' + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = f(x), \quad f(x) \neq 0$$

Metod varijacije konstanti (šesti dvočas)

Neka je data DJ trećeg reda

$$a_3 y''' + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = f(x), f(x) \neq 0$$

Neka je $y = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) + C_3 y_3(x)$ rešenje homogene DJ.
Rešenje nehomogene DJ zapisujemo u obliku

$$y = C_1(x)y_1(x) + C_2(x)y_2(x) + C_3(x)y_3(x)$$

Metod varijacije konstanti (šesti dvočas)

Neka je data DJ trećeg reda

$$a_3 y''' + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = f(x), f(x) \neq 0$$

Neka je $y = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) + C_3 y_3(x)$ rešenje homogene DJ.
Rešenje nehomogene DJ zapisujemo u obliku

$$y = C_1(x)y_1(x) + C_2(x)y_2(x) + C_3(x)y_3(x)$$

$C_1(x)$, $C_2(x)$ i $C_3(x)$ se dobijaju rešavanjem sistema

Metod varijacije konstanti (šesti dvočas)

Neka je data DJ trećeg reda

$$a_3 y''' + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = f(x), \quad f(x) \neq 0$$

Neka je $y = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) + C_3 y_3(x)$ rešenje homogene DJ.
Rešenje nehomogene DJ zapisujemo u obliku

$$y = C_1(x)y_1(x) + C_2(x)y_2(x) + C_3(x)y_3(x)$$

$C_1(x)$, $C_2(x)$ i $C_3(x)$ se dobijaju rešavanjem sistema

$$C_1'(x)y_1(x) + C_2'(x)y_2(x) + C_3'(x)y_3(x) = 0$$

Metod varijacije konstanti (šesti dvočas)

Neka je data DJ trećeg reda

$$a_3 y''' + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = f(x), \quad f(x) \neq 0$$

Neka je $y = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) + C_3 y_3(x)$ rešenje homogene DJ.
Rešenje nehomogene DJ zapisujemo u obliku

$$y = C_1(x)y_1(x) + C_2(x)y_2(x) + C_3(x)y_3(x)$$

$C_1(x)$, $C_2(x)$ i $C_3(x)$ se dobijaju rešavanjem sistema

$$C_1'(x)y_1(x) + C_2'(x)y_2(x) + C_3'(x)y_3(x) = 0$$

$$C_1'(x)(y_1(x))' + C_2'(x)(y_2(x))' + C_3'(x)(y_3(x))' = 0$$

Metod varijacije konstanti (šesti dvočas)

Neka je data DJ trećeg reda

$$a_3 y''' + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = f(x), \quad f(x) \neq 0$$

Neka je $y = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) + C_3 y_3(x)$ rešenje homogene DJ.
Rešenje nehomogene DJ zapisujemo u obliku

$$y = C_1(x)y_1(x) + C_2(x)y_2(x) + C_3(x)y_3(x)$$

$C_1(x)$, $C_2(x)$ i $C_3(x)$ se dobijaju rešavanjem sistema

$$C_1'(x)y_1(x) + C_2'(x)y_2(x) + C_3'(x)y_3(x) = 0$$

$$C_1'(x)(y_1(x))' + C_2'(x)(y_2(x))' + C_3'(x)(y_3(x))' = 0$$

$$C_1'(x)(y_1(x))'' + C_2'(x)(y_2(x))'' + C_3'(x)(y_3(x))'' = f(x)/a_3$$

Metod varijacije konstanti - zadaci

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}$

Zadatak 2. $y''' - 3y'' + 3y' - y = \frac{e^x}{x^3}$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}$

Zadatak 2. $y''' - 3y'' + 3y' - y = \frac{e^x}{x^3}$

Zadatak 3. $y'' + y = \frac{x}{\sin x}$

Zadaci za vežbu

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

Zadatak 1. $y'' + 4y = \frac{1}{\sin x}$

Rešiti sledeće diferencijalne jednačine:

$$\text{Zadatak 1. } y'' + 4y = \frac{1}{\sin x}$$

$$\text{Zadatak 2. } y'' + y = \frac{1}{\cos x}$$