

## Površi drugog reda

2008/2009

# Površi drugog reda - opšta jednačina

## Površni drugog reda - opšta jednačina

Opšta jednačina površi drugog reda je

$$A_1x^2 + A_2y^2 + A_3z^2 + 2B_1yz + 2B_2zx + 2B_3xy + 2C_1x + 2C_2y + 2C_3z + D = 0$$

gde je bar jedan od brojeva  $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2$  i  $C_3$  različit od nule.

# Obrtne površi

Ako se površ rotira oko  $z$  ose, jednačina površi je

$$z = f(x^2 + y^2)$$

# Obrtne površi

Ako se površ rotira oko  $z$  ose, jednačina površi je

$$z = f(x^2 + y^2)$$

Ako se površ rotira oko  $y$  ose, jednačina površi je

$$y = f(x^2 + z^2)$$

# Obrtne površi

Ako se površ rotira oko  $z$  ose, jednačina površi je

$$z = f(x^2 + y^2)$$

Ako se površ rotira oko  $y$  ose, jednačina površi je

$$y = f(x^2 + z^2)$$

Ako se površ rotira oko  $x$  ose, jednačina površi je

$$x = f(y^2 + z^2)$$

# Obrtne površi - obrtni paraboloid

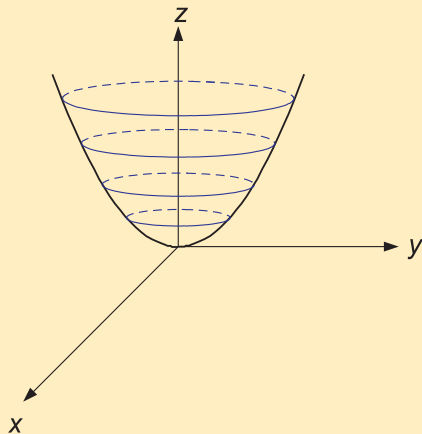


# Obrtne površi - obrtni paraboloid

$$z = x^2 + y^2$$

# Obrtne površi - obrtni paraboloid

$$z = x^2 + y^2$$



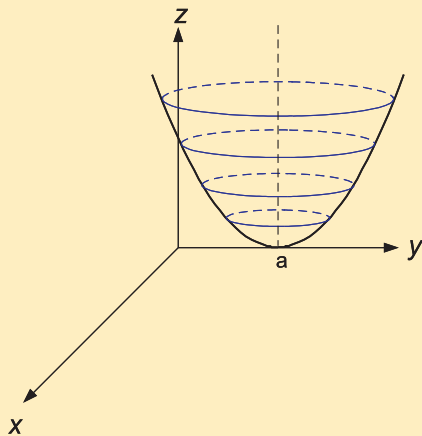
# Obrtne površi - obrtni paraboloid

## Obrtne površi - obrtni paraboloid

$$z = x^2 + (y - a)^2, a > 0$$

# Obrtne površi - obrtni paraboloid

$$z = x^2 + (y - a)^2, \quad a > 0$$



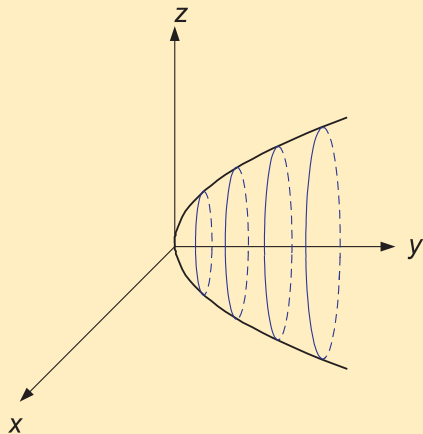
# Obrtne površi - obrtni paraboloid

# Obrtne površi - obrtni paraboloid

$$y = x^2 + z^2$$

# Obrtne površi - obrtni paraboloid

$$y = x^2 + z^2$$





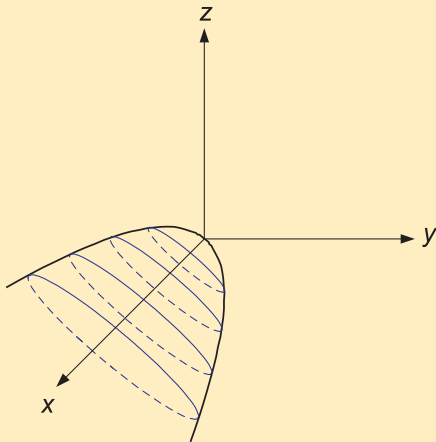
# Obrtne površi - obrtni paraboloid

# Obrtne površi - obrtni paraboloid

$$x = y^2 + z^2$$

# Obrtne površi - obrtni paraboloid

$$x = y^2 + z^2$$



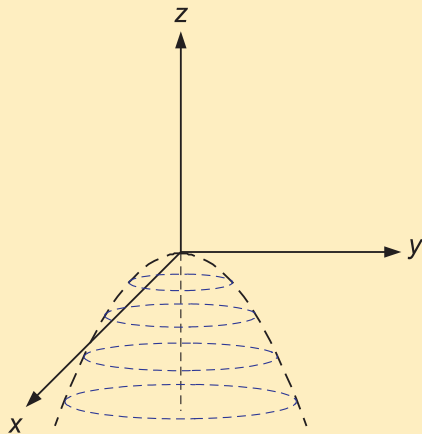
# Obrtne površi - obrtni paraboloid

# Obrtne površi - obrtni paraboloid

$$z = -(x^2 + y^2)$$

# Obrtne površi - obrtni paraboloid

$$z = -(x^2 + y^2)$$



# Obrtne površi - obrtni paraboloid

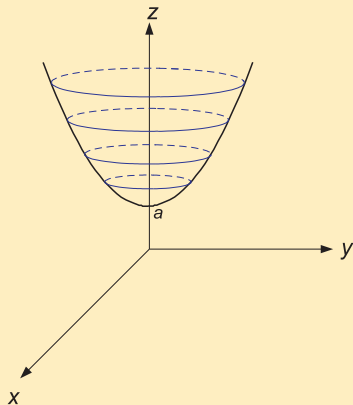
## Obrtne površi - obrtni paraboloid

$$z = x^2 + y^2 + a, \quad a > 0$$



# Obrtne površi - obrtni paraboloid

$$z = x^2 + y^2 + a, \quad a > 0$$



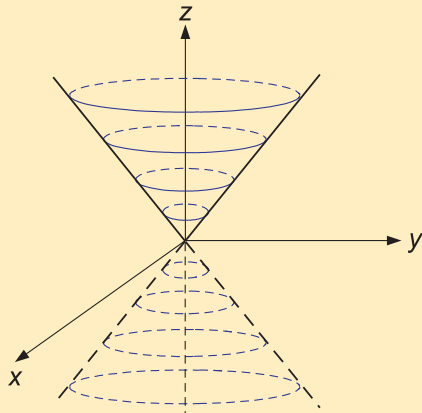
# Obrtne površi - centralni konus

# Obrtne površi - centralni konus

$$z^2 = x^2 + y^2$$

# Obrtne površi - centralni konus

$$z^2 = x^2 + y^2$$



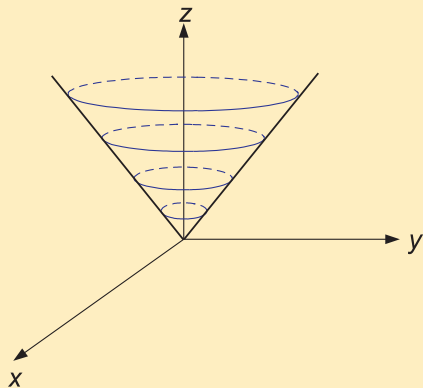
# Obrtne površi - centralni konus

# Obrtne površi - centralni konus

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

# Obrtne površi - centralni konus

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$



# Obrtne površi - centralni konus

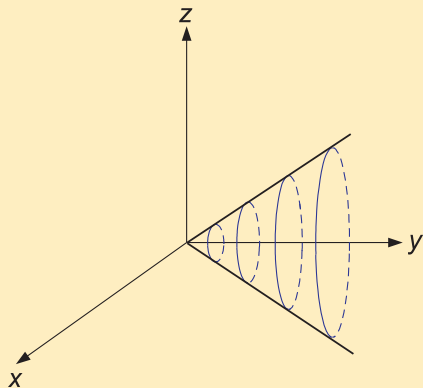


# Obrtne površi - centralni konus

$$y = \sqrt{x^2 + z^2}$$

# Obrtne površi - centralni konus

$$y = \sqrt{x^2 + z^2}$$



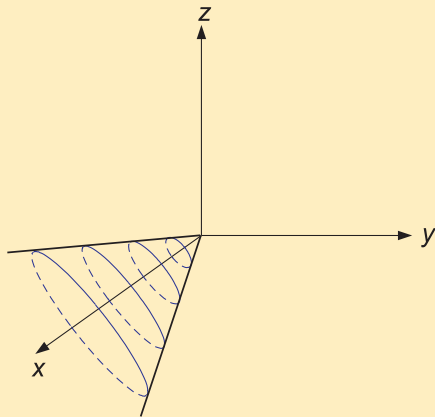
# Obrtne površi - centralni konus

# Obrtne površi - centralni konus

$$x = \sqrt{y^2 + z^2}$$

# Obrtne površi - centralni konus

$$x = \sqrt{y^2 + z^2}$$



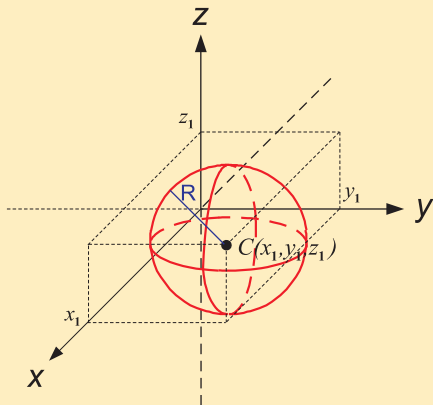
Obrtne površi - sfera sa centrom u  $C(x_1, y_1, z_1)$  pol.  $R$

Obrtne površi - sfera sa centrom u  $C(x_1, y_1, z_1)$  pol.  $R$

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = R^2$$

# Obrtne površi - sfera sa centrom u $C(x_1, y_1, z_1)$ pol. $R$

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = R^2$$





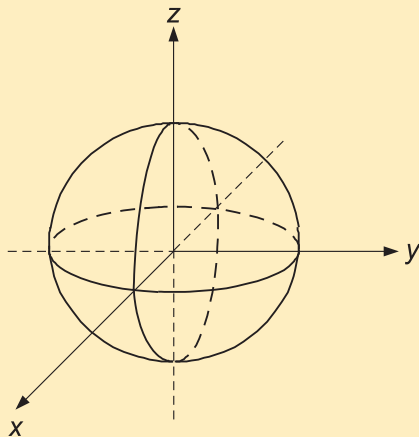
# Obrtne površi - centralna sfera poluprečnika $R$

## Obrtne površi - centralna sfera poluprečnika $R$

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

# Obrtne površi - centralna sfera poluprečnika $R$

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$



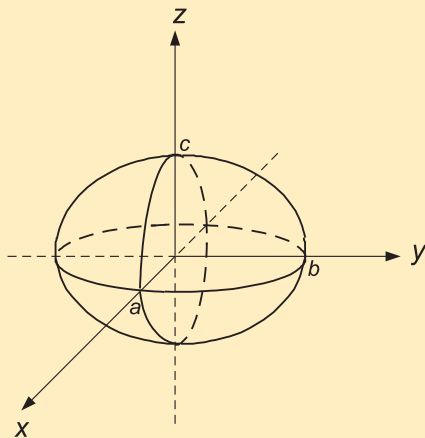
# Obrtne površi - centralni elipsoid

## Obrtne površi - centralni elipsoid

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$$

# Obrtne površi - centralni elipsoid

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$$



# Cilindrične površi

Ako je površ paralelna sa z osom, jednačina površi je

$$f(x, y) = 0$$



# Cilindrične površi

Ako je površ paralelna sa  $z$  osom, jednačina površi je

$$f(x, y) = 0$$

Ako je površ paralelna sa  $y$  osom, jednačina površi je

$$f(x, z) = 0$$

# Cilindrične površi

Ako je površ paralelna sa  $z$  osom, jednačina površi je

$$f(x, y) = 0$$

Ako je površ paralelna sa  $y$  osom, jednačina površi je

$$f(x, z) = 0$$

Ako je površ paralelna sa  $x$  osom, jednačina površi je

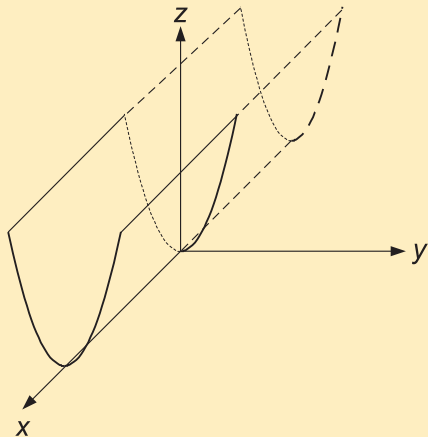
$$f(y, z) = 0$$

# Cilindrične površi

$$z = y^2$$

# Cilindrične površi

$$z = y^2$$

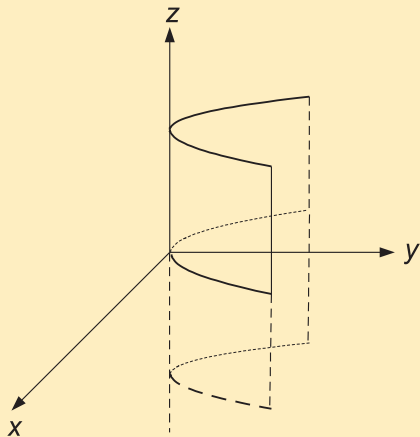


# Cilindrične površi

$$y = x^2$$

# Cilindrične površi

$$y = x^2$$



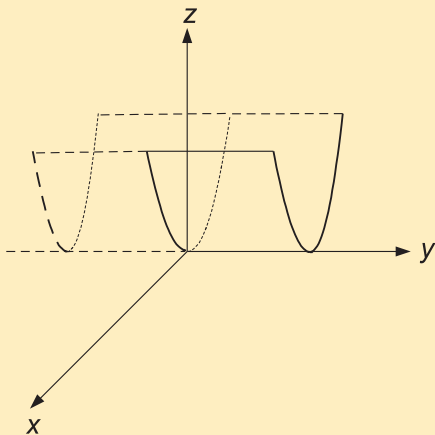


# Cilindrične površi

$$z = x^2$$

# Cilindrične površi

$$z = x^2$$

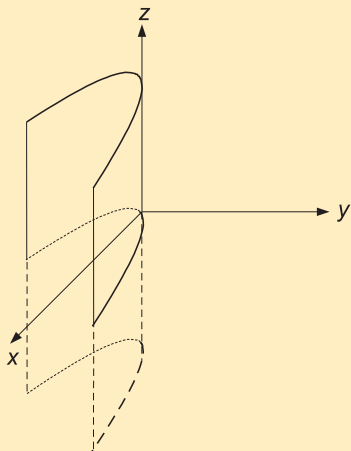


# Cilindrične površi

$$x = y^2$$

# Cilindrične površi

$$x = y^2$$



# Cilindrične površi

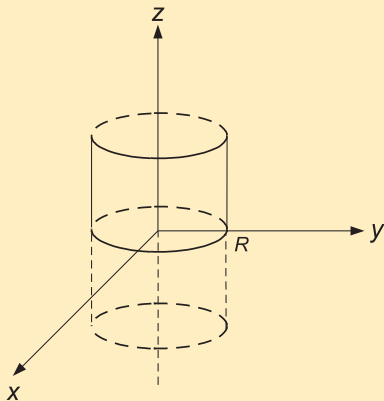
# Cilindrične površi

$$x^2 + y^2 = R^2$$



# Cilindrične površi

$$x^2 + y^2 = R^2$$



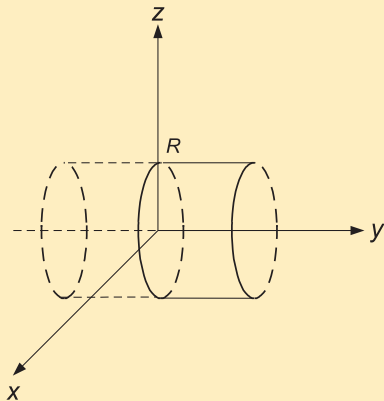
# Cilindrične površi

# Cilindrične površi

$$x^2 + z^2 = R^2$$

# Cilindrične površi

$$x^2 + z^2 = R^2$$

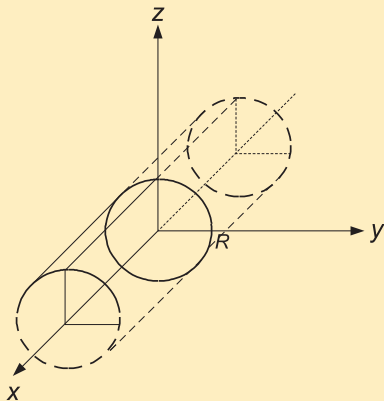


# Cilindrične površi

$$y^2 + z^2 = R^2$$

# Cilindrične površi

$$y^2 + z^2 = R^2$$







Skalarni oblik jednačina ravni je

$$Ax + By + Cz + D = 0, A, B, C, D \in \mathbb{R}.$$

Skalarni oblik jednačina ravni je

$$Ax + By + Cz + D = 0, A, B, C, D \in \mathbb{R}.$$

Segmentni oblik jednačina ravni je

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1, a, b \text{ i } c \text{ odsečci na } x, y \text{ i } z \text{ osi, redom.}$$

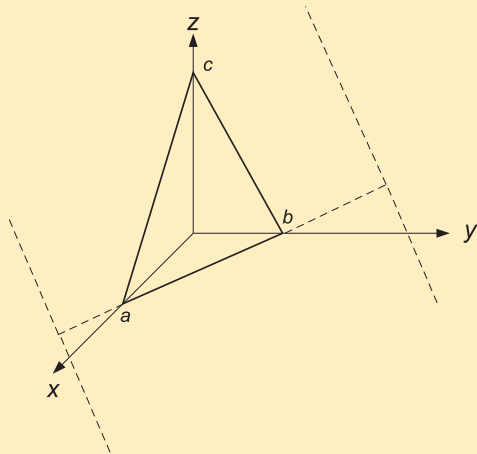
# Ravan - segmentni oblik jednačine

## Ravan - segmentni oblik jednačine

$$x/a + y/b + z/c = 1$$

# Ravan - segmentni oblik jednačine

$$x/a + y/b + z/c = 1$$

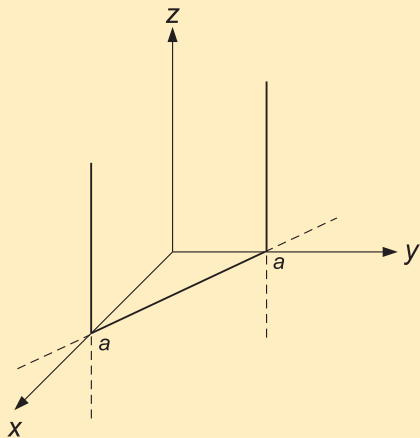




$$x + y = a$$

# Ravan

$$x + y = a$$



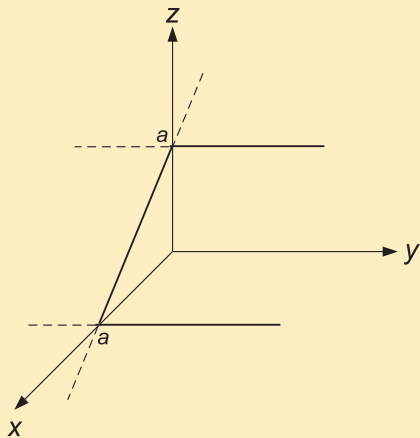




$$x + z = a$$

# Ravan

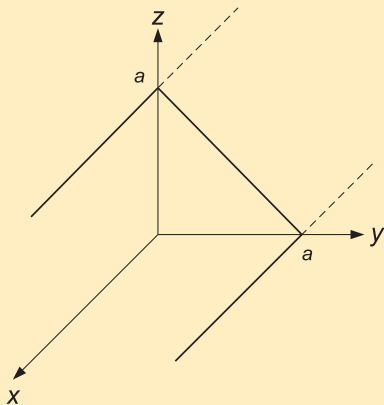
$$x + z = a$$





$$y + z = a$$

$$y + z = a$$

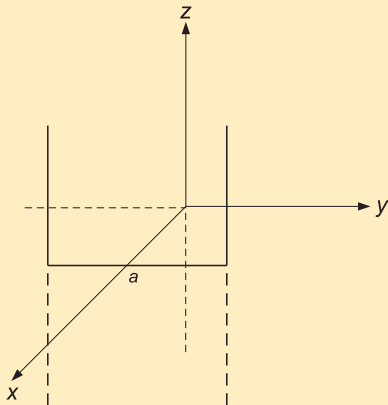




$x = a$



$$x = a$$

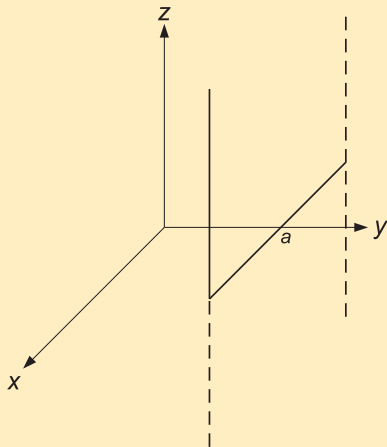




$$y = a$$

# Ravan

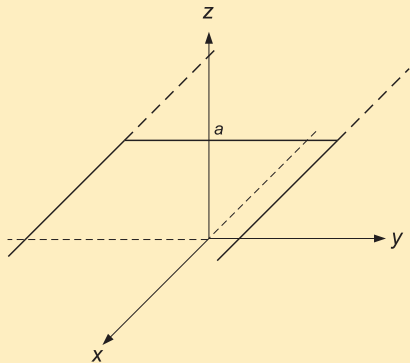
$$y = a$$





$z = a$

$$z = a$$



# Hiperbolički paraboloid



# Hiperbolički paraboloid

Ako je  $p > 0$  i  $q > 0$ , jednačina je

$$z = \frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q}.$$

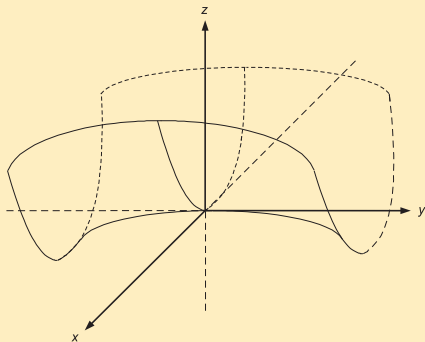
# Sedlasta površ

# Sedlasta površ

$$z = x^2 - y^2$$

# Sedlasta površ

$$z = x^2 - y^2$$



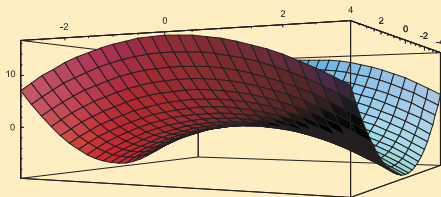
# Sedlasta površ

# Sedlasta površ

$$z = x^2 - y^2$$

# Sedlasta površ

$$z = x^2 - y^2$$



# Sedlasta površ

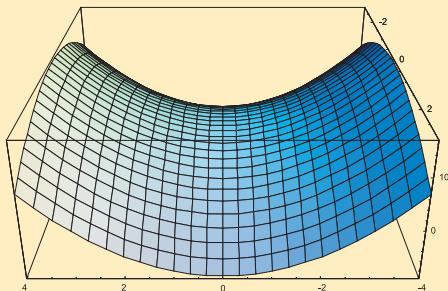


# Sedlasta površ

$$z = x^2 - y^2$$

# Sedlasta površ

$$z = x^2 - y^2$$



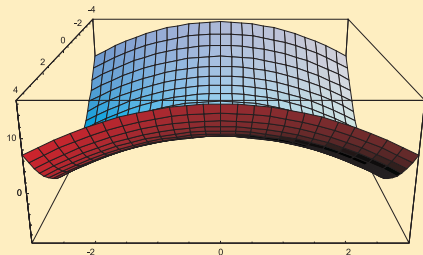
# Sedlasta površ

# Sedlasta površ

$$z = x^2 - y^2$$

# Sedlasta površ

$$z = x^2 - y^2$$



# Sedlasta površ

# Sedlasta površ

$$z = x^2 - y^2$$

# Sedlasta površ

$$z = x^2 - y^2$$

