

Izvod u pravcu

2008/2009

Izvod u pravcu

Definicija 1

Neka je f realna funkcija tri realne promenljive i neka je $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ jedinični vektor. Izvod funkcije f u pravcu vektora \vec{u} u tački $P(x_0, y_0, z_0)$ je

$$D_{\vec{u}}f(x_0, y_0, z_0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + su_1, y_0 + su_2, z_0 + su_3) - f(x_0, y_0, z_0)}{s}.$$

Definicija 1

Neka je f realna funkcija tri realne promenljive i neka je $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ jedinični vektor. Izvod funkcije f u pravcu vektora \vec{u} u tački $P(x_0, y_0, z_0)$ je

$$D_{\vec{u}}f(x_0, y_0, z_0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + su_1, y_0 + su_2, z_0 + su_3) - f(x_0, y_0, z_0)}{s}.$$

Izvod u zadatom smeru karakteriše brzinu menjanja funkcije u tom smeru.

Izvod u pravcu

Definicija 2

Gradijent realne funkcije f tri realne promenljive u tački $P(x_0, y_0, z_0)$ je vektor

$$\nabla f(x_0, y_0, z_0) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial f}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) \right) .$$

Definicija 2

Gradijent realne funkcije f tri realne promenljive u tački $P(x_0, y_0, z_0)$ je vektor

$$\nabla f(x_0, y_0, z_0) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial f}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) \right).$$

Pravac najbrže promene funkcije f je njen gradijent ∇f .

Definicija 2

Gradijent realne funkcije f tri realne promenljive u tački $P(x_0, y_0, z_0)$ je vektor

$$\nabla f(x_0, y_0, z_0) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0, z_0), \frac{\partial f}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) \right).$$

Pravac najbrže promene funkcije f je njen gradijent ∇f .

Najveća promena funkcije f iznosi $|\nabla f|$.

Izvod u pravcu

Teorema 1

Neka je f realna diferencijabilna funkcija tri realne promenljive i neka je $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ jedinični vektor. Izvod funkcije f u pravcu vektora \vec{u} u tački $P(x_0, y_0, z_0)$ je

$$D_{\vec{u}}f(x_0, y_0, z_0) = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0, z_0) \cos \alpha + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0, z_0) \cos \beta + \frac{\partial f}{\partial z}(x_0, y_0, z_0) \cos \gamma$$

gde su α, β i γ uglovi između vektora \vec{u} i odgovarajućih koordinatnih osa.

Izvod u pravcu

Teorema 2

Neka je f realna diferencijabilna funkcija tri realne promenljive i neka je $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ jedinični vektor. Izvod funkcije f u pravcu vektora \vec{u} u tački $P(x_0, y_0, z_0)$ je

$$D_{\vec{u}}f(x_0, y_0, z_0) = \nabla f(x_0, y_0, z_0) \cdot \vec{u}.$$

Izvod u pravcu - zadaci

Izvod u pravcu - zadaci

Zadatak 1. Naći izvod funkcije $U = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x - 2z$ u tački $A(2, 1, 3)$ u smeru koji sa svim koordinatnim osama zaklapa jednake uglove.

Izvod u pravcu - zadaci

Zadatak 1. Naći izvod funkcije $U = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x - 2z$ u tački $A(2, 1, 3)$ u smeru koji sa svim koordinatnim osama zaklapa jednake uglove.

Zadatak 2. Naći izvod po pravcu $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ funkcije $F(x, y, z) = xy + z^3 - xy^2z^2$ u tački $Q(1, 1, -1)$.

Izvod u pravcu - zadaci

Zadatak 1. Naći izvod funkcije $U = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x - 2z$ u tački $A(2, 1, 3)$ u smeru koji sa svim koordinatnim osama zaklapa jednake uglove.

Zadatak 2. Naći izvod po pravcu $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ funkcije $F(x, y, z) = xy + z^3 - xy^2z^2$ u tački $Q(1, 1, -1)$.

Zadatak 3. Odrediti izvod funkcije $u = x^2 + 2zy^2 - 3x^2y$ u tački $A(2, 1, -1)$ u pravcu ka tački $B(3, -1, 0)$.

Izvod u pravcu - zadaci

Zadatak 1. Naći izvod funkcije $U = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x - 2z$ u tački $A(2, 1, 3)$ u smeru koji sa svim koordinatnim osama zaklapa jednake uglove.

Zadatak 2. Naći izvod po pravcu $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ funkcije $F(x, y, z) = xy + z^3 - xy^2z^2$ u tački $Q(1, 1, -1)$.

Zadatak 3. Odrediti izvod funkcije $u = x^2 + 2zy^2 - 3x^2y$ u tački $A(2, 1, -1)$ u pravcu ka tački $B(3, -1, 0)$.

Zadatak 4. Naći izvod funkcije $z = x^2 - xy - 2y^2$ u tački $P(1, 2)$ u smeru koji sa x -osom zatvara ugao $\pi/3$.

Izvod u pravcu - zadaci

Zadatak 5. Neka su obronci Fruške gore aproksimirani funkcijom $6 - z = x^2 + 2y^2$. Planinar se nalazi na koti $P(\sqrt{2}, 1, 2)$. Odrediti kotu Q prema kojoj planinar treba da se kreće, a da uspon bude najveći. Koliko stepeni iznosi uspon?

Zadatak 5. Neka su obronci Fruške gore aproksimirani funkcijom $6 - z = x^2 + 2y^2$. Planinar se nalazi na koti $P(\sqrt{2}, 1, 2)$. Odrediti kotu Q prema kojoj planinar treba da se kreće, a da uspon bude najveći. Koliko stepeni iznosi uspon?

Zadatak 6. Naći izvod funkcije $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ u tački $P(1, 1)$: a) u smeru vektora \vec{i} , b) u smeru vektora \vec{j} .

Izvod u pravcu - zadaci za vežbu

Zadatak 1. Odrediti izvod funkcije $u = 2xy - yz^2 + 5x^3z$ u tački $A(1, -3, 4)$ u pravcu vektora \vec{T} koji sa svim koordinatnim osama zahvata iste uglove.

Zadatak 1. Odrediti izvod funkcije $u = 2xy - yz^2 + 5x^3z$ u tački $A(1, -3, 4)$ u pravcu vektora \vec{T} koji sa svim koordinatnim osama zahvata iste uglove.

Zadatak 2. Naći izvod funkcije $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ u tački $A(4, 1, 1)$ u smeru od te tačke prema tački $B(7, 5, 13)$.

Izvod u pravcu - zadaci za vežbu

Zadatak 1. Odrediti izvod funkcije $u = 2xy - yz^2 + 5x^3z$ u tački $A(1, -3, 4)$ u pravcu vektora \vec{T} koji sa svim koordinatnim osama zahvata iste uglove.

Zadatak 2. Naći izvod funkcije $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ u tački $A(4, 1, 1)$ u smeru od te tačke prema tački $B(7, 5, 13)$.

Zadatak 3. Data je funkcija $U = x^3 + xy^2 + \ln z$. Naći izvod funkcije U u tački $M(1, 2, 1)$ u pravcu od te tačke prema tački $N(2, 5, 3)$.