

# Finansijska matematika

## - formule i zadaci -

2010/2011

# Složeni kamatni račun

# Složeni kamatni račun

- $G$  - suma koja se ulaže

## Složeni kamatni račun

- $G$  - suma koja se ulaže
- $n$  - broj obračunskih perioda

# Složeni kamatni račun

- $G$  - suma koja se ulaže
- $n$  - broj obračunskih perioda
- $p$  - kamatna stopa za obračunski period

# Složeni kamatni račun

- $G$  - suma koja se ulaže
- $n$  - broj obračunskih perioda
- $p$  - kamatna stopa za obračunski period
- $G_n$  - suma sa kojom se raspolaže nakon  $n$  obračunskih perioda

# Složeni kamatni račun

- $G$  - suma koja se ulaže
- $n$  - broj obračunskih perioda
- $p$  - kamatna stopa za obračunski period
- $G_n$  - suma sa kojom se raspolaže nakon  $n$  obračunskih perioda

$$G_n = G \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

# Složeni kamatni račun

- $G$  - suma koja se ulaže
- $n$  - broj obračunskih perioda
- $p$  - kamatna stopa za obračunski period
- $G_n$  - suma sa kojom se raspolaže nakon  $n$  obračunskih perioda

$$G_n = G \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

$$n = \frac{\ln \frac{G_n}{G}}{\ln \left(1 + \frac{p}{100}\right)}$$

## Složeni kamatni račun

- $G$  - suma koja se ulaže
- $n$  - broj obračunskih perioda
- $p$  - kamatna stopa za obračunski period
- $G_n$  - suma sa kojom se raspolaže nakon  $n$  obračunskih perioda

$$G_n = G \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

$$n = \frac{\ln \frac{G_n}{G}}{\ln \left(1 + \frac{p}{100}\right)}$$

$$p = \left(\sqrt[n]{\frac{G_n}{G}} - 1\right) \cdot 100$$

## Zadatak 1

Milan je uložio u banku sumu od 5000 dinara uz godišnju kamatnu stopu od 8%, da bi je onda podigao nakon 18 godina i poklonio unuku za rođendan. Koliku sumu novca je Milan podigao u banci?

## Zadatak 1

Milan je uložio u banku sumu od 5000 dinara uz godišnju kamatnu stopu od 8%, da bi je onda podigao nakon 18 godina i poklonio unuku za rođendan. Koliku sumu novca je Milan podigao u banci?

- a) 9854,33
- b) 12067,18
- c) 16942,55
- d) 19980,10
- e) 22691,47
- f) 27631,84
- g) 35267,67
- h) 41916,32

## Zadatak 1

Milan je uložio u banku sumu od 5000 dinara uz godišnju kamatnu stopu od 8%, da bi je onda podigao nakon 18 godina i poklonio unuku za rođendan. Koliku sumu novca je Milan podigao u banci?

- a) 9854,33
- b) 12067,18
- c) 16942,55
- d) 19980,10
- e) 22691,47
- f) 27631,84
- g) 35267,67
- h) 41916,32

Rešenje: d)

# Složeni kamatni račun sa češćim kapitalisanjem

# Složeni kamatni račun sa češćim kapitalisanjem

- $m$  - broj kapitalisanja u jednom obračunskom periodu

# Složeni kamatni račun sa češćim kapitalisanjem

- $m$  - broj kapitalisanja u jednom obračunskom periodu
- $G_{m,n}$  - suma sa kojom se raspolaže nakon  $n$  obračunskih perioda

## Složeni kamatni račun sa češćim kapitalisanjem

- $m$  - broj kapitalisanja u jednom obračunskom periodu
- $G_{m,n}$  - suma sa kojom se raspolaže nakon  $n$  obračunskih perioda

$$G_{m,n} = G \left(1 + \frac{p}{100 \cdot m}\right)^{m \cdot n}$$

# Složeni kamatni račun sa češćim kapitalisanjem

- $m$  - broj kapitalisanja u jednom obračunskom periodu
- $G_{m,n}$  - suma sa kojom se raspolaže nakon  $n$  obračunskih perioda

$$G_{m,n} = G \left(1 + \frac{p}{100 \cdot m}\right)^{m \cdot n}$$

$$n = \frac{\ln \frac{G_{m,n}}{G}}{m \cdot \ln \left(1 + \frac{p}{100 \cdot m}\right)}$$

## Zadatak 20

Koliku sumu treba uložiti u banku da bi se posle 9 godina raspolagalo sa 100000 dinara, ako banka računa 7% godišnje kamatne stope i kapitališe polugodišnje?

## Zadatak 20

Koliku sumu treba uložiti u banku da bi se posle 9 godina raspolagalo sa 100000 dinara, ako banka računa 7% godišnje kamatne stope i kapitališe polugodišnje?

- a) 44020,2
- b) 61738,3
- c) 39286,7
- d) 29879,6
- e) 53836,1
- f) 31213,2
- g) 21302,5
- h) 41216,7

## Zadatak 20

Koliku sumu treba uložiti u banku da bi se posle 9 godina raspolagalo sa 100000 dinara, ako banka računa 7% godišnje kamatne stope i kapitališe polugodišnje?

- a) 44020,2
- b) 61738,3
- c) 39286,7
- d) 29879,6
- e) 53836,1
- f) 31213,2
- g) 21302,5
- h) 41216,7

Rešenje: e)

# Račun ulaganja (štедnje)

# Račun ulaganja (štедnje)

- $U$  - suma koja se ulaže na početku obračunskog perioda

# Račun ulaganja (štедnje)

- $U$  - suma koja se ulaže na početku obračunskog perioda
- $n$  - broj obračunskih perioda

# Račun ulaganja (štедnje)

- $U$  - suma koja se ulaže na početku svakog obračunskog perioda
- $n$  - broj obračunskih perioda
- $p$  - kamatna stopa za obračunski period

# Račun ulaganja (štедnje)

- $U$  - suma koja se ulaže na početku svakog obračunskog perioda
- $n$  - broj obračunskih perioda
- $p$  - kamatna stopa za obračunski period
- $S_n$  - suma sa kojom se raspolaže nakon  $n$  obračunskih perioda

# Račun ulaganja (štедnje)

- $U$  - suma koja se ulaže na početku svakog obračunskog perioda
- $n$  - broj obračunskih perioda
- $p$  - kamatna stopa za obračunski period
- $S_n$  - suma sa kojom se raspolaže nakon  $n$  obračunskih perioda

$$S_n = U \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad \left( q = 1 + \frac{p}{100} \right)$$

# Račun ulaganja (štедnje)

- $U$  - suma koja se ulaže na početku svakog obračunskog perioda
- $n$  - broj obračunskih perioda
- $p$  - kamatna stopa za obračunski period
- $S_n$  - suma sa kojom se raspolaže nakon  $n$  obračunskih perioda

$$S_n = U \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad \left( q = 1 + \frac{p}{100} \right)$$

$$n = \frac{\ln \left( 1 + \frac{S_n \cdot (q-1)}{U \cdot q} \right)}{\ln q}$$

## Zadatak 11

Koliko evra treba ulagati svake godine sa godišnjom kamatnom stopom od 11% da bi se za 20 godina dobila suma od 30000 evra?

## Zadatak 11

Koliko evra treba ulagati svake godine sa godišnjom kamatnom stopom od 11% da bi se za 20 godina dobila suma od 30000 evra?

Treba ulagati po evra

## Zadatak 11

Koliko evra treba ulagati svake godine sa godišnjom kamatnom stopom od 11% da bi se za 20 godina dobila suma od 30000 evra?

Treba ulagati po evra

Rešenje: 420,96

# Otplata duga

# Otplata duga

- $D$  - dug

# Otplata duga

- $D$  - dug
- $n$  - broj jednakih rata

# Otplata duga

- $D$  - dug
- $n$  - broj jednakih rata
- $p$  - kamatna stopa za obračunski period

# Otplata duga

- $D$  - dug
- $n$  - broj jednakih rata
- $p$  - kamatna stopa za obračunski period
- $R$  - rata

# Otplata duga

- $D$  - dug
- $n$  - broj jednakih rata
- $p$  - kamatna stopa za obračunski period
- $R$  - rata

$$R = D \cdot q^n \cdot \frac{q - 1}{q^n - 1} \quad (q = 1 + \frac{p}{100})$$

# Otplata duga

- $D$  - dug
- $n$  - broj jednakih rata
- $p$  - kamatna stopa za obračunski period
- $R$  - rata

$$R = D \cdot q^n \cdot \frac{q - 1}{q^n - 1} \quad (q = 1 + \frac{p}{100})$$

$$n = \frac{\ln \frac{R}{R - D \cdot (q - 1)}}{\ln q}$$

## Zadatak 16

Nikola je pozajmio 20000 evra uz mesečnu kamatnu stopu od 7%. Dogovor je da mesečno vraća po 5000 evra. Za koliko meseci će Nikola vratiti dug?

## Zadatak 16

Nikola je pozajmio 20000 evra uz mesečnu kamatnu stopu od 7%. Dogovor je da mesečno vraća po 5000 evra. Za koliko meseci će Nikola vratiti dug?

- a) 81,51
- b) 9,31
- c) 4,86
- d) 7,32
- e) 11,71
- f) 8,97
- g) 12,21
- h) 87,15

## Zadatak 16

Nikola je pozajmio 20000 evra uz mesečnu kamatnu stopu od 7%. Dogovor je da mesečno vraća po 5000 evra. Za koliko meseci će Nikola vratiti dug?

- a) 81,51
- b) 9,31
- c) 4,86
- d) 7,32
- e) 11,71
- f) 8,97
- g) 12,21
- h) 87,15

Rešenje: c)

# Konformna kamatna stopa

# Konformna kamatna stopa

- $p$  - kamatna stopa za duži obračunski period

# Konformna kamatna stopa

- $p$  - kamatna stopa za duži obračunski period
- $c$  - kamatna stopa za kraći obračunski period (konformna)

# Konformna kamatna stopa

- $p$  - kamatna stopa za duži obračunski period
- $c$  - kamatna stopa za kraći obračunski period (konformna)
- $s$  - broj kraćih obračunskih perioda u dužem obračunskom periodu

# Konformna kamatna stopa

- $p$  - kamatna stopa za duži obračunski period
- $c$  - kamatna stopa za kraći obračunski period (konformna)
- $s$  - broj kraćih obračunskih perioda u dužem obračunskom periodu

$$\left(1 + \frac{c}{100}\right)^s = 1 + \frac{p}{100}$$

# Konformna kamatna stopa

- $p$  - kamatna stopa za duži obračunski period
- $c$  - kamatna stopa za kraći obračunski period (konformna)
- $s$  - broj kraćih obračunskih perioda u dužem obračunskom periodu

$$\left(1 + \frac{c}{100}\right)^s = 1 + \frac{p}{100}$$

$$c = \left(\sqrt[s]{1 + \frac{p}{100}} - 1\right) \cdot 100$$

## Zadatak 22

Data je godišnja kamatna stopa od 25%. Izračunati odgovarajuće konformne kamatne stope za dan, mesec i kvartal. (Zaokružiti rezultat na tri decimale.)

## Zadatak 22

Data je godišnja kamatna stopa od 25%. Izračunati odgovarajuće konformne kamatne stope za dan, mesec i kvartal. (Zaokružiti rezultat na tri decimale.)

$$c_d =$$

$$c_m =$$

$$c_{kv} =$$

## Zadatak 22

Data je godišnja kamatna stopa od 25%. Izračunati odgovarajuće konformne kamatne stope za dan, mesec i kvartal. (Zaokružiti rezultat na tri decimale.)

$$c_d =$$

$$c_m =$$

$$c_{kv} =$$

Rešenje:

$$c_d = \left( \sqrt[360]{1 + \frac{p_g}{100}} - 1 \right) \cdot 100 = \left( \sqrt[360]{1,25} - 1 \right) \cdot 100 = 0,062\%$$

$$c_m = \left( \sqrt[12]{1 + \frac{p_g}{100}} - 1 \right) \cdot 100 = \left( \sqrt[12]{1,25} - 1 \right) \cdot 100 = 1,877\%$$

$$c_{kv} = \left( \sqrt[4]{1 + \frac{p_g}{100}} - 1 \right) \cdot 100 = \left( \sqrt[4]{1,25} - 1 \right) \cdot 100 = 5,737\%.$$

# Zadaci

**Zadatak 5.** Pre 20 godina uloženo je u banku 35000, a pre 5 godina još 30000 dinara. Koliko dinara iznosi uvećani kapital, ako je mesečna kamatna stopa 0,5%?

# Zadaci

**Zadatak 5.** Pre 20 godina uloženo je u banku 35000, a pre 5 godina još 30000 dinara. Koliko dinara iznosi uvećani kapital, ako je mesečna kamatna stopa 0,5%?

**Zadatak 6.** Za koliko godina će se bilo koji kapital udvostučiti, ako je godišnja kamatna stopa 7%?

# Zadaci

**Zadatak 5.** Pre 20 godina uloženo je u banku 35000, a pre 5 godina još 30000 dinara. Koliko dinara iznosi uvećani kapital, ako je mesečna kamatna stopa 0,5%?

**Zadatak 6.** Za koliko godina će se bilo koji kapital udvostučiti, ako je godišnja kamatna stopa 7%?

**Zadatak 8.** Svake godine broj pčela u košnici se poveća za 5%. Ako ih je na početku bilo 5000, koliko će ih biti za 5 godina? (Zaokružiti dobijeni iznos na najbližu celobrojnu vrednost.)

# Zadaci

**Zadatak 5.** Pre 20 godina uloženo je u banku 35000, a pre 5 godina još 30000 dinara. Koliko dinara iznosi uvećani kapital, ako je mesečna kamatna stopa 0,5%?

**Zadatak 6.** Za koliko godina će se bilo koji kapital udvostučiti, ako je godišnja kamatna stopa 7%?

**Zadatak 8.** Svake godine broj pčela u košnici se poveća za 5%. Ako ih je na početku bilo 5000, koliko će ih biti za 5 godina? (Zaokružiti dobijeni iznos na najbližu celobrojnu vrednost.)

**Zadatak 9.** Šta se više isplati: uložiti 12000 dinara na 7 godina uz 4% mesečne kamatne stope ili ulagati tokom 9 godina svake godine po 21000 dinara uz 11% godišnje kamatne stope?

**Zadatak 5.** Pre 20 godina uloženo je u banku 35000, a pre 5 godina još 30000 dinara. Koliko dinara iznosi uvećani kapital, ako je mesečna kamatna stopa 0,5%?

**Zadatak 6.** Za koliko godina će se bilo koji kapital udvostučiti, ako je godišnja kamatna stopa 7%?

**Zadatak 8.** Svake godine broj pčela u košnici se poveća za 5%. Ako ih je na početku bilo 5000, koliko će ih biti za 5 godina? (Zaokružiti dobijeni iznos na najbližu celobrojnu vrednost.)

**Zadatak 9.** Šta se više isplati: uložiti 12000 dinara na 7 godina uz 4% mesečne kamatne stope ili ulagati tokom 9 godina svake godine po 21000 dinara uz 11% godišnje kamatne stope?

**Zadatak 15.** Gospodin X je uzeo pozajmicu od 250000 na 5 godina uz 0,8% mesečne kamatne stope. Nakon isteka tih 5 godina počinje da vraća dug u 15 jednakih godišnjih rata uz godišnju kamatnu stopu od 5%. Koliki je ukupan dug koji gospodin X treba da vrati? Koliko iznosi rata otplate?

# Zadaci

# Zadaci

**Zadatak 10.** Kako brže steći sumu od 63000 evra: ako se svakog meseca ulaže po 123 evra uz 4% mesečne kamatne stope ili ako se uloži 40000 evra uz 7% godišnje kamatne stope?

# Zadaci

**Zadatak 10.** Kako brže steći sumu od 63000 evra: ako se svakog meseca ulaže po 123 evra uz 4% mesečne kamatne stope ili ako se uloži 40000 evra uz 7% godišnje kamatne stope?

**Zadatak 19.** Na koju sumu naraste kapital od 10000 evra za 15 godina uz 9% godišnje kamatne stope i kvartalno kapitalisanje?

## Zadaci

**Zadatak 10.** Kako brže steći sumu od 63000 evra: ako se svakog meseca ulaže po 123 evra uz 4% mesečne kamatne stope ili ako se uloži 40000 evra uz 7% godišnje kamatne stope?

**Zadatak 19.** Na koju sumu naraste kapital od 10000 evra za 15 godina uz 9% godišnje kamatne stope i kvartalno kapitalisanje?

**Zadatak 25.** Posuđeno je 1000 evra na 3 meseca uz mesečnu kamatnu stopu od 1%. Nakon ta 3 meseca dug se vraća u jednakim dnevним ratama sa mesečnom kamatnom stopom od 4%. Ako dug treba vratiti u roku od 23 dana, odrediti ratu  $R$ . (Koristiti konformnu kamatnu stopu, zaokruživati na dve decimale i računati da jedan mesec ima 30 dana.)

# Zadaci

**Zadatak 10.** Kako brže steći sumu od 63000 evra: ako se svakog meseca ulaže po 123 evra uz 4% mesečne kamatne stope ili ako se uloži 40000 evra uz 7% godišnje kamatne stope?

**Zadatak 19.** Na koju sumu naraste kapital od 10000 evra za 15 godina uz 9% godišnje kamatne stope i kvartalno kapitalisanje?

**Zadatak 25.** Posuđeno je 1000 evra na 3 meseca uz mesečnu kamatnu stopu od 1%. Nakon ta 3 meseca dug se vraća u jednakim dnevним ratama sa mesečnom kamatnom stopom od 4%. Ako dug treba vratiti u roku od 23 dana, odrediti ratu  $R$ . (Koristiti konformnu kamatnu stopu, zaokruživati na dve decimale i računati da jedan mesec ima 30 dana.)

**Zadatak 35.** U banku je uloženo 60000 dinara, a osam godina kasnije podignuto je 80000. Kojom sumom se raspolaze nakon 25 godina od dana ulaganja, ako banka računa 24% godišnju kamatnu stopu i kapitališe polugodišnje?

# Zadaci

**Zadatak 10.** Kako brže steći sumu od 63000 evra: ako se svakog meseca ulaže po 123 evra uz 4% mesečne kamatne stope ili ako se uloži 40000 evra uz 7% godišnje kamatne stope?

**Zadatak 19.** Na koju sumu naraste kapital od 10000 evra za 15 godina uz 9% godišnje kamatne stope i kvartalno kapitalisanje?

**Zadatak 25.** Posuđeno je 1000 evra na 3 meseca uz mesečnu kamatnu stopu od 1%. Nakon ta 3 meseca dug se vraća u jednakim dnevним ratama sa mesečnom kamatnom stopom od 4%. Ako dug treba vratiti u roku od 23 dana, odrediti ratu  $R$ . (Koristiti konformnu kamatnu stopu, zaokruživati na dve decimale i računati da jedan mesec ima 30 dana.)

**Zadatak 35.** U banku je uloženo 60000 dinara, a osam godina kasnije podignuto je 80000. Kojom sumom se raspolaze nakon 25 godina od dana ulaganja, ako banka računa 24% godišnju kamatnu stopu i kapitališe polugodišnje?

**Zadatak 66.** Ako u naredne dve godine svaki mesec ulažemo po 100 evra u banku sa mesečnom kamatnom stopom od 6%, koliko ćemo imati na računu nakon isteka te dve godine?