

FELADATOK MATEMATIKÁBÓL

1. POLINOMOK

1. Rendezze a következő polinomokat:

a) $3x^3 - 2x^2 + 5x - a + 4x^2 - 5x + 2a - 3x^3$; b) $3x^a + 6a^x - x^a + (-5a^x) - 2x^a$;

c) $12xy^2 + 14x^2y - x^2y^2 + xy^2 - 15x^2y + 2x^2y^2$; d) $6x - 7a^2 + 3x^2 - 3x + 5a^2 - x^2$.

2. Számítsa ki a következő polinomok összegét és különbségét:

a) $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 5x + 9$, $Q(x) = x^4 + 5x^3 - x^2 - 7$;

b) $P(x) = -4x^2 + 9x - 1$, $Q(x) = 2x^2 - 6x + 13$;

c) $P(x) = x^5 - 4x^3 + 3x^2 - 2$, $Q(x) = -5x^4 + 2x^3 - 8x^2 + x + 4$.

3. Határozza meg a $P(x) \cdot Q(x)$ szorzatot:

a) $P(x) = x^2 - 2x + 5$, $Q(x) = x - 3$;

b) $P(x) = x^3 - 3x + 2$, $Q(x) = x^4 + x^3 + 4x - 1$;

c) $P(x) = 7x^3 - 4x^2 + 8x - 6$, $Q(x) = 5x^4 + 2x^3 - x^2 + 3x + 8$.

4. Határozza meg a $P(x) : Q(x)$ hányadost, ha adottak a polinomok:

a) $P(x) = x^3 - x^2 - x + 10$, $Q(x) = x + 2$;

b) $P(x) = x^5 - 7x^4 + 12x^3 - 10x^2 + x - 3$, $Q(x) = x^4 + x^3 + 4x - 1$;

c) $P(x) = x^2 - 3x + 7$, $Q(x) = x - 1$.

5. Bontsa tényezőik szorzatára a következő polinomokat:

a) $20x^3 - 5xy^2z^4$; b) $x^3y - 125y^4$;

c) $x^2 - x - 6$; d) $x^2 + 12x + 35$;

e) $x^2 + 6x + 8$;

f) $9x^2 - 6x(y - z) + (y - z)^2$;

g) $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$;

h) $a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$.

6. Bontsa tényezőik szorzatára a következő polinomokat:

a) $m^2x - n^2x + m^2y - n^2y$;

b) $2x^3 + 5x^2 - 3x$;

c) $12x^3 + 4x^2 - x$;

d) $x^5 - x$;

e) $(2x+1)(x+1) + 4y^2 - 1 + (2x+1)^2$;

f) $(x-a)^2 + b^2 - 2b(x-a) - a^2$;

g) $ax^3y^3 - 3ax^2y^2 + 3axy - a$;

h) $125a^3 + 150a^2b + 60ab^2 + 8b^3$;

i) $x^2 - 4x + 4 - 4y^2 + 12yz - 9z^2$;

j) $a^3 + 10a^4 + 25a^5$.

2. TÖRTEK EGYSZERŰSÍTÉSE ÉS MŰVELETEK A TÖRTEKKEL

7. Számítsa ki a következő számkifejezések értékét:

a) $\left(-2\frac{1}{2}\right) + 5\frac{3}{4} - 3\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - 6\frac{1}{2}$;

b) $\left(\frac{15}{6}\right)^{-1} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$;

c) $\frac{3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 1\frac{1}{2} - 4 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^2}{2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^2 - 1}$;

d) $\frac{1}{7} + \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right)^{-1}$;

e) $3 : \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{4}{5} : 2\right) + 5 \cdot \left[0,4 - \frac{2}{5} : (-2)\right] + (-2) : (-1)$.

8. Egyszerűsítse a törteket és írja fel azokat a feltételeket is, amelyek mellett érvényes az egyszerűsítés:

a) $\frac{(x+1)(x^2-4)}{(x+2)(x^2-1)}$;

b) $\frac{a^2-8a+16}{b(a^2-4a)}$;

c) $\frac{x^3-27}{x^2-9}$;

d) $\frac{a^2+ab+a+b}{a^2+2ab+b^2}$;

$$e) \frac{ab + ac - c^2 - bc}{bc + c^2 + 2ab + 2ac};$$

$$f) \frac{x^2 + 8x + 15}{x^2 - 4x - 21};$$

$$g) \frac{a^6 + a^4 - a^2 - 1}{a^8 - a^6 + a^2 - 1};$$

$$h) \frac{(x^2 + xy)^2 - (xy + y^2)^2}{(x^2 - xy)^2 - (xy - y^2)^2};$$

$$i) \frac{12x^3y^2 - 12x^2y^3 + 3xy^4}{8x^4y - 2x^2y^3};$$

$$j) \frac{4a^2 - 20a + 25}{8a^3 - 60a^2 + 150a - 125}.$$

9. Végezze el a kijelölt műveleteket az adott törtekkel:

$$a) \frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} - \frac{2y}{x};$$

$$b) \frac{x+2y}{x^3+y^3} - \frac{x-y}{x^2y-xy^2+y^3} - \frac{1}{xy+x^2};$$

$$c) \frac{16x-x^2}{x^2-4} + \frac{3+2x}{2-x} - \frac{2-3x}{x+2};$$

$$d) \frac{4x^2}{10xy-25y^2} - \frac{4x^2+25y^2}{10xy} - \frac{25y^2}{4x^2-10xy};$$

$$e) \frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{a^2-2ab+b^2};$$

$$f) \frac{x^2+7x-30}{x^2-x-12} \cdot \frac{24-2x-x^2}{30-7x-x^2};$$

$$g) \left(\frac{2}{a} - \frac{3}{b}\right) \cdot \frac{27}{4b^2-9a^2} : \frac{1}{2b+3a};$$

$$h) \left(\frac{x^3}{y^3} + 1\right) : \left(\frac{x^2}{y^2} - \frac{x}{y} + 1\right);$$

$$i) \frac{3-y}{3+y} : \frac{y^3-27}{y^3+27};$$

$$j) \left(\frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b}\right) \cdot \left(\frac{a^2+b^2}{2ab} + 1\right) \cdot \frac{ab}{a^2+b^2};$$

$$k) \frac{x^2-10x+25}{2x+2} : \frac{3x-15}{x^2+2x+1};$$

$$l) \left(\frac{1}{a-b} - \frac{a+b}{a^2-ab} + \frac{a-2b}{2ab}\right) : \frac{a-3b}{2ab-2b^2}.$$

3. SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS

9. 38000 dinárra a bank 8% kezelési költséget számol fel. Hány dinár kezelési költséget vesz el a bank?

10. Mennyivel drágult az áru (hány százalékkal), ha ára 1400 dinárról 1800 dinárra emelkedett?

11. Egy vállalat igazgatójának fizetése 100000 dinár. Hány dinárral kevesebb a fizetése, ha ebből szociális biztosításra 15% -ot, járulékokra pedig 5% kell adjon?

12. A szőnyeget 20%-kal leárazták, majd 20%-kal megdrágították. Hány százalékkal változott meg az eredeti ára?
13. A 40%-os árleszállítás után, valamely áru 360 dinárba kerül. Hány százalékkal kell megemelni ezt az árat, hogy az árut a leszállítás előtti áron lehessen eladni?
14. Az áru árát 25%-kal csökkentették. Hány százalékkal kell ezt az új árat csökkenteni, hogy a végén az áru kétszer olcsóbb legyen mint eredetileg?
15. Egy áru ára először 15%-kal drágult, majd az új ár még 30%-kal. Mekkora drágulást jelent ez az eredeti árhoz viszonyítva?
16. A tavaszi árleszállításon a könyvek árát háromszor csökkentették: először 20%-kal, ezután még 20%-kal, majd még egyszer 20%-kal (minden esetben a pillanatnyi árat). Összesen mekkora a könyvek árának csökkentése (százalékban kifejezve)?
17. Ha a téglalap alakú szántóföld egyik oldalát 8%-kal növeljük, a másikat pedig 3%-kal csökkentjük, akkor hány százalékkal változik meg az eredeti szántóföld területe?
18. Összesen 280 kölcsönt igénylő kérvény feldolgozásával a banktisztviselő 12%-kal túlteljesítette a normát. Hány százalékkal teljesítette túl a normát az a banktisztviselő, aki ugyanennyi idő alatt 310 kérvényt dolgozott fel?
19. Növelje meg az 15000-at 250%-kal, majd csökkentse 75%-kal.

4. ARÁNYOS MENNYISÉGEK ÉS ALKALMAZÁSUK

20. Határozza meg x értékét az alábbi aránypárokból:

a) $4\frac{4}{5} : 6\frac{3}{4} \cdot x = 9\frac{1}{6} : 51\frac{9}{6}$;

b) $0,4 \cdot x : 0,35 = 0,72 : 0,07$;

c) $0,5 : 2\frac{3}{4} = 2\frac{2}{3} : x$;

d) $(a+b) : (a-b) = x : \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$;

e) $(x+2a) : x = (x+b) : (x-b)$;

f) $\left(a + \frac{ab}{a-b}\right) : x = a^3b : \left(b - \frac{ab}{a+b}\right)$.

21. Egy hordóból 160 darab $\frac{3}{4}$ literes üveg tölthető meg olajjal. Hány 0,8 literes üveget lehetne megtölteni ugyanebből a hordóból?
22. 12 liter borért 1560 dinárt fizettünk. Hány liter bor vásárolható 6500 dinárért?
23. Egy munkát három munkás 36 nap alatt végez el. Hány munkás végezné el ugyanezt a munkát 9 nap alatt?
24. 100 kg lisztből 4000 darab 30 grammos kifli süthető. Hány 50 grammos kiflit kapunk 650 kg lisztből?
25. Másfél macska másfél nap alatt másfél egeret fog meg. Hány egeret fog meg öt macska hat nap alatt?
26. Egy áru árát 10%-kal megemelték, majd 10%-kal leárazták. Hány százalékkal változott az áru ára az eredetihez viszonyítva?
27. Egy faiskolában a jég az ültetvény 75%-át megsemmisítette, és ez 120 facsemetét tesz ki. Hány csemete volt ebben a faiskolában?
28. Két savas oldatunk van. Az egyik 36%-os, a másik 96%-os. Hány litert kell egyikből és a másikkól vegyíteni, hogy 120 liter 80%-os oldatot nyerjünk?
29. Egy háromszög belső szögeinek aránya 2:3:4. Mekkora a legnagyobb szög?
30. 16 munkás egy töltést 15 nap alatt tud megépíteni. 4 nap után két munkás megbetegszik. Mennyit fog emiatt késni a töltés megépítése?
31. Egy hajó napi 168 tengeri mérföldet megtéve 8 nap alatt ér parthoz. Hány mérföldet kell megtegyen naponta ahhoz, hogy egy nappal korábban érjen földet?

5. EGYISMERETLENES LINEÁRIS EGYENLETEK

32. Oldja meg a következő egyenleteket:

a) $2(7 - 2x) - 4(x + 5) - 16 = 3(x + 1) - 29$;

b) $3,2x - 6,5 = 4,9x - 12,4$;

c) $7 - 2x - \frac{1 - 3x}{7} = 2 - \frac{2x - 1}{3}$;

d) $\frac{2x - 1}{3} - \frac{5x + 2}{12} = \frac{x - 3}{4} + 1$;

e) $\frac{4x - 1}{3} = \frac{4x - 8}{6} + 1$;

f) $8 - 4x - \frac{2 + 3x}{6} = 3 - \frac{10x + 5}{3}$;

$$g) \frac{x}{x+2} - \frac{5}{x+3} = \frac{10x}{x^2+5x+6} + \frac{2}{x+2} + \frac{x}{x+3}; \quad h) \frac{x+1}{x-1} - \frac{x+2}{x+3} + \frac{4}{x^2+2x-3} = 0;$$

$$i) \frac{x-4}{x+4} + \frac{x+5}{x-5} = \frac{2x(x+5)}{x^2-x-20}; \quad j) \frac{\frac{1}{x+5} - \frac{2}{x-5}}{\frac{3}{x-5} + \frac{4}{x+5}} = -\frac{2}{3};$$

$$k) (2x-1)^2 + (x+7)^2 = 5x^2 - 9x + 1; \quad l) (x+2)^2 - (x-3)^2 + (x+4)^2 - (x+1)^2 = 0.$$

33. Az m parameter mely értékeire van megoldása a következő egyenleteknek?

$$a) mx - 3m = 1 + 5x; \quad b) mx + x = 3m + 2 - x; \quad c) 4mx - 7 = m + 3x.$$

34. Oldja meg x -re nézve és diszkutálja a következő egyenleteket:

$$a) \frac{x-2a}{x+2a} = \frac{x-a}{x+7a}; \quad b) \frac{x-6a}{x+6a} + \frac{x+6a}{x-6a} = \frac{2x(x+4a)}{x^2-36a^2};$$

$$c) \frac{a+x}{ax} = \frac{1}{a} + \frac{a}{a+x}; \quad d) \frac{1}{x^2-4ax+4a^2} + \frac{a}{x-2a} = 0.$$

6. A LINEÁRIS FÜGGVÉNY

35. Adott az $y = 2x - 5$ lineáris függvény. Mennyivel növekszik az y értéke, ha az x értéke növekszik:

$$a) -1\text{-től } 1\text{-ig}; \quad b) 1\text{-től } 2\text{-ig}; \quad c) 5\text{-től } 6\text{-ig?}$$

36. Az $y = ax + 2$ függvényben határozza meg az a paraméter értékét, ha tudjuk, hogy grafikonja áthalad az $A(-7, -12)$ ponton.

37. Az $y = -3x + b$ függvényben határozza meg a b paraméter értékét, ha tudjuk, hogy grafikonja áthalad az $A(-2, -4)$ ponton.

38. Az $y = (a-3)x + (a-2)$ és $y = (2a+1)x - (3a-1)$ függvényekben határozza meg az a paraméter értékét úgy, hogy a grafikonjaik párhuzamosak legyenek.

39. Az $y = (2m - 3)x + m - 1$ függvényben határozza meg az m paraméter értékét úgy, hogy a függvény grafikonja az x -tengellyel:

- a) hegyes szöget; b) 0° -os szöget; c) tompa szöget zárjon be.

40. Határozza meg a k paraméter értékét úgy, hogy a következő függvény növekvő legyen:

a) $y = \frac{3k-1}{k-2}x + 2k - 1$; b) $y = \frac{-k+1}{2k-3}x - k - 1$.

41. Az $y = (4k - 1)x - k + 3$ függvényben határozza meg a k parameter értékét úgy, hogy a függvény grafikonja csökkenő legyen és az y -tengely pozitív részét metsze.

42. Az $y = (3k + 6)x + k - 7$ függvényben határozza meg a k paraméter értékét úgy, hogy a függvény növekvő legyen és a grafikonja az y -tengely negatív részét metsze.

43. Oldja meg grafikusán a következő egyenletrendszereket:

a) $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 3 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} \frac{x}{3} + 2y - 3 = 0 \\ x - \frac{y}{2} + 4 = 0 \end{cases}$; e) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$; f) $\begin{cases} y - 2x = 4 \\ x - y = -1 \end{cases}$.

7. KÉTISMERETLENES LINEÁRIS EGYENLETRENDSZEREK

44. Oldja meg a következő egyenletrendszereket:

a) $\begin{cases} 5x - 3y = 17 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 2x + 3y = 23 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 3y = 6 \end{cases}$;

d) $\begin{cases} \frac{x}{15} + \frac{y}{10} - 4 = 0 \\ \frac{x}{6} - \frac{y}{5} - 1 = 0 \end{cases}$; e) $\begin{cases} \frac{2x-3}{6} + \frac{y+5}{3} = \frac{1}{2} \\ \frac{x+4}{8} + \frac{2y+1}{3} = -\frac{1}{2} \end{cases}$; f) $\begin{cases} y : x = 3 : 5 \\ 8x - 9y = 26 \end{cases}$;

g) $\begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 2x + 5y = 26 \end{cases}$; h) $\begin{cases} 3(x - y) = 2(x + 3) - 7 \\ x - 2y + 1 = 2(x - y) - 4 \end{cases}$; i) $\begin{cases} x : y = 1 : 2 \\ 5x - 7y = -36 \end{cases}$;

$$\begin{array}{lll} \text{j) } \frac{x-6}{y-4} + \frac{10}{y^2-16} = \frac{x+6}{y+4}; & \text{k) } \frac{3x-1}{5y+1} = \frac{3x-4}{5y-2}; & \text{l) } \frac{2}{7}x + \frac{5}{6}y = 35 \\ \frac{5}{y^2-3y} + \frac{2}{3x-xy} = \frac{10}{xy} & \frac{x+3}{y+3} = \frac{x-4}{y-4} & \frac{3}{5}x - \frac{7}{12}y = 3,5 \end{array}$$

45. Új változók bevezetésével oldja meg a következő egyenletrendszereket:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = 16; & \text{b) } \frac{2}{x-1} + \frac{3}{y-4} = 5; & \text{c) } \frac{1}{x-y+2} + \frac{1}{1-x-y} = 0,1 \\ \frac{5}{x} - \frac{3}{y} = 4 & \frac{4}{x-1} - \frac{1}{y-4} = 3 & \frac{1}{x-y+2} + \frac{1}{x+y-1} = 0,3 \end{array}$$

46. A valós m paraméter értékeitől függően diszkutálja a következő egyenletrendszereket:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} (m+1)x + (m-3)y = 10 \\ 3x + 5y = 13 \end{cases}; & \text{b) } \begin{cases} (m+5)x + 8y = 7 \\ (m-2)x + 3y = 4 \end{cases}; & \text{c) } \begin{cases} (m-3)x + 6y = 3 \\ 2x + 4y = 5 \end{cases}; \\ \text{d) } \begin{cases} (3m-1)x + (7-9m)y = 5m+2 \\ (2m-5)x - (6m-5)y = 1 \end{cases}; & \text{e) } \begin{cases} x + y = 5 \\ mx + y = m \end{cases}; & \text{f) } \begin{cases} x-1 = y \\ x-my = 5 \end{cases}. \end{array}$$

47. Két szám összege 108, a hányadosuk pedig 5:7. Melyek ezek a számok?

48. Ha egy számot elosztunk egy másikkal, a hányados 2, a maradék 3 lesz, ha pedig az összegüket osztjuk el a különbségükkel, akkor a hányados 2, a maradék 9 lesz. Melyek ezek a számok?

49. Négy évvel ezelőtt az apa 6-szor volt idősebb a fiánál, 5 év múlva pedig 3-szor lesz idősebb a fiánál. Hány évesek most az apa és fia?

50. Az egyenlőszárú háromszög kerülete 30 cm, a szár és alap különbsége pedig 3 cm. Számítsa ki az alap és szár hosszát.

51. Két különböző teljesítményű traktor együttesen egy szövetkezet földterületét 8 nap alatt szántaná fel. Ha a földterület egyik felét az egyik traktor, a másik felét pedig mindkét traktor szántaná, a munkát 9 nap alatt fejeznék be. Hány nap alatt szántaná fel az egyik illetve a másik traktor külön-külön ezt a földterületet?

8. EGYVÁLTOZÓS LINEÁRIS EGYENLŐTLENSÉGEK

53. Oldja meg a következő egyenlőtlenségeket:

a) $9x - 7 > 3(2 + 3x)$; b) $(x+1) \cdot (x+2) < (x-1)^2$; c) $\frac{2x-8}{5} \geq 7$;

d) $\frac{1-x}{2} + \frac{2-x}{3} \geq x + \frac{1}{2}$; e) $(x-1)^2 + 7 > (x+4)^2$; f) $\frac{3x-2}{3} < x$;

g) $\frac{2x+7}{3} - \frac{x+8}{7} > 1$; h) $3(x-1) + (x-4)(x+3) > (x-2)(x+6)$.

54. Oldja meg a következő egyenlőtlenségrendszereket:

a) $\begin{cases} x+2 > 0 \\ 2x-3 \leq 0 \end{cases}$; b) $\frac{3(1-x)}{5} \geq 1-x$; c) $\begin{cases} (x-1)(2x+3) \leq (2x-5)(x+4) \\ (4x+2)(x-1) > (2x-5)(2x+1) \end{cases}$;
 $19x+7 \geq 20x+6$

d) $\begin{cases} x+5 < 0 \\ x-7 > 5 \end{cases}$; e) $\begin{cases} 2(x-3) - 2 > 4 + (x-4) \\ 2(x-6) + 4 < 3(x-5) - 2 \end{cases}$.

55. Oldja meg a következő egyenlőtlenségeket:

a) $\frac{x-2}{2x+1} > 0$; b) $\frac{3x+5}{x} > 0$; c) $\frac{x-2}{2} + \frac{3}{x-5} > 0$;

d) $\frac{x-7}{7} > \frac{5}{2x+3}$; e) $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-1} < 0$; f) $\frac{x^2-9}{(x-4)(x-3)} < 8$;

g) $\frac{x-2}{x+1} \leq 3$; h) $\frac{x^2-1}{(x-1)(x-2)} < 2$; i) $(x-3)(x+2) > 0$;

j) $(x-3)(x+2) > 0$; k) $(x+1)(x-2)(x+3) \leq 0$.

9. HATVÁNYOZÁS ÉS GYÖKVNÁS

56. Végezze el a kijelölt műveleteket és hozza a legegyszerűbb alakra a következő kifejezéseket:

$$\text{a) } \left(\frac{3a^{-1}x^2}{5b^{-2}y^3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{10ax^{-3}}{9by^{-2}}\right)^{-3}; \quad \text{b) } (a^2)^{-3} \left(\frac{b^2}{a^2}\right)^{-2}; \quad \text{c) } (a^6b^8)^3 \left(\frac{ab^{12}}{c^4}\right)^{-3};$$

$$\text{d) } \left(a^2(a^2+b)^{\frac{1}{2}} + \sqrt{a^2+b}\right) \cdot 2^{-1} : \frac{a + \sqrt{a^2+b}}{a(a^2+b)^{\frac{1}{2}}+1}; \quad \text{e) } \left(\frac{b^3}{a^2}\right)^{-4} : (a^2b^4)^{-3};$$

$$\text{f) } \frac{\sqrt{a^3} + \sqrt{b^3}}{\sqrt[3]{(a(a-b))^2}} \cdot \frac{a^{\frac{2}{3}}(a\sqrt{a} - b\sqrt{b})}{(a-b)^{\frac{1}{3}}}; \quad \text{g) } \left(\frac{a^2b}{2cd^4}\right)^2 : 4 \left(\frac{a^4b^5}{c^{-2}}\right)^{-1};$$

$$\text{h) } \sqrt[5]{8ax^3} \cdot \sqrt[6]{4a^2x} \cdot \sqrt[15]{2a^7x^4}; \quad \text{i) } \left(\sqrt[5]{\frac{x^4y^4}{z}} : \sqrt[10]{\frac{x^9y^9}{z^8}}\right) : \sqrt[15]{\frac{x^{-4}y^{-6}}{z^{-9}}}.$$

57. Hozza a legegyszerűbb alakra a következő kifejezéseket:

$$\text{a) } \left(\frac{a^{-1}x^3}{b^{-3}y^4}\right)^{-2} : \left(\frac{ax^{-3}}{by^{-2}}\right)^{-4}; \quad \text{b) } \left(\frac{(2x^2y^{-3}z^{-6})^2}{5x^4y^{-3}}\right)^{-3} : \frac{(2xy^2)^{-1}}{xy^{-4}};$$

$$\text{c) } \left(\left(\frac{2a^{-2}}{3ab^{-1}}\right)^{-4} : \left(\frac{4a^{-2}}{3b^{-4}}\right)^{-3}\right) \cdot \frac{1}{12a^5b^{-2}}; \quad \text{d) } \frac{a^{2x} - a^{-2x}}{a^x + a^{-x}} : \frac{a^x - a^{-x}}{1 - a^{-x}}.$$

58. Számítsa ki:

$$\text{a) } 16^{-2} \cdot 8^3 \cdot 9^{-5} \cdot 27^4; \quad \text{b) } (20^0 : 20^{-3}) \cdot (125^{-6} : 25^{-7}); \quad \text{c) } \frac{2^{-23}}{4^{-7} \cdot 4^{-8}};$$

$$\text{d) } \frac{4^{-2} \cdot 8^{-7}}{2^{-24}}; \quad \text{e) } \frac{(-5)^{-4} \cdot 25^{14}}{125^6}; \quad \text{f) } \frac{3^{-12} \cdot 9^8}{(-3)^4}.$$

59. Hozza a legegyszerűbb alakra és számítsa ki a következő kifejezéseket:

$$\text{a) } \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[5]{4}}; \quad \text{b) } \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{5}\right)^{-3}; \quad \text{c) } \sqrt[6]{128 \cdot 7^8};$$

$$\text{d) } (-2)^{-2}(-5)^{-2}(-7)^0 : (-6)^{-1}; \quad \text{e) } \left(\frac{2^8 3^{-12}}{4^3} \cdot \frac{2^{-2}}{5^{-4}}\right) : \left(\frac{3^6 5^{-5}}{4^{-1}} \cdot \frac{2^{10} 4^{-9}}{3^2 5^{-5}}\right)^{-4}.$$

60. Hozza egyszerűbb alakra a következő kifejezéseket:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[5]{x^4}; & \text{b) } \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^5} \cdot \sqrt[8]{x^7}; & \text{c) } \sqrt{x} \cdot \sqrt[8]{x^2} \cdot \sqrt[6]{x^5}; \\ \text{d) } \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a^5b} \cdot \sqrt[12]{a^7b^{11}}; & \text{e) } \left(a^{\frac{2}{3}} - 3b^{-1}\right) \left(3b^{-1} + a^{\frac{2}{3}}\right); & \text{f) } \sqrt{ab} \cdot \sqrt[4]{\frac{a}{b^5}} \cdot \sqrt[6]{\frac{b^5}{a^5}}. \end{array}$$

61. Gyöktelenítse a következő törtek nevezőit:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}; & \text{b) } \frac{\sqrt{7}}{2-\sqrt{3}}; & \text{c) } \frac{2\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}; & \text{d) } \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{4}; \\ \text{e) } \frac{x-y}{x+y+2\sqrt{xy}}; & \text{f) } \frac{12+7\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}+\sqrt{3}}; & \text{g) } \frac{3\sqrt{5}+2\sqrt{7}}{3\sqrt{5}-2\sqrt{7}}; & \text{h) } \frac{54\sqrt{15}}{27\sqrt{3}}; \\ \text{i) } \frac{\sqrt{7}+2\sqrt{11}}{2\sqrt{7}-3\sqrt{11}}; & \text{j) } \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}; & \text{k) } \frac{7}{\sqrt{32}+\sqrt{8}}; & \text{l) } \frac{-39 \cdot \sqrt[4]{3}}{24 \cdot \sqrt[4]{2}}; \\ \text{m) } \frac{8\sqrt{2}-4\sqrt{3}}{6\sqrt{6}}; & \text{n) } \frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}; & \text{o) } \frac{18 \cdot \sqrt[3]{3}}{-12 \cdot \sqrt[3]{32}}; & \text{p) } \frac{-8}{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}. \end{array}$$

10. KOMPLEX SZÁMOK

62. Számítsa ki:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 5i^{37} + i^2 - 8i^5 + 6i - 2i^{26} - i^{17}; & \text{b) } i^{135} + i^{235}; & \text{c) } i^{21} - i^{17} + i^{36} - i^{42}; \\ \text{d) } 7i^2 + 2i + i^{33} + 9i^{12} - 4i^{30}; & \text{e) } i^{1511} + i^{-5}; & \text{f) } 2i^{39} + i^3 + 12i^{91} - 6i^{79}. \end{array}$$

63. Végezze el a kijelölt műveleteket:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (4+7i) + (2-5i); & \text{b) } (-4-i) - (6+5i); & \text{c) } (6-i)(-3+7i); \\ \text{d) } (0,5-4,2i)(0,3-0,6i); & \text{e) } \frac{4+i}{2-3i}; & \text{f) } (2-5i)^{-1}; \\ \text{g) } -\frac{1}{-1+3i}; & \text{h) } \frac{6}{2+3i}; & \text{i) } \frac{i}{1+i}; \end{array}$$

j) $\frac{1-i}{2+3i}$;

k) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2$;

l) $\frac{1-\sqrt{3}\cdot i}{\sqrt{2}+\sqrt{3}\cdot i}$.

64. Határozza meg a következő z komplex számok valós és imaginárius részét, modulusát és \bar{z} konjugáltját:

a) $z = \frac{1+2i}{3-4i} + (1-i)(i+2)$;

b) $z = \frac{3-3i}{4-i} - \frac{(i+2)}{2i}$;

c) $z = \left(\frac{4}{2+2i}\right)^{2001}$;

d) $z = (3-3i)^{1892}$.

65. Számítsa ki az adott kifejezések értékét:

a) $\frac{z^2}{z+1}$ ha $z = 5+2i$;

b) $\frac{\bar{z}}{z-2}$ ha $z = 3-5i$;

c) $\frac{\bar{z}-3}{z+5}$ где je $z = -6+i$;

d) $\frac{z \cdot \bar{z}}{2i+z^2}$ где je $z = 3i$.

66. Számítsa ki x és y értékét a következő egyenletekből:

a) $4x + xi - 3y = yi - i - 2$;

b) $(x + yi)(3 + i) = -9 + 7i$;

c) $(x+1) + i(y-3) = (1+i)(5+3i)$;

d) $(3+i)(x+yi) + 2(x+yi) - 5 = 9 + 8i$.

11. MÁSODFOKÚ EGYENLETEK

67. Oldja meg a következő egyenleteket:

a) $x^2 = 36$;

b) $x^2 - \frac{2}{7} = 0$;

c) $x^2 + 25 = 0$;

d) $x^2 = 4 - 3x$;

e) $x(x-6) = 13$;

f) $(x-1)(x-2) = 3$;

g) $(x-2)(x-3) = x$;

h) $x(2-3x) = x^2 + 7x - 4$;

i) $\frac{x-7}{2x+1} = \frac{3x+2}{3}$;

j) $16x^2 - 16x + 1 = 0$;

k) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$;

l) $\frac{2x-4}{3x+6} = 100x$.

68. Oldja meg a következő egyenleteket:

a) $(5x+2)(3x+1) - (4x-5)(4x+5) = 37$;

b) $\frac{4x}{x+3} - \frac{4x}{x^2-5y+3} = 0$;

c) $\frac{2x}{x-9} - \frac{x^2+25}{x^2-81} = \frac{5}{x+9} - \frac{5}{x-9}$;

d) $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{10}{3}$.

69. Írja fel azt a másodfokú egyenletet, amelynek gyökei:

a) $x_1 = -\frac{5}{6}, x_2 = \frac{7}{3}$;

b) $x_1 = \frac{a+b}{a-b}, x_2 = \frac{a-b}{a+b}$;

c) $x_1 = 3, x_2 = -10$;

d) $x_1 = 2+3i, x_2 = 2-3i$;

e) $x_1 = 1+\sqrt{2}, x_2 = 1-\sqrt{2}$;

f) $x_1 = \frac{5}{6}, x_2 = 0$;

g) $x_1 = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}, x_2 = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$;

h) $x_1 = 2-\sqrt{5}, x_2 = 2+\sqrt{5}$;

i) $x_1 = 1, x_2 = -5$.

70. Bontsa lineáris tényezők szorzatára:

a) $x^2 - 5x + 4$;

b) $x^2 - 6x - 7$;

c) $3x^2 + 4x - 7$;

d) $-3x^2 + 5x - 2$;

e) $-4x^2 + 4x - 1$;

f) $x^2 - 5x + 8$.

71. Egyszerűsítse a következő törtet:

a) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$;

b) $\frac{x^2 - 22x + 40}{x^2 - 5x + 6}$;

c) $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x}$.

72. Oldja meg a következő egyenlőtlenségeket:

a) $x^2 > 9$;

b) $x^2 - 4x + 5 < 0$;

c) $x^2 + 6x + 15 < 0$;

d) $-5x^2 - 19x + 4 < 0$;

e) $x^2 + 6x + 7 > 0$;

f) $\frac{3x+2}{3} < \frac{x-7}{2x+1}$.

73. Az x változó mely értékeire vannak kielégítve a következő egyenlőtlenségek:

a) $\frac{2x^2 - 1}{4x + 5} < 0$;

b) $\frac{(x-1)(x-2)}{x-3} > 0$;

c) $\frac{x^2 + 6x - 16}{x^2 + x - 20} < 0$;

d) $(x^2 - 5x - 6)(x^2 + x - 12) < 0$;

e) $(x^2 + 4x + 3)(x^2 - 9x + 14) < 0$.

12. A MÁSODFOKÚ FÜGGVÉNY

74. Hozza a következő függvényeket kanonikus alakra és rajzolja meg a grafikonjukat:

a) $y = x^2 - 2x + 1$; b) $y = x^2 - 6x + 5$; c) $y = 3x^2 + 5x + 2$;
d) $y = -2x^2 - 8x - 3$; e) $y = -2x^2 + 4x + 6$; f) $y = 3x^2 + 6x - 1$.

75. Hozza a következő függvényeket kanonikus alakra és rajzolja meg a grafikonjukat:

a) $y = x^2 + x + 1$; b) $y = -2x^2 - 8x - 8$; c) $y = x^2 + 2x + 2$.

76. Az m paraméter mely értékeire lesz az $y = mx^2 + 2(m+2)x + 2m + 4$ függvény az x minden értékére negatív?

77. Az m paraméter mely értékeire lesz az $y = (m^2 - 1)x^2 + 2(m-1)x + 2$ függvény az x minden értékére pozitív?

78. Adott az $f(x) = ax^2 + bx + c$ függvény. Határozza meg az a , b és c együtthatók értékeit úgy, hogy a függvény nullahelye az $x = 3$ legyen, szélső értékét az $x = 1$ -ben érje el, és $f(1) = -4$ legyen.

79. Határozza meg annak a legkisebb négyzetnek az oldalát, amelyet a 6 cm oldalú négyzetbe írhatunk.

80. A 20 cm kerületű téglalapok közül határozd meg azt, amelyeknek legnagyobb a területe.

81. A 18 számot bontsd két összeadandóra úgy, hogy azok szorzata a lehető legnagyobb legyen.

13. TRIGONOMETRIA

82. Számítsa ki a következő kifejezések értékét:

a) $5 \sin \frac{\pi}{2} + 4 \cos 0 - 3 \sin \frac{3\pi}{2} + \cos \pi$; b) $2 \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) + \cos^2 \left(-\frac{\pi}{6} \right) - \sin \left(-\frac{4\pi}{3} \right)$;

c) $\frac{2 \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4}}{1 + \sin^2 \frac{\pi}{4}}$; d) $\frac{5 \tan^2 \frac{\pi}{6} + \cot^2 \frac{\pi}{4}}{\sin^2 \frac{\pi}{3} - 2 \cot^2 \frac{\pi}{4}}$.

83. Számítsa ki a következő kifejezések értékét:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 3 - \sin^2 \frac{\pi}{3} + 2 \cot^2 \frac{\pi}{2} - 5 \tan^2 \frac{\pi}{6}; & \text{b) } 2 + \sin^2 \frac{\pi}{3} + 2 \cos^2 \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{\pi}{6}; \\ \text{c) } 3 \sin^2 \frac{\pi}{2} - 4 \tan^2 \frac{\pi}{4} - 3 \cos^2 \frac{\pi}{6} + 3 \cot^2 \frac{\pi}{2}; & \text{d) } \frac{\sin^2 \frac{\pi}{6} + 2 \sin^2 \frac{\pi}{4}}{3 \cos^2 \frac{\pi}{6} - \cos^2 \frac{\pi}{4}}. \end{array}$$

84. Határozza meg az α szög másik három trigonometrikus függvényének értékét, ha:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sin \alpha = \frac{3}{5}, \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right); & \text{b) } \cos \alpha = \frac{8}{17}, \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right); \\ \text{c) } \tan \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right); & \text{d) } \cot \alpha = -2.5, \left(\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi\right). \end{array}$$

85. Határozza meg az α szög másik három trigonometrikus függvényének értékét, ha:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right); & \text{b) } \cos \alpha = \frac{4}{5}, \left(\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi\right); \\ \text{c) } \tan \alpha = \frac{7\sqrt{2}}{8}, \left(\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}\right); & \text{d) } \cot \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}, \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right). \end{array}$$

86. Bizonyítsa be a következő azonosságokat:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{2 \sin^2 \alpha - 1} = 1; & \text{b) } \frac{1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \sin \alpha - \cos \alpha; \\ \text{c) } \tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; & \text{d) } \frac{1}{1 + \sin \alpha} + \frac{1}{1 - \sin \alpha} = \frac{2}{\cos^2 \alpha}. \end{array}$$

87. Mutassa meg, hogy a következő egyenlőségek igazak:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{1 + \sin \alpha - \cos \alpha}{1 + \sin \alpha + \cos \alpha} = \tan \frac{\alpha}{2}; & \text{b) } \cot \alpha + \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha}; \\ \text{c) } \frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{1}{\tan^2 \alpha}; & \text{d) } (2 + \sin \alpha)(2 - \sin \alpha) + (2 + \cos \alpha)(2 - \cos \alpha) = 7. \end{array}$$

88. Egyszerűsítse a törteket:

a) $\frac{1 + \cos 80}{2 \cos^2 40}$;

b) $\frac{2 \sin 25}{1 - \cos 50}$;

c) $\frac{\cos 36 + \sin^2 18}{\cos 18}$;

d) $\frac{\sin 40}{\sin 20}$;

e) $\frac{1 - \cos \frac{\pi}{7}}{\sin^2 \frac{\pi}{14}}$;

f) $\frac{\sin \beta}{2 \cos^2 \frac{\beta}{2}}$.

89. Határozza meg a következő egyenletek minden megoldását:

a) $\sin \alpha = -1$; b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; c) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$; d) $\cos \alpha = 1$;

e) $\tan \alpha = 1$; f) $\cot \alpha = -1$; g) $\tan \alpha = -\sqrt{3}$; h) $\cot \alpha = 0$.

90. Határozza meg mindazokat az $\alpha, 0 < \alpha < 2\pi$ szögeket, amelyekre:

a) $\sin \alpha = \cos \alpha$; b) $\sin \alpha = -\cos \alpha$; c) $\tan \alpha = \cot \alpha$;

d) $\tan \alpha = -\cot \alpha$; e) $\tan \alpha = \sin \alpha$; f) $\cot \alpha = \cos \alpha$.

91. Oldja meg az ABC háromszöget ha ismert, hogy:

a) $a = 3, \alpha = 60, \gamma = 45$;

b) $a = 10, \beta = 30, \gamma = 70$;

c) $b = 13, \alpha = 51, \gamma = 58$;

d) $a = 10, b = 8, \alpha = 48$.

92. Oldja meg az ABC háromszöget ha ismert, hogy:

a) $a = \frac{10\sqrt{3}}{3}, b = 10, \alpha = 30$;

b) $a = 20, c = 80, \alpha = 30$;

c) $a = 2, b = 4, \gamma = 120$;

d) $a = 2, b = 1, \gamma = 60$;

e) $a = 3, b = 4, c = 5$;

f) $a = 10, b = 8, \gamma = 30$.

14. EXPONENCIÁLIS ÉS LOGARITMUSFÜGGVÉNY

93. Oldja meg a következő egyenleteket:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 9^{\frac{1}{x}} = 3; & \text{b) } \sqrt{a} = \frac{a^{\frac{3}{x}}}{a^x}; & \text{c) } 8^x = 7^{x-1} + 7^x; \\ \text{d) } 9^x + 3^x = 12; & \text{e) } a^{x-9} = \frac{1}{a^{x-9}}; & \text{f) } \sqrt[4]{5^{6-x}} = \sqrt[3]{5^{x+2}}. \end{array}$$

94. Oldja meg a következő egyenleteket:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[3]{a} = a^{\frac{3x+2}{2}}; & \text{b) } \frac{(0,125)^{x-0.5}}{2\sqrt{2}} = 8 \cdot (0,25)^{1-x}; & \text{c) } 100 \cdot 10^{2x-1} = 1000^{\frac{3}{4}}; \\ \text{d) } \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{x+2} = 6; & & \text{e) } 3 \cdot \sqrt[3]{81} - 10 \cdot \sqrt[3]{9} + 3 = 0. \end{array}$$

95. Oldja meg a következő egyenleteket:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 21 \cdot 3^x - 5^{x+2} = 9 \cdot 3^{x+2} - 5^{x+3}; & \text{b) } 2^{x+1} + 2^{x+2} - 2^x = 10; \\ \text{c) } 2 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 4^x + 8 = 0; & \text{d) } 3 \cdot 9^x - 3^{x+1} - 3^x = -1; \\ \text{e) } 5^{2x} - 3^x - 15 \cdot 25^x + 15 \cdot 3^x = 0; & \text{f) } 4^x + 6^x = 9^x. \end{array}$$

96. Számítsa ki:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \log_3 243; & \text{b) } \log_5 125; & \text{c) } 4 \log_5 25 + 2 \log_3 27 - 6 \log_2 8; \\ \text{d) } \log_3 \frac{1}{3}; & \text{e) } \log_{1/2} 8; & \text{f) } \log_{1/2} \sqrt{8}. \end{array}$$

97. Számítsa ki:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \log_{1/3} \sqrt[7]{27}; & \text{b) } \log_2 32; & \text{c) } \log_2 8 \cdot \log_3 81 \cdot \log_2 \frac{1}{16} \cdot \log_3 \frac{1}{27}; \\ \text{d) } \log_3 (\log_3 27); & \text{e) } \log_{2/3} \frac{16}{81}; & \text{f) } \log_3 81 + 5 \log_{1/2} 16 - 3 \log_2 \frac{1}{32}; \\ \text{g) } \log_{0,008} \frac{\sqrt[3]{25}}{5}; & \text{h) } 2^{4-\log_2 11}; & \text{i) } \log_{0,25} \sqrt[4]{2^3}. \end{array}$$

98. Végezze el a következő kifejezések logaritmálását:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \log_a 3(x+y)z; & \text{b) } \log_a \left(\frac{x^8}{2} \cdot \sqrt[5]{\frac{(x-5)^4}{x^2+1}} \right); & \text{c) } \log_a 3ab; \\
 \text{d) } \log_a \sqrt[5]{\frac{3a^2}{8bc^3}}; & \text{e) } \log_a \sqrt[3]{3 \cdot \sqrt[4]{4 \cdot \sqrt[6]{6}}}; & \text{f) } \log_a \sqrt{\frac{2\pi\sqrt{P}}{3a^2 \cdot \sqrt[3]{b}}}; \\
 \text{g) } \log_a \sqrt[3]{\frac{3x^2}{2y^2} \cdot \frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{y}} \cdot \frac{1}{z}}; & \text{h) } \log_a (4a^3b \cdot \sqrt[7]{x^2y^5}); & \text{i) } \log_a \frac{a^6b^3}{4(a+b)^3}.
 \end{array}$$

99. A következő kifejezéseket vonja össze egy logaritmusba:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \log_a x + 2\log_a y - \log_a \pi; & \text{b) } \frac{1}{2}\log_a(x+y) - \frac{2}{3}(\log_a x + \log_a y); \\
 \text{c) } \log_x a + \frac{1}{3}\left(\log_x b + \frac{1}{4}\left(\log_x c + \frac{1}{5}\log_x(d+e)\right)\right); & \text{d) } \log_a 7 + 3\log_a \sqrt{5} - \frac{1}{2}\log_a 11^3.
 \end{array}$$

100. Oldja meg a következő egyenleteket:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \log x - \log \frac{1}{x-1} - \log 2 = 0; & \text{b) } \log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7; \\
 \text{c) } (\log_5 x)^2 + (\log_5 7)(\log_7 x) = 2; & \text{d) } \log x = 2\log 4 + \frac{1}{3}\log 27 - \frac{1}{2}\log 64; \\
 \text{e) } \log 3 + \frac{1}{2}\log 4 + \log(5x-1) = \log(x+2) + \log 2^3; & \text{f) } \frac{\log(35-x^3)}{\log(5-x)} = 3; \\
 \text{g) } \log(x+9) - \log(x-6) = \log 14 + 0,69897; & \text{h) } 4 - \log x = 3\sqrt{\log x}.
 \end{array}$$

FELADATSOROK A FELVÉTELI VIZSGÁRA, 1. FELADATSOR

101. Számítsa ki a következő számkifejezés értékét: $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{5} - \left(-2\frac{3}{4}\right) + \frac{1}{3} - \left|-3\frac{1}{5}\right|$.
102. Bontsa tényezők szorzatára a következő polinomot: $x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x$.
103. Számítsa ki: $(a^{-3}b^2)^{-4} : \left(\frac{b^4}{a^{-2}}\right)^{1/2}$, $a \neq 0, b \neq 0$.
104. Oldja meg a következő egyenletet: $\frac{3x-5}{6} = \frac{-x+1}{2} + \frac{1}{3}$.
105. Oldja meg a következő egyenletrendszert:
$$\begin{cases} 2x-3y=5 \\ -3x+2y=-5 \end{cases}$$
106. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget: $-2x + 5 < 3(x - 5)$.
107. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget: $\frac{2x-5}{5-x} > 0$.
108. Ha 10 liter tej 1150 dinárba kerül, hány liter tejet lehet venni 6900 dinárért?
109. Napi nyolc órát dolgozva 20 munkás 15 nap alatt végez el egy munkát. Hány munkást kellene még alkalmazni, hogy a munkát 10 nap alatt befejezzék úgy, hogy a napi munkaórák száma ne változzon?
110. Számítsa ki az x értékét az $\frac{1}{2} : \frac{x}{4} = 10 : (4x + 6)$ aránypárból.
111. Oldja meg az $x^2 + 5x + 4 > 0$ másodfokú egyenletet.
112. Oldja meg a $\frac{2+x}{x-2} = \frac{2x-1}{4-x}$ egyenletet.
113. Oldja meg az
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x + y = 7 \end{cases}$$
 egyenletrendszert.
114. Bontsa tényezők szorzatára az $y = x^2 - 4x + 4$ másodfokú függvényt.
115. Az xOy síkban ábrázolja az $y = -x^2 - x - 1$ másodfokú függvényt.
116. Az xOy síkban ábrázolja az $y = x^2 - 4x + 4$ másodfokú függvényt.
117. Oldja meg az $5^{2x} = 0.0016$ egyenletet.
118. Oldja meg a $4^x + 2 \cdot 2^x = 3$ egyenletet.
119. Oldja meg a $\log_3 3^{2012} - \log_3 x = 2012$ egyenletet.
120. Alakítsa egy logaritmusos kifejezésre: $4\log x - \frac{1}{2}\log(x+3)^2 + \log(x+1) + \log(x-1)$.

FELADATSOROK A FELVÉTELI VIZSGÁRA, 2. FELADATSOR

121. Számítsa ki a $\left(-4\frac{1}{3}\right) + 3\frac{1}{9} - 2\frac{3}{6} + \frac{1}{2} + 3\frac{1}{18}$ számkifejezés értékét.
122. Bontsa tényezők szorzatára a $2x^4 - 2x^3 - 18x^2 + 18x$ polinomot.
123. Számítsa ki: $\left(\frac{a^{-2}}{b^4}\right)^5 : (b^{-4}a^{-2})^{-4}$, $a \neq 0, b \neq 0$.
124. Oldja meg a $\frac{2x-7}{5} = \frac{-7x+36}{8} + \frac{7}{4}$ egyenletet.
125. Oldja meg az $\begin{cases} x+2y=5 \\ -2x+3y=4 \end{cases}$ egyenletrendszerét.
126. Oldja meg a $-3x+7 < 2(x-6)$ egyenlőtlenséget.
127. Oldja meg a $\frac{2x-6}{4-x} > 0$ egyenlőtlenséget.
128. Ha 10 liter gázolaj 1350 dinárba kerül, mennyit fog fizetni annak a teherautónak a sofőrje, aki a 350 literes tartályt tele akarja tankolni?
129. Egy bizonyos mennyiségű bort 100 darab 50 literes hordóban lehet tárolni. Ha a tárolásra 40 literes hordókat választanak, hány ilyen hordóra lesz szükség? Hány liter bort kell tárolni?
130. Határozza meg x értékét az $\frac{x}{3} : \frac{1}{4} = (7x+25) : 9$ aránypárból.
131. Oldja meg az $x^2 - 3x + 2 < 0$ egyenlőtlenséget.
132. Oldja meg a $\frac{8-x}{x+5} = \frac{x-2}{15-x}$ egyenletet.
133. Oldja meg az $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x^2 - 2y^2 = -17 \end{cases}$ egyenletrendszerét.
134. Bontsa tényezők szorzatára az $y = 2x^2 + 5x - 3$ másodfokú függvényt.
135. Az xOy síkban ábrázolja az $y = 2x^2 + 5x - 3$ másodfokú függvényt.
136. Az xOy síkban ábrázolja az $y = -x^2 + 4x - 3$ másodfokú függvényt.
137. Oldja meg az $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$ egyenletet.
138. Oldja meg a $3^{x^2+2x} = 27$ egyenletet.
139. Oldja meg a $\log_3 81 + \log_3 x = 5$ egyenletet.
140. Alakítsa összeggé a $\log(2x^4 - 2)$ kifejezést.

FELADATSOROK A FELVÉTELI VIZSGÁRA, 3. FELADATSOR

(Karikázza be a helyes választ a felkínált megoldások közül.)

141. Számítsa ki a számkifejezés értékét: $\left(-5\frac{1}{2}\right) + 3\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}$.

Megoldás: a) -1 b) 1 c) -2

142. Bontsa tényezőik szorzatára a következő polinomot: $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - 8x$.

Megoldás: a) $x(x-4)(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$ b) $x(x-4)(x^2+2)$ c) $(x-4)(x^2+2)$

143. Számítsa ki: $\left(\frac{a^2}{b^{-3}}\right)^{-4} : (b^3 a^3)^{-4}$, $a \neq 0, b \neq 0$.

Megoldás: a) $a^4 b^{24}$ b) $a^{-20} b^{-24}$ c) a^4

144. Oldja meg a következő egyenletet: $\frac{4x-5}{3} = \frac{-3x+1}{4} + \frac{9}{4}$.

Megoldás: a) $x = 3$ b) $x = -2$ c) $x = 2$

145. Oldja meg a $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ -2x + 3y = 10 \end{cases}$ egyenletrendszert.

Megoldás: a) $(x, y) = (2, 2)$ b) $(x, y) = (-5, 0)$ c) $(x, y) = (1, 4)$

146. Oldja meg az egyenlőtlenséget: $-4x + 6 > 2(x - 9)$.

Megoldás: a) $x < 4$ b) $x > -4$ c) $x > \frac{1}{4}$

147. Oldja meg az egyenlőtlenséget: $\frac{x-4}{2-x} < 0$.

Megoldás: a) $x \in (2, 4)$ b) $x \in [2, 4]$ c) $x \in (-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$

148. 10 nap alatt 15 orvos 3000 beteget vizsgál meg. Ugyanennyi orvos 15 nap alatt hány beteget vizsgálna meg?

Megoldás: a) 3.000 beteget b) 4.500 beteget c) 6.000 beteget

149. Egy 15 munkásból álló csapat 15 nap alatt végezze el egy bizonyos munkát. Hány nap alatt fejezné be ugyanezt a munkát egy 25 munkásból álló csapat?

Megoldás: a) 25 nap b) 9 nap c) 17 nap

150. Határozza meg x értékét a következő aránypárból: $\frac{x}{4} : \frac{1}{3} = (2x + 4) : 18$.

Megoldás: a) $x = -4/9$ b) $x = 6$ c) $x = 8/23$

151. Oldja meg a $6x^2 - x - 1 < 0$ másodfokú egyenlőtlenséget.

Megoldás: a) $x \in (-1/2, 1/3)$ b) $x \in (-\infty, -1/2) \cup (1/3, +\infty)$ c) $x \in (-1/3, 1/2)$

152. Oldja meg az egyenletet: $\frac{4-x}{x+3} = \frac{x}{7-x}$.

Megoldás: a) $x = 1$ b) $x = 2$ c) $x = 4$

153. Oldja meg az $\begin{cases} x^2 - y^2 = 4 \\ x^2 + 2y^2 = 4 \end{cases}$ egyenletrendszert.

Megoldás: a) $(x, y) = (2, 0)$ b) $(x, y) = (\sqrt{8}, 2)$ c) $(x, y) = (0, -2)$
a) $(x, y) = (-2, 0)$ b) $(x, y) = (-\sqrt{8}, 2)$ c) $(x, y) = (0, 2)$

154. Bontsa tényezőik szorzatára az $y = 2x^2 + 7x - 4$ másodfokú függvényt.

Megoldás: a) $y = (x - 1/2)(x + 4)$ b) $y = (2x - 1)(x + 4)$ c) $y = -(x - 1)(x + 4)$

155. Ábrázolja az x - y síkban az $y = 2x^2 + 7x - 4$ másodfokú függvény grafikonját.

Megoldás:



156. Ábrázolja az x - y síkban az $y = -x^2 + 3x - 2$ másodfokú függvény grafikonját.

Megoldás:



157. Oldja meg az egyenletet: $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$.

Megoldás: a) $x=0, x=1$ b) $x=6$ c) $x=3, x=4$

158. Oldja meg az egyenletet: $2^{x^2-3x} = 16$.

Megoldás: a) $x = -1, x = 4$ b) $x = 1, x = -4$ c) $x = 0, x = 3$

159. Oldja meg az egyenletet: $\log_3 27 + \log_2 x = 7$.

Megoldás: a) $x = 4$ b) $x = 16$ c) $x = 8$

160. Alakítsa összeggé a $\log(1-x^3)$ kifejezést.

Megoldás: a) $\log 1 - \log x^3$ b) $\log(1-x) + \log(1+x+x^2)$ c) $3\log(1-x)$

FELADATSOROK A FELVÉTELI VIZSGÁRA, 4. FELADATSOR

(Karikázza be a helyes választ a felkínált megoldások közül.)

161. Számítsa ki a következő számkifejezés értékét: $\left(-3\frac{1}{2}\right) + 2\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

Megoldás: a) -6 b) 10 c) -2

162. Bontsa tényezőik szorzatára az $x^3 - x$ polinomot.

Megoldás: a) $x(x+1)(x-1)$ b) $x(x^2+1)$ c) $(x+1)(x-2)(x+2)$

163. Számítsa ki: $(a^3)^{-3} \cdot (b^2 a^4)^4, a \neq 0, b \neq 0$

Megoldás: a) $a^7 b^8$ b) $a^7 b^{-8}$ c) $b^7 a^{-8}$

164. Oldja meg a következő egyenletet: $\frac{x-3}{2} = \frac{x+5}{4}$

Megoldás: a) $x = 3$ b) $x = -1$ c) $x = 11$

165. Oldja meg az $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ egyenletrendszert.

Megoldás: a) $(x, y) = (4, 1)$ b) $(x, y) = (0, 5)$ c) $(x, y) = (3, 2)$

166. Oldja meg a $2x - 5 < x + 3$ egyenlőtlenséget.

Megoldás: a) $x < 8$ b) $x > 0$ c) $x > -8$

167. Oldja meg az $\frac{x}{x+1} > 0$ egyenlőtlenséget.

Megoldás: a) $x \in (-1, 0)$ b) $x \in (-1, +\infty)$ c) $x \in (-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$

168. Egy kilogramm sárgabarack 200 dinárba kerül. Hány kilogrammot vásárolhatunk 3600 dinárért?

Megoldás: a) 18 kilogrammot b) 9 kilogrammot c) 12 kilogrammot

169. 12 munkás egy bizonyos munkát 20 nap alatt végez el. Mennyi idő alatt végezné el ugyanezt a munkát 24 munkás?

Megoldás: a) 12 nap alatt b) 40 nap alatt c) 10 nap alatt

170. Határozza meg x értékét az $x : 20 = 5 : 4$ aránypárból.

Megoldás: a) $x = 4$ b) $x = 36$ c) $x = 25$

171. Oldja meg az $(x-1)(x+1) < 0$ másodfokú egyenlőtlenséget.

Megoldás: a) $x \in (-1, 1)$ b) $x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ c) $x \in (0, 1)$

172. Oldja meg az egyenletet: $\frac{x}{x+1} = \frac{x}{x-1}$

Megoldás: a) $x = \pm \frac{1}{3}$ b) $x = 0$ c) $x = -1$

173. Oldja meg az $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 = 1 \end{cases}$ egyenletrendszert.

$$(x, y) = (1, 1)$$

Megoldás: a) $(x, y) = (-1, 1)$
 $(x, y) = (1, -1)$
 $(x, y) = (-1, -1)$ b) $(x, y) = (\sqrt{2}, 0)$
 $(x, y) = (0, \sqrt{2})$ c) $(x, y) = (1, 0)$
 $(x, y) = (-1, -2)$

174. Az $y = x^2 - 3x + 2$ másodfokú függvényt bontsa tényezők szorzatára.

Megoldás: a) $y = (x-1)(x-2)$ b) $y = (x+1)(x+2)$ c) $y = (1-x)(x+2)$

175. Az x - y síkban ábrázolja az $y = x^2 - 3x + 2$ másodfokú függvény grafikonját.

Megoldás:



176. Számítsa ki mennyi: $8\sin\frac{\pi}{6} - 4\cos\frac{\pi}{3}$

Megoldás: a) $x = 2$ b) $x = 0$ c) $x = -1$

177. Egyszerűsítse az adott kifejezést: $\frac{\sin(x+2\pi)}{\cos(x-4\pi)}$

Megoldás: a) $\operatorname{tg} x$ b) $\sin x$ c) 1

178. Oldja meg a $3^{2x} = 81$ egyenletet.

Megoldás: a) $x = 2$ b) $x = 4$ c) $x = 0$

179. Oldja meg a $\log_2 x = 4$ egyenletet.

Megoldás: a) $x = 4$ b) $x = 1$ c) $x = 16$

180. Alakítsa összeggé a következő kifejezést: $\log(x \cdot y^2)$

Megoldás: a) $\log x - \log y^2$ b) $\log x + 2\log y$ c) $2(\log x + \log y)$

FELADATSOROK A FELVÉTELI VIZSGÁRA, 5. FELADATSOR

(Karikázza be a helyes választ a felkínált megoldások közül.)

181. Számítsa ki a számkifejezés értékét: $\left(-2\frac{1}{2}\right) + 5\frac{3}{4} - 3\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - 6\frac{1}{2}$

Megoldás: a) $-13/2$ b) 0 c) -2

182. Bontsa tényezőik szorzatára a következő kifejezést: $x^4 + x^3 - x^2 - x$

Megoldás: a) $x(x-1)(x^2+1)$ b) $x(x-1)(x+1)^2$ c) $(x+1)(x^3-1)$

183. Számítsa ki: $\left(\frac{b^3}{a^2}\right)^{-4} : (a^2b^4)^{-3}, a \neq 0, b \neq 0$

Megoldás: a) b^{-24} b) a^{48} c) a^{14}

184. Oldja meg a következő egyenletet: $\frac{3x-1}{3} = \frac{4x-8}{6} + 1$

Megoldás: a) $x=0$ b) $x=-2$ c) $x=6$

185. Oldja meg az egyenletrendszert:
$$\begin{aligned} x - 2y &= 1 \\ -2x + 5y &= 10 \end{aligned}$$

Megoldás: a) $(x, y) = (0, 2)$ b) $(x, y) = (25, 12)$ c) $(x, y) = (1, 0)$

186. Oldja meg az egyenlőtlenséget: $10x - 7 > 3(2 + 3x)$

Megoldás: a) $x < \frac{10}{7}$ b) $x > 13$ c) $x > \frac{13}{7}$

187. Oldja meg az egyenlőtlenséget: $\frac{x-2}{x} < 0$

Megoldás: a) $x \in (0, 2)$ b) $x \in (0, +\infty)$ c) $x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

188. 12 liter bor 1560 dinárba kerül. Hány liter bor vásárolható 6500 dinárért?

Megoldás: a) 50 liter b) 60 liter c) 55 liter

189. Egy munkát 10 munkás 20 nap alatt végez el. Hány nap alatt végezné el ugyanezt a munkát 50 munkás?

Megoldás: a) 3 nap alatt b) 2.5 nap alatt c) 4 nap alatt

190. Határozza meg x értékét a $(0.4 \cdot x) : 0.35 = 0.72 : 0.07$ aránypárból.

Megoldás: a) $x = 9$ b) $x = 36$ c) $x = \frac{2}{5}$

191. Oldja meg az $x^2 - 4x + 3 < 0$ másodfokú egyenlőtlenséget.

Megoldás: a) $x \in (1,3)$ b) $x \in (-\infty,1) \cup (3,+\infty)$ c) $x \in (-3,-1)$

192. Oldja meg az egyenletet: $\frac{x-2}{x+1} = \frac{x+1}{x+13}$

Megoldás: a) $x = \pm 1$ b) $x = 3$ c) $x = \frac{27}{11}$

193. Oldja meg az $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ x^2 - y^2 = 0 \end{cases}$ egyenletrendszert.

Megoldás: a) $(x, y) = (1,1),$
 $(x, y) = (-1,1),$
 $(x, y) = (1,-1),$
 $(x, y) = (-1,-1)$
b) $(x, y) = (\sqrt{2},0),$
 $(x, y) = (-\sqrt{2},0),$
 $(x, y) = (0,\sqrt{2}),$
 $(x, y) = (0,-\sqrt{2})$
c) $(x, y) = (1,0),$
 $(x, y) = (-1,0),$
 $(x, y) = (0,1),$
 $(x, y) = (0,-1)$

194. Bontsa tényezőik szorzatára a $2x^2 - 5x + 3$ polinomot.

Megoldás: a) $2(x+1)(x+3)$ b) $(x-1)\left(x-\frac{3}{2}\right)$ c) $(x-1)(2x-3)$

195. Az $x^2 - bx + 2 = 0$ egyenlet egyik gyöke 2. Számítsa ki b értékét.

Megoldás: a) $b = 1$ b) $b = 3$ c) $b = -2$

196. Számítsa ki a következő kifejezés értékét: $2\sin\frac{\pi}{4} + \cos^2\frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{2} \cdot \cos\frac{\pi}{2}$

Megoldás: a) 0 b) $2 + \sqrt{2}$ c) $\sqrt{2} + \frac{3}{4}$

197. Egyszerűsítse a kifejezést: $\frac{\sin 40}{\sin 80}$

Megoldás: a) $\frac{1}{2\cos 40}$ b) $\sin 0.5$ c) 0.5

198. Oldja meg a $9^x - 2 \cdot 3^x = -1$ egyenletet.

Megoldás: a) 0 b) 1 c) 2

199. Oldja meg a $\log_2 2^x = 16$ egyenletet.

Megoldás: a) $x = 4$ b) $x = 16$ c) $x = 2^{16}$

200. Alakítsa összeggé a következő kifejezést: $\log \frac{(x-5)^2}{1-x^2}$

Megoldás: a) $2\log x - \log 5$ b) $2\log(x-5) - \log(1-x^2)$ c) $\log(x^2 - 5^2) - \log(1-x^2)$

Irodalom a matematikához

1. Bogetić Branislava, Zbirka zadataka iz matematike za učenike srednjih škola, Symbol, Novi sad, 2006.
2. Despotović Radivoj, Tošić Ratko, Šešelja Branimir, Matematika za I razred srednje škole, Programi sa 3 časa matematike nedeljno, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, 1996.
3. Ivanović Živorad, Ognjanović Srđan, Matematika I, Zbirka zadataka i testova za I razred gimnazije i tehničkih škola, Krug, Beograd, 1999.
4. Ivanović Živorad, Ognjanović Srđan, Matematika II, Zbirka zadataka i testova za II razred gimnazije i tehničkih škola, Krug, Beograd, 1999.
5. Konjik Sanja, Dedović Nebojša, Zbirka zadataka iz matematike za studente Poljoprivrednog fakulteta, Poljoprivredni fakultet, Univerzitet u Novom Sadu, 2011.
6. Miličić Pavle, Stojanović Vladimir, Kaldeburg Zoran, Boričić Branislav, Matematika za I razred srednje škole, Programi sa 4 časa matematike nedeljno, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1998.
7. Mičić Vladimir, Ivanović Živorad, Ognjanović Srđan, Matematika za II razred srednje škole, za prirodno-matematički smer gimnazije i za prirodno-matematičko područje rada, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd, 1999.