

Grinova formula

2008/2009

Grinova formula

Grinova formula

Neka je data zatvorena po delovima glatka griva C , koja je rub ∂D ograničenog i jednostruko povezanog zatvorenog skupa $D \subset \mathbb{R}^2$.

Grinova formula

Neka je data zatvorena po delovima glatka griva C , koja je rub ∂D ograničenog i jednostruko povezanog zatvorenog skupa $D \subset \mathbb{R}^2$. Ako su P i Q realne funkcije definisane nad skupom D i imaju nad D neprekidne prve parcijalne izvode, tada je

Grinova formula

Neka je data zatvorena po delovima glatka griva C , koja je rub ∂D ograničenog i jednostruko povezanog zatvorenog skupa $D \subset \mathbb{R}^2$. Ako su P i Q realne funkcije definisane nad skupom D i imaju nad D neprekidne prve parcijalne izvode, tada je

$$\int_{\partial D} P(x, y, z) dx + Q(x, y, z) dy = \int_D \int \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$$

Grinova formula

Neka je data zatvorena po delovima glatka griva C , koja je rub ∂D ograničenog i jednostruko povezanog zatvorenog skupa $D \subset \mathbb{R}^2$. Ako su P i Q realne funkcije definisane nad skupom D i imaju nad D neprekidne prve parcijalne izvode, tada je

$$\int_{\partial D} P(x, y, z) dx + Q(x, y, z) dy = \int_D \int \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$$

pri čemu je orijentacija ∂D **pozitivna**, odnosno **suprotna kretanju kazaljke na satu**.

Grinova formula - zadaci

Zadatak 1.

Izračunati integral

$$\int (2x^3 - xy^2) dx + (2y^3 - x^2y + x^2) dy$$

po konturi trougla ABC , $A(-2, 0)$, $B(5, 0)$ i $C(0, 4)$:

a) primenom krivolinijskog integrala,

Zadatak 1.

Izračunati integral

$$\int (2x^3 - xy^2) dx + (2y^3 - x^2y + x^2) dy$$

po konturi trougla ABC , $A(-2, 0)$, $B(5, 0)$ i $C(0, 4)$:

- primenom krivolinijskog integrala,
- primenom Grinove formule.

Grinova formula - zadaci

Zadatak 2.

Pomoću Grinove teoreme odrediti rad sile

$\vec{A} = (x \ln y + x^2 \ln^2 x) \vec{i} + \left(\frac{x^2}{2y} + 3x \right) \vec{j}$ po zatvorenoj putanji $ABCD$, ako je $A(0, -2)$, $B(4, 1)$, $C(2, 1)$, $D(0, 1)$ i putanje: $[AB]$, $[CD]$ delovi pravih, $[BC]$ deo krive $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 1$ i $[DA]$ deo krive $x = y^2 + y - 2$.

Grinova formula - zadaci

Zadatak 3.

Data je sila $\vec{F} = (xy + e^x)\vec{i} + (xy + \sin y)\vec{j}$, kriva [1] : $x^2 - 2x + y^2 = 0$ i tačke $A(2, 0)$ i $B(1, 1)$. Zatvorena kriva $OABO$ je data sa duži OA po x -osi i lukom ABO po krivoj [1]. Naći rad sile \vec{F} po pomenutoj krivoj.

Grinova formula - zadaci za vežbu

Zadatak 1.

Naći rad sile $\vec{F} = (yx + y \cos x)\vec{i} + (y^3x^2 + \sin x)\vec{j}$ po zatvorenoj krivnoj $ABCA$, gde je $A(0, 1)$, $B(1, 0)$, $C(2, 1)$, luk AB je na krivnoj $x^2 + y = 1$, luk BC na krivnoj $x - y = 1$ i CA na krivnoj $y = 1$.

Grinova formula - zadaci za vežbu

Zadatak 2.

Pomoću Grinove teoreme odrediti rad sile $\vec{A} = (ye^x + 2x)\vec{i} + (e^x + 3x)\vec{j}$ po putanji $ABCD$, ako je $A(0, 0)$, $B(2, 0)$, $C(3, 5)$, $D(0, 8)$ i putanja $[AB]$ deo krive $y = -x^2 + 2x$, $[CD]$ deo krive $y = -x^2 + 2x + 8$, dok je $[BC]$ deo prave.