УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПОЉОПРИВРЕДНИ ФАКУЛТЕТ

Проф. др Небојша Новковић
Проф. др Наташа Вукелић
Вељко Шарац, дипл. аекон.

Планирање и пројектовање – практикум

Нови Сад, 2021.

ЕДИЦИЈА ПОМОЋНИ УЏБЕНИК

Оснивач и издавач Едиције
Универзитет у Новом Саду, Пољопривредни факултет Нови Сад,
Трг Доситеја Обрадовића 8, 21000 Нови Сад

Година оснивања
1954.

Главни и одговорни уредник Едиције
др Недељко Тица, *редовни професор,*
декан Пољопривредног факултета

Чланови комисије за издавачку делатност
Др Бранислав Влаховић, редовни професор
Др Ивана Давидов, ванредни професор
Др Дејан Беуковић, доцент
Др Ксенија Мачкић, доцент

Аутори
Проф. др Небојша Новковић
Проф. др Наташа Вукелић
Вељко Шарац, дипл. аекон.

CIP - Каталогизација у публикацији
Библиотеке Матице српске, Нови Сад

631.153(075.8)(076)

НОВКОВИЋ, Небојша, 1958-
Планирање и пројектовање : практикум / Небојша Новковић, Наташа Вукелић, Вељко Шарац. - Нови Сад : Пољопривредни факултет, 2022 (Ниш : Графика “Галеб”). - 201 стр. : илустр. ; 30 cm. - (Едиција Помоћни уџбеник / Пољопривредни факултет, Нови Сад)

Тираж 20. - Библиографија.

ISBN 978-86-7520-546-3

1. Вукелић, Наташа, 1978- 2. Шарац, Вељко
а) Пољопривреда - Планирање - Практикуми

COBISS.SR-ID 71721481

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПОЉОПРИВРЕДНИ ФАКУЛТЕТ
ЕДИЦИЈА ПОМОЋНИ УЏБЕНИК

Проф. др Небојша Новковић
Проф. др Наташа Вукелић
Вељко Шарац, дипл. аекон.

ПЛАНИРАЊЕ И ПРОЈЕКТОВАЊЕ

ПРАКТИКУМ

Нови Сад, 2021.

ПЛАНИРАЊЕ И ПРОЈЕКТОВАЊЕ

Аутори
Др Небојша Новковић, *редовни професор*
Др Наташа Вукелић, *ванредни професор*
Вељко Шарац, *дипл. аекон.*

Главни и одговорни уредник

Др Недељко Тица
Декан Пољопривредног факултета у Новом Саду

Рецезенти

Проф. др Отилија Седлак, *редовни професор,*
Универзитет у Новом Саду, Економски факултет Суботица

Проф. др Љиљана Дринић, *ванредни професор,*
Универзитет у Бањој Луци, Пољопривредни факултет Бања Лука

Издавач: Универзитет у Новом Саду, Пољопривредни факултет, Нови Сад

Предговор

Практикум је написан у складу са планом и програмом вежби предмета Планирање и пројектовање који по акредитованом студијском програму слушају студенти четврте године Агроекономског смера Пољопривредног факултета, Универзитета у Новом Саду. Такође, практикум могу да користе и студенти који су према претходним акредитованим студијским програмима слушали предмет Планирање и пројектовање, као и сви запослени стручњаци у агробизнису који се баве менаџментом и који раде на пословима планирања и развоја.

Књига је састављена из више делова, који треба да представљају заокружену целину примене методе мрежног планирања као и методе линеарног програмирања за оптимално планирање разних сегмената производње у пољопривреди и прехрамбеној индустрији.

У првом поглављу које се односи на метод мрежног планирања, након уводних напомена о самој методи, дефинисан је начин конструкције мрежног дијаграма и илустрован је пример метода критичног пута у коме се, корак по корак, долази до решења. Такође, дати су и додатни примери за вежбу.

Друго поглавље се односи на проблематику примене линеарног програмирања у пољопривреди и прехрамбеној индустрији. Аутори се прво осврћу на основе саме методе линеарног програмирања. Затим су дате и поставке задатака за потребе решавања методом линеарног програмирања. Такође, спроведена је поставка проблема за сваки дефинисан задатак, односно спроведено је моделирање проблема до нивоа логичког, односно математичког модела. Коначно, дате су математичке поставке, решења и постоптималне анализе задатака у програмском пакету Линдо. Уз свако рачунарско решење задатка дато је и тумачење добијених решења уз потребни минимални коментар решења или резултата постоптималне анализе.

Аутори се захваљују свима који су допринели изради овог практикума, а посебно рецензентима, цењеним професорицама др Отилији Седлак и др Љиљани Дринић на помоћи и конструктивној рецензији, као и Ненаду Вукелићу за техничко уређење.

Аутори

Садржај:

1 МРЕЖНО ПЛАНИРАЊЕ

1.1 Појам и методе мрежног планирања

Крајем педесетих година двадесетог века развио се низ нових метода планирања које се заснивају на примени алгебре, теорије графова и математичке статистике. Ове методе једним именом називају се ТЕХНИКА МРЕЖНОГ ПЛАНИРАЊА. Предност ових метода у односу на дотадашње је у томе што омогућавају раздвајање **анализе структуре** и **анализе времена**.

Анализа структуре значи успостављање логичног редоследа и међусобних зависности појединих активности при реализацији одређеног пројекта, или било које пословне активности.

Анализа времена подразумева одређивање временских параметара на бази којих се може контролисати временска реализација пројекта и управљати и руководити пројектом у циљу одржавања уговорених рокова. Анализа времена подразумева и одређивање времена трајања свих активности које су предвиђене пројектом.

Техника мрежног планирања базира се на две основне методе из којих се развило више десетина модификованих метода и техника. Основне методе мрежног планирања су:

- **CPM** (Critical Path Method) или Метод критичног пута и
- **PERT** (Program Evalution and Review Technique) или Метод оцене и ревизије пројекта.

CPM метода први пут је примењена 1957. године. Основне поставке ове методе поставили су Kelley и Walker. Метода критичног пута може се користити онда када су позната (нормирана) времена трајања појединих активности у пројекту. За разлику од CPM, код PERT методе време трајања појединих активности није a priori познато. Непознавање времена трајања активности у неком пројекту произлази из немогућности нормирања времена (на пример, код истраживачких пројеката) тако да PERT метода омогућава планирање са одређеним елементима случајности. Развој PERT методе започео је 1958. године.

Технике мрежног планирања значајно су побољшале процес реализације пројеката и повећале ефикасност њиховим управљањем. Оне се базирају на мрежним моделима (мрежним дијаграмима). Мрежни модели користе се за анализу структуре и одражавају редослед извршења појединих активности. Мрежни дијаграм не само да представља погодно средство за прегледно представљање плана, већ и сам представља математички модел, који се може анализирати и на којем се може експериментисати. Техника мрежног планирања омогућава адаптивно управљање процесом реализације пројекта. Она такође омогућава да се пре отпочињања реализације пројекта уоче проблеми и сагледају критични радови (активности) који могу утицати на крајњи рок извршења целог пројекта (задатка). Мрежно планирање обезбеђује прецизне процене трошкова и на тај начин омогућава концентрисање пажње на критичне активности од којих, у основи, зависи скраћење, или продужење рокова реализације, а тиме и смањење или повећање трошкова реализације пројекта (задатка).

1.2 Елементи мрежног дијаграма

Основу технике мрежног планирања чини графички модел који се назива *мрежни дијаграм*. С математичког аспекта мрежни дијаграм је коначни граф оријентисан стрелицама. Граф се дефинише као скуп тачака 1, 2,. . . , i, j, . . . ,n и дужи (i, j) које повезују неке парове тачака. Дуж "i ,j" има почетак у тачки "i " и завршетак у тачки "j".

Мрежни дијаграм је графички модел којим се представља одређени пројекат. Под појмом пројекта у овом смислу подразумева се целина техничких, организационих и економских мера које треба спровести у циљу реализације неке инвестиције, производног задатка, или неке друге пословне активности.

Активност је елемент мрежног дијаграма који може представљати:

1. **Одређену етапу радног процеса** у оквиру реализације пројекта која захтева утрошак времена и средстава;
2. **Чекање** у процесу реализације пројекта, при чему се захтева само утрошак времена;
3. **Зависност** између појединих радних процеса, која сама по себи не захтева ни утрошак времена, ни утрошак средстава (тзв. "фиктивна активност").

Активност се на мрежном дијаграму приказује оријентисаним дужима (i-j). Фиктивне активности, које дефинишу постојање зависности између реалних активности, приказују се испрекиданим линијама (дужима) на мрежном дијаграму.

Догађај је други елеменат мрежног дијаграма, који означава тренутак почетка или завршетка једне или више активности, или целог пројекта. На мрежном дијаграму догађаји се приказују тачкама (кружићима):

Почетни догађај Активност (i,j) Завршни догађај

1.3 Процес конструкције мрежног дијаграма

Мрежни дијаграм, као графички модел одређеног пројекта, саставља се на основу логичког редоследа и међусобних зависности појединих активности које треба извршити у оквиру реализације пројекта. Поступак израде мрежног дијаграма спроводи се у следећим корацима:

1. Дефинисање пројекта (израда објекта, реализација потребних производних активности у неком оперативном периоду, спровођење неке пословне акције и сл.).
2. Дефинисање свих радних процеса и услова потребних за укупну реализацију пројекта.
3. Растављање сложених радних процеса на саставне елементе, просте или хомогене активности.
4. Дефинисање неопходних чекања и зависности између појединих хомогених активности.
5. Састављање листе хомогених активности на основу временског редоследа.
6. Повезивање хомогених активности на основу логичког и временског редоследа и конструкција мрежног дијаграма.

При самој изради мрежног дијаграма (мреже) неопходно је придржавати се одређених геометријских и технолошких правила.

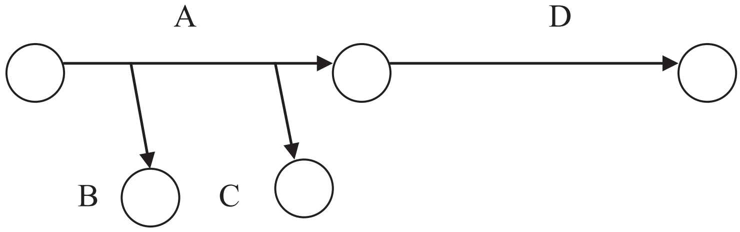
Геометријска правила мрежног дијаграма су:

1. Мрежа представља међусобно повезани систем. Свака активност и сваки догађај на мрежном дијаграму морају бити повезани са осталим догађајима и активностима у оквиру пројекта.
2. Мрежа има коначну димензију. Мрежни дијаграм је састављен од коначног броја међусобно повезаних догађаја и активности. Мрежа има свој почетни и завршни догађај, који представљају почетак и завршетак пројекта, односно почетак првих активности и завршетак последњих активности у реализацији пројекта.
3. Мрежа је динамична и усмерена. Свака активност је усмерена правцем оријентисане дужи и увек се каснија активност надовезује на претходну.
4. Мрежа мора бити без петље. Активности које полазе из неког догађаја не могу поново да стигну у полазни догађај.
5. Оријентисане дужи које представљају активности на мрежном дијаграму могу да се секу.
6. Сам облик мреже и дужина појединих дужи на мрежном дијаграму нису битни, нити су пропорционални трајању појединих активности. Важно је само поштовање редоследа активности.

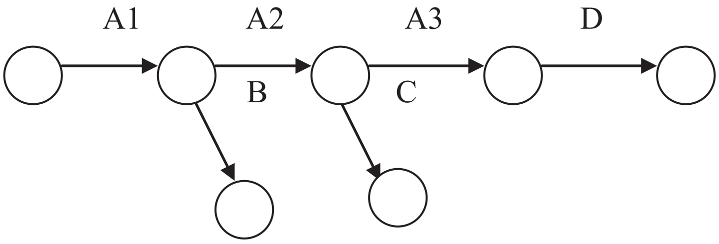
Технолошка правила мрежног планирања су:

1. Смер стрелица којима су означене дужи које представљају активности оријентисан је с лева на десно.
2. Свака активност мора почети и завршити се догађајем.
3. Поједине активности могу почети у току трајања друге активности.

На пример, у току трајања хомогене активности "А" треба да започну активности "B" и "C".



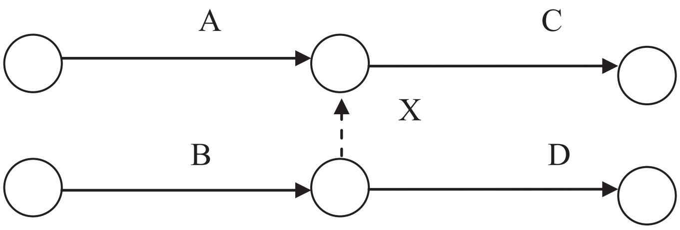
То се на мрежном дијаграму представља тако што се хомогена активност "А" подели на више активности:



при чему је A = A1 + A2 + A3.

4. Ако је почетак једне или више активности условљен завршетком неких претходних активности, при чему се њихов завршетак не може свести на један догађај, неопходно је увести фиктивне активности:

ПРИМЕР 1: Активност "C" може започети тек пошто су завршене активности "A" и "B".

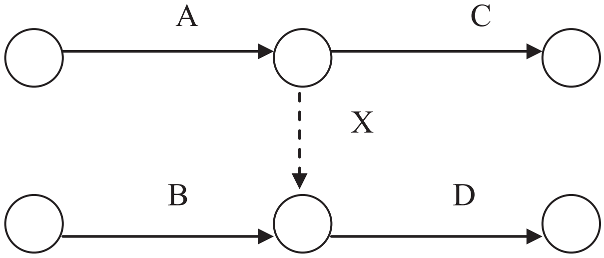


У овом случају "X" је фиктивна активност која показује да активност "C" не може започети пре него што је окончана активност "B".

ПРИМЕР 2: Активност "D" не може започети пре него што су завршене активности "A" и

"B".

У овом случају фиктивна активност "X" показује зависност почетка активности "D" од завршетка активности "A".

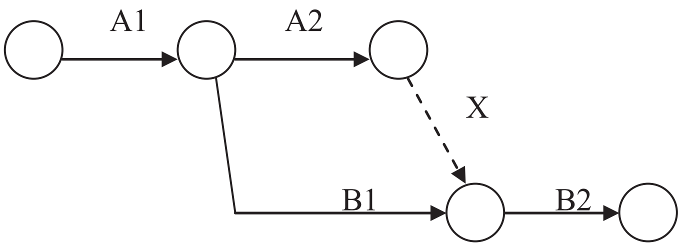


ПРИМЕР 3: Активност "B" може да почне након одређеног трајања активности "A", али се само део активности "B" може одвијати паралелно са делом активности "A", док је други део активности "B" условљен завршетком активности "A".

Обе активности у овом случају се деле на сегменте:

A = A1 + A2

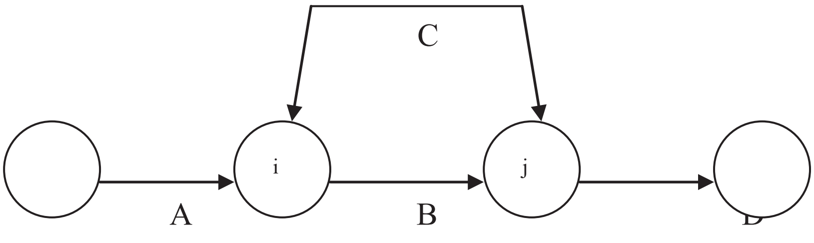
B = B1 + B2



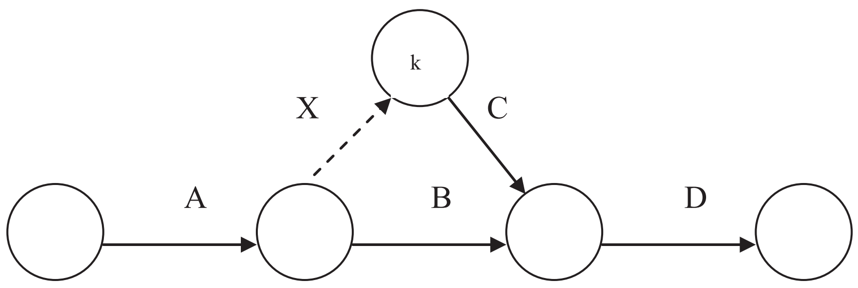
Фиктивна активност "X" показује зависност почетка активности "B2" од завршетка активности "A2".

5. Ако две или више активности почињу и завршавају се у истом догађају, онда је њихова идентификација неодређена. У том случају потребно је увођење фиктивне активности, како би се могле тачно дефинисати све активности.

ПРИМЕР 4: Из догађаја "i" полазе активности "B" и "C" и завршавају се у догађају "j".



Активност "B" и "C" су неодређене јер имају исти почетни и завршни догађај (A= i-j и C = i-j). Зато се уводи фиктивна активност "X", па је сада: B = i-j; C = k-j



1.4 Метод критичног пута (CPM)

Мрежни дијаграм је графички модел плана реализације пројекта. Он на јединствени начин показује међусобну повезаност и зависност свих активности и догађаја одређеног пројекта. Низ међусобно повезаних активности, код којих је завршни догађај претходне активности истовремено почетак наредне активности, а протеже се од почетног до завршног догађаја пројекта, назива се путем.

Критични пут је низ међусобно повезаних активности које се протежу између почетног и завршног догађаја пројекта и имају сумарно најдуже време трајања. Он је најзначајнији пут у неком пројекту, јер од његове реализације зависи и реализација пројекта у целини.

Критични пут се изражава одређеним временским јединицама. Дужина критичног пута, односно његово трајање истовремено дефинише најкраће могуће трајање реализације пројекта.

Критични пут одређује се помоћу триангуларне (троугласте) матрице. Састављање мрежног дијаграма и израчунавање критичног пута биће илустровано на следећем примеру:

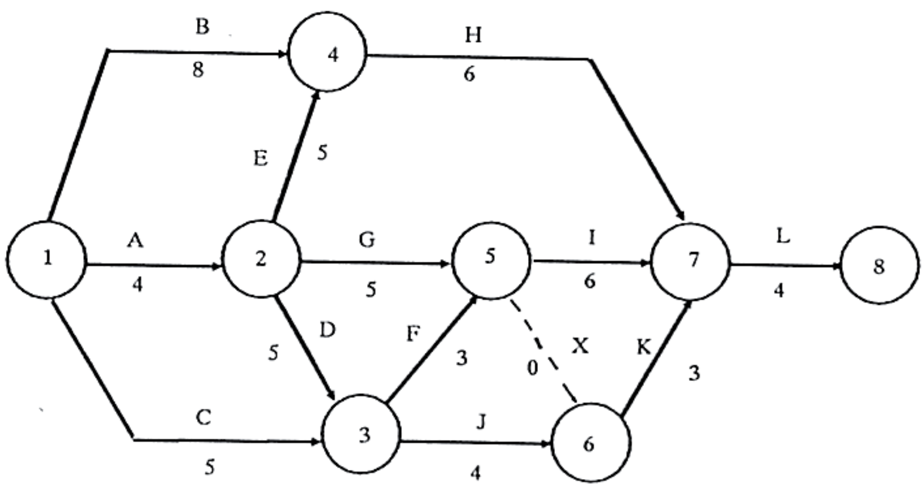
За једну фарму крава треба изградити објекат за машинску мужу са приручном млекаром за пријем,хлађење и чување млека до испоруке, са пратећим санитарним чвором.

На основу анализе и процене потребних радова на реализацији пројекта састављена је листа активности:

Листа активности на реализацији пројекта

Ознака активности	Назив активности	Трајање активности (недеља)
A	Уређење градилишта	4
B	Набавка и пријем робе	8
C	Израда носећих бетонских стубова	5
D	Израда постоља за стубове	5
E	Зидање постоља за стубове	5
F	Монтирање монтажних елемената музилишта	3
G	Зидање преградних зидова музилишта	5
H	Размештај и уградња опреме	6
i	Покривање крова и унутрашњи радови	6
J	Зидање ограде	4
K	Изградња пратећих објеката	3
L	Завршни радови	4

На основу анализе технолошког и логичког редоследа радова конструисан је мрежни дијаграм реализације пројекта:



На основу мрежног дијаграма на којем су уцртане и фиктивне активности, код којих је временско трајање 0 саставља се коначна листа активности на пројекту према редоследу извођења.

Листа активности према редоследу извођења

Ознака активности		НАЗИВ АКТИВНОСТИ	ТРАЈАЊЕ АКТИВНОСТИ ($\mathbf{t_{ij}}$)
Почетни догађај " **i** "	Завршни догађај " **j** "		
1	2	A	4
1	3	C	5
1	4	B	8
2	3	D	5
2	4	E	5
2	5	G	5
3	5	F	3
3	6	J	4
4	7	H	6
5	6	X	0
5	7	I	6
6	7	K	3
7	8	L	4

По састављању коначне листе свих активности према редоследу извођења саставља се триангуларна матрица, чијим се решавањем одређују елементи анализе времена, и то:

- најранији почеци активности, које почињу из појединих догађаја ($t_i^{(0)}$),
- најкаснији завршеци активности, које се завршавају у поје- диним догађајима ($t_j^{(1)}$) и
- критични догађаји.

У прву колону триангуларне матрице уносе се почетни догађаји, а у први ред матрице завршни догађаји, према хронолошком редоследу.

У поједина поља матрице уносе се подаци о трајању активности која је дефинисана почетним и завршним догађајем.

У последњу колону матрице уписују се најранији почеци свих активности које полазе из појединих догађаја, а израчунавају се на следећи начин:
Најранији почетак свих активности које полазе из првог догађаја (активности 1-2, 1-3 и 1-4) није условљен претходним активностима, па је њихов најранији почетак 0.

Најранији почеци активности које почињу у другом догађају (активности 2-3, 2-4 и 2-5) условљени су завршетком активности које се завршавају у другом догађају (активност 1-2 са трајањем од 4 недеље). То значи да активности које почињу у другом догађају могу започети после 4 недеље, односно по завршетку активности 1-2.

Најранији почетак израчунава се тако што се пође од реда који означава догађај за који се израчунава најранији почетак активности које из њега полазе. У пресеку са дијагоналом посматраног реда посматрају се попуњена поља у колони изнад пресека.

У случају другог догађаја то је само једно поље 1-2, које је попуњено трајањем те активности од 4 недеље.

Вредност у попуњеном пољу сабира се са вредношћу најранијег почетка реда коме то поље припада, и њихов збир даје вредност најранијег почетка у реду (догађају) од којег се пошло. У случају другог догађаја то је:

4 + 0 = 4

Ова вредност се уписује у последњу колону другог реда и по истом поступку се наставља израчунавање најранијег почетка активности за следеће догађаје.

Триангуларна матрица

Почетни догађаји	Завршни догађаји								$t_i^{(0)}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1		4	5	8					
2			5	5	5				
3					3	4			
4							6		
5						0	6		
6							3		
7								4	
8									
$t_j^{(1)}$									

Најранији почетак активност из трећег догађаја израчунава се:

5 + 0 = 5 (за поље матрице 1-3) и 5 + 4 = 9 (за поље матрице 2-3).

У овом случају, када у некој колони има више попуњених поља, за свако поље сабира се трајање те активности са најранијим почетком из реда којем поље припада. Већа вредност (у овом случају 9) представља најранији почетак за активности из трећег догађаја, и она се уписује на крај трећег реда.

На исти начин израчунавају се вредности најранијих почетака активности и у осталим редовима.

У последњем реду матрице уписују се најкаснији завршеци свих активности које се завршавају у појединим догађајима. Код израчунавања вредности најкаснијих завршетака полази се од последњег догађаја.

У последње поље последњег реда преписује се вредност последњег поља последње колоне(најранији почетак активности које би почињале у последњем догађају). Пошто из завршног догађаја не полази ни једна активност, он уједно представља и најкаснији завршетак свих активности које се завршавају у овом догађају. Најкаснији завршетак активности које се завршавају у седмом догађају израчунава се тако што се посматра седми ред. Код попуњених поља у седмом реду, од најкаснијег завршетка у последњем реду колоне у којој се налази пуно поље одузима се вредност у том пољу (трајање активности). У овом случају то је: 22 - 4 = 18. Ова вредност уписује се у последње поље седме колоне.

Овакав поступак наставља се до првог догађаја у којем најкаснији завршетак мора бити једнак нули. Уколико има више попуњених поља у неком реду, израчунава се разлика за сва поља и уписује се најмања вредност добијене разлике. На пример, у петом реду су два попуњена поља:

5–6 = 0, односно 5–7 = 6.

У овом случају најкаснији завршетак активности које се завршавају у петом догађају је 12, јер:

15 - 0 = 15 , и 18 - 6 = 12.

На овај начин попуњена триангуларна матрица је:

	1	2	3	4	5	6	7	8	$t_i^{(0)}$
1		4	5	8					0
2			5	5	5				4
3					3	4			9
4							6		9
5						0	6		12
6							3		13
7								4	18
8									22
$t_j^{(1)}$	0	4	9	12	12	15	18	22	
$t_i^{(0)}$	0	4	9	9	12	13	18	22	
$t_j^{(1)} - t_i^{(0)}$	0	0	0	3	0	2	0	0	

Након што су израчунати најранији почеци и најкаснији завршеци, подаци о најранијим почецима се преписују испод најкаснијих завршетака и тражи се њихова разлика. Догађаји код којих је ова разлика једнака нули су догађаји који се налазе на критичном путу и називају се критични догађаји. Уовом примеру критични догађаји су 1, 2, 3, 5, 7 и 8.

У следећем кораку подаци о најранијим почецима и најкаснијим завршецима појединих активности преписују се у листу активности. Критичне активности израчунавају се на основу ***укупне временске резерве*** која се израчунава као разлика између најкаснијег завршетка, најранијег почетка и трајања активности, односно:

$$R_{ij}^{u} = t_j^{(1)} - t_i^{(0)} - t_{ij}$$

Активности код којих је укупна временска резерва једнака нули су критичне активности, односно то су активности које се налазе на критичном путу, или критичним путевима, јер може бити више од једног пута са максималним трајањем.

Из табеле се може видети да су критичне активности (активности код којих је укупна временска резерва нула): 1-2, 2-3, 3-5, 5-7 и 7-8.

Спајањем ових критичних активности добија се критични пут. Дужина критичног пута у овом примеру је: 4 + 5 + 3 + 6 + 4 = 22 недеље.

То значи да наведени пројекат може бити завршен за 22 недеље. При томе, завршетак пројекта о року у првом реду зависи од благовремене реализације критичних активности. Активности које се не налазе на критичном путу могу се у одређеној мери пролонгирати, а да то не утиче на укупно време трајања пројекта. Другим речима, активности које се не налазе на критичном путу имају одређене временске резерве.

Ознака i-j	t_{ij}	$t_i^{(0)}$	$t_j^{(1)}$	R_{ij}^{u}
1 2	4	0	4	0
1 3	5	0	9	4
1 4	8	0	12	4
2 3	5	4	9	0
2 4	5	4	12	3
2 5	5	4	12	3
3 5	3	9	12	0
3 6	4	9	15	2
4 7	6	9	18	3
5 6	0	12	15	3
5 7	6	12	18	0
6 7	3	13	18	2
7 8	4	18	22	0

1.5 Временске резерве

За анализу времена, односно за израчунавање временских резерви појединих активности које се не налазе на критичном путу, битно је познавати поред ***најранијег почетка*** ($t_i^{(0)}$) и ***најкаснијег завршетка*** ($t_j^{(1)}$) који се добијају решавањем триангуларне матрице и ***најкаснији почетак*** ($t_i^{(1)}$) и ***најранији завршетак*** ($t_j^{(0)}$) појединих активности.

Најкаснији почетак означава време када најкасније може да започне нека активност, а да не буде угрожено време најкаснијег почетка наредне активности, односно трајање пројекта у целини. Најкаснији почетак се израчунава као разлика између најкаснијег завршетка и трајања активности i-j:

$$t_i^{(1)} = t_j^{(1)} - t_{ij}$$

Најранији завршетак неке активности показује време када нека активност може најраније да буде завршена.Израчунава се као збир најранијег почетка и трајања активности i-j:

$$t_j^{(0)} = t_i^{(0)} + t_{ij}$$

Свака активност (i-j) чије је време трајања краће од њеног максимално дозвољеног времена трајања (разлика између најкаснијег завршетка и најранијег почетка, односно: $t_j^{(1)} - t_i^{(0)}$ има одређену временску резерву.

Временска резерва служи за анализу времена и директно показује за колико времена се може одложити почетак или завршетак појединих активности, а да се не угрози време завршетка пројекта у целини. У зависности од тога у каквом је односу посматрана активност према активностима које јој непосредно претходе, односно које непосредно следе може се идентификовати три врсте временских резерви:

1. **Укупна временска резерва** (R_{ij}^{u})
2. **Слободна временска резерва** (R_{ij}^{s})
3. **Независна временска резерва** (R_{ij}^{n}).

Укупна временска резерва је разлика између максимално распо- ложивог времена за извршење неке активности и времена трајања те активности. Она показује за колико је краће време трајања активности које нису на критичном путу, а спајају два критична догађаја.

Слободна временска резерва постоји само када се у завршни догађај стичу две или више активности. Она показује за колико времена је могуће померити рок најранијег почетка активности које нису на критичном путу, а да се тиме не угрозе најранији почеци наредних активности. Слободна временска резерва се израчунава тако што се од највеће вредности најранијег завршетка ($t_j^{(0)}$) свих активности које се завршавају у догађају "j" одузму њихови најранији почеци ($t_i^{(0)}$) и њихово трајање (t_{ij}).

$$R_{ij}^{s} = t_{j(max)}^{(0)} - t_i^{(0)} - t_{ij}$$

Независна временска резерва показује за колико времена се може продужити трајање активности, рачунајући од њеног најкаснијег почетка, а да се не угрози време најранијег завршетка те активности. Код израчунавања независне временске резерве (R_{ij}^{n}) узимају се у обзир све активности које полазе из почетног догађаја "i" и све активности које се стичу у завршни догађај "j". Од највеће вредности најранијег завршетка ($t_j^{(0)}$) одузимају се најмања вредност најкаснијег почетка ($t_i^{(1)}$)свих активности које почињу у догађају "i" и трајање посматране активности (t_{ij}).

$$R_{ij}^{n} = t_{j(max)}^{(0)} - t_{i(min)}^{(1)} - t_{ij}$$

Поред наведених временских резерви које се односе на активности, постоји и условна временска резерва која се односи на догађаје и од значаја је код повезивања више мрежних дијаграма.

Израчунавање укупне, слободне и независне временске резерве дато је у следећој табели:

Ознака		t_{ij}	Почетак		Завршетак		Временске резерве		
i	j		$t_i^{(0)}$	$t_i^{(1)}$	$t_j^{(0)}$	$t_j^{(1)}$	R_{ij}^{u}	R_{ij}^{s}	R_{ij}^{n}
1	2	4	0	0	4	4	0К	0	0
1	3	5	0	4 (0)	5 (9)	9	4	4	4
1	4	8	0	4 (0)	8 (9)	12	4	1	1
2	3	5	4	4	9	9	0К	0	0
2	4	5	4	7 (4)	9	12	3	0	0
2	5	5	4	7 (4)	9 (12)	12	3	3	3
3	5	3	9	9	12	12	0К	0	0
3	6	4	9	11 (9)	13	15	2	0	0
4	7	6	9	12	15 (18)	18	3	3	0
5	6	0	12	15 (12)	12 (13)	15	3	1	1
5	7	6	12	12	18	18	0К	0	0
6	7	3	13	15	16 (18)	18	2	2	0
7	8	4	18	18	22	22	0К	0	0

1.6 Значај мрежног дијаграма у пракси

Одређивање критичног пута омогућава да се при реализацији пројекта приоритетно води рачуна о релативно малом броју активности које се налазе на критичном путу, јер од њихове благовремене реализације зависи благовремена реализација пројекта у целини.

Ово је нарочито значајно код великих пројеката, где има више стотина или хиљада активности. Критични пут значајно олакшава праћење реализације пројекта.

С друге стране, временске резерве указују на то колико "вакуума", односно временског простора постоји за кашњење реализације појединих активности које се не налазе на критичном путу.

Критични пут је значајан и у случајевима када се жели скратити укупно време реализације пројекта. Скраћење времена пројекта може се постићи једино скраћивањем трајања појединих активности на критичном путу. При томе, укупно скраћење пројекта не мора бити једнако скраћењу времена неке критичне активности, јер ово скраћење може изазвати промену критичног пута.

Скраћивање времена трајања активности које нису на критичном путу нема утицаја на скраћење укупног времена трајања пројекта, већ се тиме само повећавају њихове укупне временске резерве.

Последица скраћења времена трајања критичних активности на време извођења пројекта биће илустрована на истом примеру. Са скраћењем трајања критичних активности 2-3 са 5 на 3 недеље и 5-7 са 6 на четири недеље, односно критичног пута за укупно 4 недеље, за очекивати је да ће се укупно време реализације пројекта скратити са 22 на 18 недеља.

Уношењем измена трајања наведених активности у триангуларну матрицу добија се следеће:

	1	2	3	4	5	6	7	8	$t_i^{(0)}$
1		4	5	8					0
2			3	5	5				4
3					3	4			7
4							6		9
5						0	4		10
6							3		11
7								4	15
8									19
$t_j^{(1)}$	0	4	8	9	11	12	15	19	
$t_i^{(0)}$	0	4	7	9	10	11	15	19	
$t_j^{(1)} - t_i^{(0)}$	0	0	1	0	1	1	0	0	

Време трајања пројекта смањено је на 19 недеља. Променили су се критични догађаји у односу на првобитни случај, и сада су то догађаји 1, 2, 4, 7 и 8.

Очигледно, смањење трајања пројекта на 18 недеља је изостало због тога што је промењен критични пут, који је сада 1-2, 2-4, 4-7, 7-8 што се види из наредне табеле:

Ознака		t_{ij}	$t_i^{(0)}$	$t_j^{(1)}$	R_{ij}^u
i	i				
1	2	4	0	4	0К
1	3	5	0	8	3
1	4	8	0	9	1
2	3	3	4	8	1
2	4	5	4	9	0К
2	5	5	4	11	2
3	5	3	7	11	1
3	6	4	7	12	1
4	7	6	9	15	0К

Ознака		t_{ij}	$t_i^{(0)}$	$t_j^{(1)}$	R_{ij}^{u}
i	i				
5	6	0	10	12	2
5	7	4	10	15	1
6	7	3	11	15	2
7	8	4	15	19	0К

Ако би се у наредном кораку скратило трајање критичне актив- ности 2-4 са 5 на 4 недеље добило би се жељено трајање пројекта од 18 недеља.

У овом случају сви догађаји би били критични, а критичне активности биле би:

1-2, 1-4, 2-3, 2-4, 3-5, 3-6, 4-7, 5-7, 6-7 и 7-8,

што значи да постоји више критичних путева и то:

I 1-2, 2-3, 3-5, 5-7, 7-8

II 1-2, 2-3, 3-6, 6-7, 7-8

III 1-2, 2-4, 4-7, 7-8

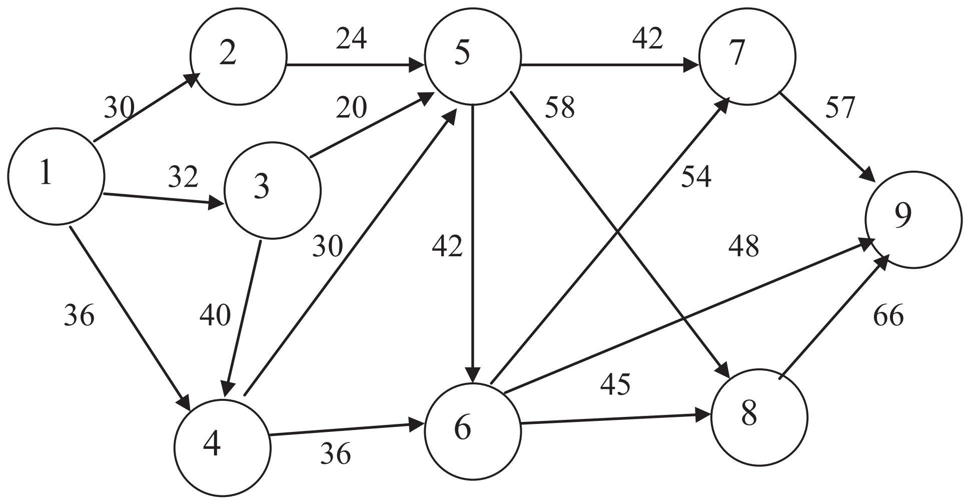
IV 1-4, 4-7, 7-8.

Трајање сваког од критичних путева је исто и износи 18 недеља.

Скраћивањем трајања критичних активности повећава се број критичних путева, и смањује трајање свих временских резерви. На тај начин праћење и управљање реализацијом пројекта постају знатно сложенији и тежи.

Пример 1:

Утврдити критичне путеве у приказаном мрежном дијаграму помоћу триангуларне матрице. Израчунати слободну и независну временску резерву.



Из приказаног мрежног дијаграма унешене су активности као и дужина њиховог трајања t_{ij} .

Ознака		t_{ij}
i	j	
1	2	30
1	3	32
1	4	36
2	5	24
3	4	40
3	5	20
4	5	30
4	6	36
5	6	42
5	7	42
5	8	58
6	7	54
6	8	45
6	9	48
7	9	57
8	9	66

По састављању коначне листе свих активности према редоследу извођења састављa се триангуларна матрица, чијим се решавањем одређују елементи анализе времена, и то:

- најранији почеци активности, које почињу из појединих догађаја ($t_i^{(0)}$),
- најкаснији завршеци активности, које се завршавају у појединим догађајима ($t_j^{(1)}$) и
- критични догађаји.

У прву колону триангуларне матрице уносе се почетни догађаји, а у први ред матрице завршни догађаји, према хронолошком редоследу.

У појединa поља матрице уносе се подаци о трајању активности која је дефинисана почетним и завршним догађајем.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$t_i^{(0)}$
1		30	32	36						
2					24					
3				40	20					
4					30	36				
5						42	42	58		
6							54	45	48	
7									57	
8									66	
9										
$t_j^{(1)}$										

У последњу колону матрице уписују се најранији почеци свих активности које полазе из појединих догађаја $t_i^{(0)}$, а израчунавају се на следећи начин :

- Најранији почетак свих активности које полазе из првог догађаја (активности 1-2, 1-3 и 1-4) није условљен претходним активностима, па је њихов најранији почетак 0.
- Најранији почетак активности које почињу у другом догађају (активности 2-5) условљени су завршетком активности које се завршавају у другом догађају (активност 1-2 са трајањем од 30 недеља). То значи да активности које почињу у

другом догађају могу започети после тридесете недеље, односно по завршетку активности 1-2.

- Најранији почетак израчунава се тако што се пође од реда који означава догађај за који се израчунава најранији почетак активности које из њега полазе. У пресеку са дијагоналом посматраног реда посматрају се попуњена поља у колони изнад пресека.

- У случају другог догађаја то је само једно поље 1-2, које је попуњено трајањем те активности од 30 недеља.

Вредност у попуњеном пољу сабира се са вредношћу најранијег почетка реда коме то поље припада, и њихов збир даје вредност најранијег почетка у реду (догађају) од којег се пошло. У случају другог догађаја то је:

$30 + 0 = 30$

Ова вредност се уписује у последњу колону другог реда и по истом поступку се наставља израчунавање најранијег почетка активности за следеће догађаје.

	1	2	3	4	5	6	7	8	*9*	$t_i^{(0)}$
1		30	32	36						0
2					24					30
3				40	20					32
4					30	36				72
5						42	42	58		102
6							54	45	48	144
7									57	198
8									66	189
9										255
$t_j^{(1)}$	0	78	32	72	102	144	198	189	255	

Најранији почетак активност из четвртог догађаја израчунава се:

$36 + 0 = 36$ (за поље матрице 1-4) и

$40 + 32 = 72$ (за поље матрице 3-4).

У овом случају, када у некој колони има више попуњених поља, за свако поље сабира се трајање те активности са најранијим почетком из реда којем поље припада. Већа вредност (у овом случају 72) представља најранији почетак за активности из четвртог догађаја, и она се уписује на крај четвртог реда.

На исти начин израчунавају се вредности најранијих почетака активности и у осталим редовима.

У последњем реду матрице уписују се најкаснији завршеци свих активности које се завршавају у појединим догађајима. Код израчунавања вредности најкаснијих завршетака полази се од последњег догађаја.

	1	2	3	4	5	6	7	8	*9*	$t_i^{(0)}$
1		30	32	36						0
2					24					30
3				40	20					32
4					30	36				72
5						42	42	58		102
6							54	45	48	144
7									57	198
8									66	189
9										255
$t_j^{(1)}$									255	

У последње поље последњег реда преписује се вредност последњег поља последње колоне (најранији почетак активности које би почињале у последњем догађају). Пошто из завршног догађаја не полази ни једна активност, он уједно представља и најкаснији завршетак свих активности које се завршавају у овом догађају.

Најкаснији завршетак активности које се завршавају у осмом догађају израчунава се тако што се посматра осми ред. Код попуњених поља у осмом реду, од најкаснијег завршетка у последњем реду колоне у којој се налази пуно поље одузима се вредност у том пољу (трајање активности). У овом случају то је: 255 - 66 = 189. Ова вредност уписује се у последње поље осме колоне.

Овакав поступак наставља се до првог догађаја у којем најкаснији завршетак мора бити једнак нули.

Уколико има више попуњених поља у неком реду, израчунава се разлика за сва поља и уписује се најмања вредност добијене разлике. На пример, у шестом реду су три попуњена поља:

Активност 6 – 7 са дужином трајања 54,   активност 6 – 8 са дужином трајања 45 и 6 – 9 са дужином трајања 48.

У овом случају најкаснији завршетак активности које се завршавају у петом догађају је 12, јер:

255 – 48 = 207, односно 189 – 45 = 144 и 198 – 54 = 144

	1	2	3	4	5	6	7	8	*9*	$t_i^{(0)}$
1		30	32	36						0
2					24					30
3				40	20					32
4					30	36				72
5						42	42	58		102
6							54	45	48	144
7									57	198
8									66	189
9										255
$t_j^{(1)}$	0	78	32	72	102	144	198	189	255	

Након што су израчунати најранији почеци и најкаснији завршеци, подаци о најранијим почецима се преписују испод најкаснијих завршетака и тражи се њихова разлика.

	1	2	3	4	5	6	7	8	*9*	$t_i^{(0)}$
1		30	32	36						0
2					24					30
3				40	20					32
4					30	36				72
5						42	42	58		102
6							54	45	48	144
7									57	198
8									66	189
9										255
$t_j^{(1)}$	0	78	32	72	102	144	198	189	255	
$t_i^{(0)}$	0	30	32	72	102	144	198	189	255	
$t_j^{(1)} - t_i^{(0)}$	0	48	0	0	0	0	0	0	0	

Догађаји код којих је ова разлика једнака нули су догађаји који се налазе на критичном путу и називају се критични догађаји. Уовом примеру критични догађаји су 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9.

У следећем кораку подаци о најранијим почецима и најкаснијим завршецима појединих активности преписују се у листу активности. Критичне активности израчунавају се на основу ***укупне временске резерве*** која се израчунава као разлика између најкаснијег завршетка, најранијег почетка и трајања активности, односно:

$$R_{ij}^{u} = t_j^{(1)} - t_i^{(0)} - t_{ij}$$

Активности код којих је укупна временска резерва једнака нули су критичне активности, односно то су активности које се налазе на критичном путу, или критичним путевима, јер може бити више од једног пута са максималним трајањем.

Ознака		t_{ij}	$t_i^{(0)}$	$t_j^{(1)}$	R_{ij}^u
i	j				
1	2	30	0	78	48
1	3	32	0	32	0 К
1	4	36	0	72	36
2	5	24	30	102	48
3	4	40	32	72	0 К
3	5	20	32	102	50
4	5	30	72	102	0 К
4	6	36	72	144	36
5	6	42	102	144	0 К
5	7	42	102	198	54
5	8	58	102	189	29
6	7	54	144	198	0 К
6	8	45	144	189	0 К
6	9	48	144	255	63
7	9	57	198	255	0 К
8	9	66	189	255	0 К

Активности код којих је укупна временска резерва једнака нули су критичне активности, односно то су активности које се налазе на критичном путу, или критичним путевима, јер може бити више од једног пута са максималним трајањем.

Из табеле се може видети да су критичне активности (активности код којих је укупна временска резерва нула): 1-3, 3-4, 4-5, 5-6, 6-7, 6-8, 7-9 и 8-9.

Спајањем ових критичних активности добијају се критични путеви. У овом примеру имамо два критична пута које чине следеће критичне активности:

Први критични пут чине критичне активности 1 - 3, 3 - 4, 4 - 5, 5 - 6, 6 - 7, 7 - 9.

Дужина трајања првог критичног пута је:

32 + 40 + 30 + 42 + 54 + 57 = 255 недеља.

Други критични пут чине критичне активности 1 - 3, 3 - 4, 4 - 5, 5 - 6, 6 - 8, 8 - 9.

Дужина трајања другог критичног пута је:

32 + 40 + 30 + 42 + 45 + 66 = 255 недеља.

То значи да наведени пројекат може бити завршен за 255 недеља. При томе, завршетак пројекта о року у првом реду зависи од благовремене реализације критичних активности.

Активности које се не налазе на критичном путу могу се у одређеној мери пролонгирати, а да то не утиче на укупно време трајања пројекта. Другим речима, активности које се не налазе на критичном путу имају одређене временске резерве.

За анализу времена, односно за израчунавање временских резерви појединих активности које се не налазе на критичном путу, битно је познавати поред ***најранијег почетка*** ($t_i^{(0)}$) и ***најкаснијег завршетка*** ($t_j^{(1)}$) који се добијају решавањем триангуларне матрице и ***најкаснији почетак*** ($t_i^{(1)}$) и ***најранији завршетак*** ($t_j^{(0)}$) појединих активности.

Најкаснији почетак означава време када најкасније може да започне нека активност, а да не буде угрожено време најкаснијег почетка наредне активности, односно трајање пројекта у целини. Најкаснији почетак се израчунава као разлика између најкаснијег завршетка и трајања активности i-j:

$$t_i^{(1)} = t_j^{(1)} - t_{ij}$$

Најранији завршетак неке активности показује време када нека активност може најраније да буде завршена.Израчунава се као збир најранијег почетка и трајања активности i-j:

$$t_j^{(0)} = t_i^{(0)} + t_{ij}$$

Свака активност (i-j) чије је време трајања краће од њеног максимално дозвољеног времена трајања (разлика између најкаснијег завр- шетка и најранијег почетка, односно: $t_j^{(1)} - t_i^{(0)}$ има одређену временску резерву.

Временска резерва служи за анализу времена и директно показује за колико времена се може одложити почетак или завршетак појединих активности, а да се не угрози време завршетка пројекта у целини. У зависности од тога у каквом је односу посматрана активност према активностима које јој непосредно претходе, односно које непосредно следе може се идентификовати три врсте временских резерви:

1. **Укупна временска резерва** (R_{ij}^{u})
2. **Слободна временска резерва** (R_{ij}^{s})
3. **Независна временска резерва** (R_{ij}^{n}).

Укупна временска резерва је разлика између максимално расположивог времена за извршење неке активности и времена трајања те активности. Она показује за колико је краће време трајања активности које нису на критичном путу, а спајају два критична догађаја.

Слободна временска резерва постоји само када се у завршни догађај стичу две или више активности. Она показује за колико времена је могуће померити рок најранијег почетка активности које нису на критичном путу, а да се тиме не угрозе најранији почеци наредних активности. Слободна временска резерва се израчунава тако што се од највеће вредности најранијег завршетка ($t_j^{(0)}$) свих активности које се завршавају у догађају "j" одузму њихови најранији почеци ($t_i^{(0)}$) и њихово трајање (t_{ij}).

$$R_{ij}^{s} = t_{j(max)}^{(0)} - t_i^{(0)} - t_{ij}$$

Независна временска резерва показује за колико времена се може продужити трајање активности, рачунајући од њеног најкаснијег почетка, а да се не угрози време најранијег завршетка те активности. Код израчунавања независне временске резерве (R_{ij}^{n}) узимају се у обзир све активности које полазе из почетног догађаја "i" и све активности које се стичу у завршни догађај "j". Од највеће вредности најранијег завршетка ($t_j^{(0)}$) одузимају се најмања вредност најкаснијег почетка ($t_i^{(1)}$)свих активности које почињу у догађају "i" и трајање посматране активности (t_{ij}).

$$R_{ij}^{n} = t_{j(max)}^{(0)} - t_{i(min)}^{(1)} - t_{ij}$$

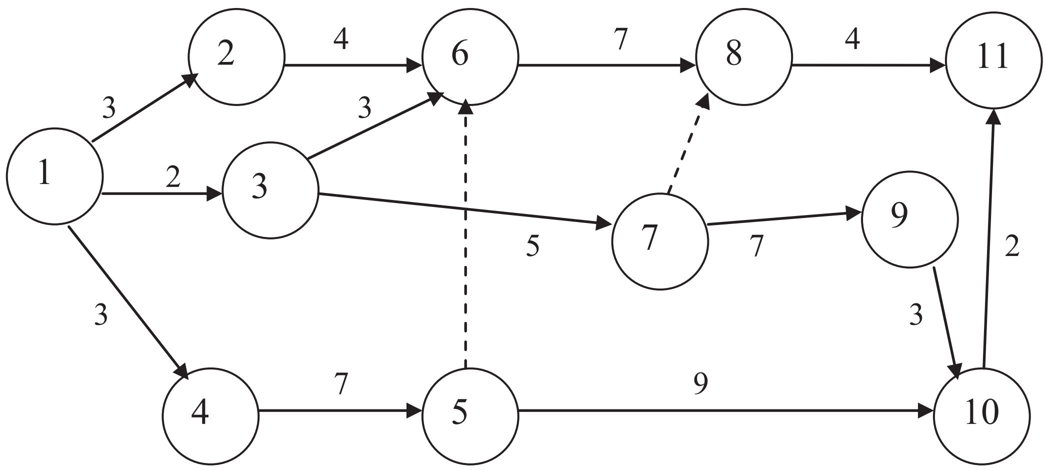
Поред наведених временских резерви које се односе на активности, постоји и условна временска резерва која се односи на догађаје и од значаја је код повезивања више мрежних дијаграма.

Израчунавање укупне, слободне и независне временске резерве дато је у следећој табели:

Ознака		t_{ij}	Почетак		Завршетак		Временске резерве		
i	j		$t_i^{(0)}$	$t_i^{(1)}$	$t_j^{(0)}$	$t_j^{(1)}$	R_{ij}^{u}	R_{ij}^{s}	R_{ij}^{n}
1	2	30	0	48 (0)	30	78	48	0	0
1	3	32	0	0	32	32	0 К	0	0
1	4	36	0	36 (0)	36 (72)	72	36	36	36
2	5	24	30	78	54 (102)	102	48	48	0
3	4	40	32	32	72	72	0 К	0	0
3	5	20	32	82 (32)	52 (102)	102	50	50	50
4	5	30	72	72	102	102	0 К	0	0
4	6	36	72	108 (72)	108 (144)	144	36	36	36
5	6	42	102	102	144	144	0 К	0	0
5	7	42	102	156 (102)	144 (198)	198	54	54	54
5	8	58	102	131 (102)	160 (189)	189	29	29	29
6	7	54	144	144	198	198	0 К	0	0
6	8	45	144	144	189	189	0 К	0	0
6	9	48	144	207	192 (255)	255	63	63	63
7	9	57	198	198	255	255	0 К	0	0
8	9	66	189	189	255	255	0 К	0	0

Пример 2:

Утврдити критичне путеве у приказаном мрежном дијаграму помоћу триангуларне матрице. Израчунати слободну и независну временску резерву.



2 ЛИНЕАРНО ПРОГРАМИРАЊЕ

2.1 Општи модел линеарног програмирања

Основна метода којом се у пракси жели решити питање оптималног планирања производње у пословном систему у пољопривреди, прехрамбеној индустрији, или неком другом производном субјекту је метода линеарног програмирања.

У математичком смислу линеарно програмирање је метода која се састоји у изналажењу оптимума (односно минимума или максимума) линеарне функције са "n" независно промењљивих величина Xi (i=1,2,...,n) које су повезане линеарним релацијама (једначинама или неједначинама), односно ограничавајућим условима.

Општи проблем линеарног програмирања се математички може представити на следећи начин:

1. Функција критеријума оптималности

$$\sum_{i=1}^{n} c_i X_i = Z \to max(V \to min)$$

X_i = непозната (независно промењљива) величина

i = 1(1)n

n = број непознатих величина у моделу

c_i = коефицијенти функције критеријума

Z = максимална вредност функције критеријума

V = минимална вредност функције критеријума

2. Матрица ограничавајућих услова

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} X_{ij} \frac{\rangle}{\langle} A_j$$

j = 1 (1) m,

m = број ограничења у моделу

a_{ij} = технички коефицијент независне промењљиве "X_i" у "j-tom" ограничењу

Aj = расположиви ресурс (ограничење) "j"

3. Услов ненегативности

$$X_i \geq 0$$

Основни проблем је у одређивању вредности непознатих X_i, које ће задовољити постављена математичка ограничења у матрици ограничавајућих услова (и услов ненегативности) уз истовремено остваривање екстремне вредности (минимума или максимума) линеарне функције критеријума (циљне функције).

У економском смислу линеарно програмирање је метод за распоређивање или ангажовање расположивих ресурса на најбољи начин, односно да се постигне унапред дефинисан циљ у виду максимизације или минимизације неке економске категорије.

2.2 Елементи модела линеарног програмирања

Основни елементи сваког проблема линеарног програмирања (као што се то може видети у општем моделу) су: непознате величине (независно променљиве) у моделу: (X_i), коефицијенти функције критеријума (c_i), технички коефицијенти (a_{ij}) и вектор ограничења (A_j).

Непознате (независно променљиве) у моделу су реалне величине чије се вредности добијају решавањем проблема линеарног програмирања. Ако је, на пример, проблем одређивања оптималне структуре сетве, онда непознате у моделу могу представљати површине земљишта под одређеним усевима.

Коефицијенти функције критеријума су најчешће неке економске категорије које се желе максимирати, или минимирати. Тако, на пример, коефицијенти функције критеријума могу бити: вредност производње, укупан приход, доходак, добит, нето приход, или трошкови производње.

Коефицијенти функције критеријума су величине које се увек односе на јединицу непознате (независно променљиве, активности) у моделу линеарног програмирања. Ако је активност у неком моделу површина одређеног усева у хектарима, онда коефицијент функције критеријума може представљати (у зависности од тога шта се жели максимирати или минимирати) вредност производње по хектару одређеног усева (дин/ha), или трошкове производње по хектару (дин/ha). Збир производа функције критеријума треба да обезбеди екстремну вредност (минимум или максимум) циља који је постављен (нпр. максимална вредност производње, или минимални трошкови производње). Због тога се функција критеријума још назива и "циљна функција".

Технички коефицијенти су познате величине у моделу линеарног програмирања које се налазе уз активности (непознате) у матрици ограничавајућих услова. Њихова основна функција је да повезују непознате у линеарним релацијама леве стране једначина (неједначина) са десном страном, односно ограничењима расположивих ресурса у матрици ограничења. Технички коефицијенти представљају неке реалне вредности. Обично су то неки технички стандарди, који се као и коефицијенти функције критеријума односе на јединицу активности. Тако, на пример, у ограничењу пласмана појединих пољопривредних производа, технички коефицијенти представљају планирани просечан принос усева по хектару.

Ограничења модела,односно десна страна линеарних једначина, или неједначина у матрици ограничавајућих услова, представљају у моделу реална ограничења у оригиналном систему. Уколико је у питању оптимирање структуре неке производње, онда вектор ограничења у моделу дефинише сва релевантна ограничења производних фактора и интерних, или екстерних услова производње. Ако је,на пример, проблем одређивања оптималне структуре сетве, онда је укупно расположива површина за сетву (ha) свакако једно од стварних ограничења које се мора уврстити и у модел линеарног програмирања.

Оно што је битно у моделирању проблема линеарног програмирања је да технички коефицијенти и ограничења на десној страни неједначина у матрици ограничења морају биту у аналогним јединицама мере. Решавањем проблема линеарног програмирања добијају се следеће информације:

- вредности непознатих у моделу (Xi),
- екстремна вредност функције критеријума (минимум или максимум),
- степен искоришћавања појединих ограничења,
- ресурси који су у потпуности искоришћени и који у конкретном моделу представљају стварна ограничења постизања још бољих вредности функције критеријума,
- резерве појединих ресурса који нису у потпуности искоришћени,
- информације о границама коефицијената функције критеријума у којима важе добијене вредности непознатих у оптималном решењу, и
- информације о границама кретања величина појединих ограничења, у којима важи оптимална структура непознатих у моделу.

2.3 Примена линеарног програмирања

2.3.1 Ограничења и недостаци методе и могућности њиховог превазилажења у пракси

Основни недостаци методе линеарног програмирања су *СТАТИЧНОСТ* методе и претпостављена *ЛИНЕАРНОСТ РЕЛАЦИЈА*.

Статичност методе подразумева оптимирање са тачно одређеним параметрима, без могућности њихове промене, или дефинисања интервала у којима они могу да се крећу током оптимирања. То практично значи да је за сваку промену улазних елемената модела потребно поновити процес оптимирања и да оптимална решења важе за стриктно дефинисане улазне елементе. С обзиром на то да је производни процес у пољопривреди релативно дугачак и да преоријентисање производње није могуће у кратком периоду, статичност линеарног програмирања нема практичне негативне последице у пољопривреди, јер се оно најчешће користи за планирање, односно оптимирање производње, било у виду годишњег планирања, било у виду планирања развоја.

Проблем захтеване линеарности релација у пољопривреди је далеко значајније питање. Будући да кретање висине приноса у зависности од улагања варијабилних фактора најчешће није линеарно, у моделу ЛП полази се од дефинисаног, по могућности, такође оптималног нивоа улагања фактора производње. Овај оптимални ниво интензивности производње може се релативно егзактно утврдити на бази дуже серије података о оствареним приносима појединих линија производње из ранијих година (из евиденције књиге историје поља) и планских цена аутпута и инпута производње, применом одговарајућих производних функција. Оно што је битно за модел је то да се за сваку јединицу капацитета претпоставља једнаки ниво улагања и квалитет фактора производње. Ово се релативно успешно може обезбедити низом ограничавајућих услова у моделу, којима се осигуравају једнаки услови производње за сваки усев и сваку јединицу капацитета. Тако, на пример, увођењем планираног фонда часова рада радника и појединих категорија средстава механизације у појединим месецима радних врхова, као посебних ограничења у моделу ЛП, обезбеђује се могућност спровођења свих планираних радних операција у оптималним (планираним) роковима, без обзира на заступљеност појединих линија производње, те се обезбеђују услови за једнак "квалитет" радова за све линије и на целокупним капацитетима.

Проблем нелинеарности у пољопривредној производњи, када је у питању кретање производних и економских резултата појединих линија производње у зависности од промене обима производње, променом капацитета, у основи лежи у неједнакости самих јединица капацитета. Наиме, због деловања склопа пре свега природних фактора, који имају стохастички карактер, на капацитете у пољопривреди (земљиште и грла стоке), објективно постоје разлике у потенцијалима појединих јединица капацитета. На пример, сваки хектар обрадивог земљишта у оквиру јединственог земљишног комплекса неког пољопривредног предузећа у одређеном степену је специфичан по својим физичким и хемијским особинама, водном и ваздушном режиму, богатости, плодности, експозитури, итд. У сточарству, грло стоке као јединица капацитета у највећој мери дефинисана је генетским наслеђем. Због оваквих, индивидуалних разлика, капацитете у пољопривреди потребно је груписати према критеријуму сличности њихових производних потенцијала. Свакако да ће и поред тога постојати индивидуалне разлике у јединицама капацитета, јер приликом груписања није могуће уважити све детерминирајуће факторе. Међутим, за утврђивање групе капацитета дефинишу се неке просечне карактеристике у смислу просечних приноса, или потребног нивоа улагања фактора производње. Најчешће се као критеријум за груписање земљишта узимају педолошке и катастарске категорије земљишта, а у сточарству расе стоке.

Из свега наведеног може се закључити да метода линеарног програмирања подразумева одређени, толерантни степен апроксимација (што је карактеристично за све друге методе планирања). Што је степен апроксимација мањи, то су добијена планска решења ближа стварности, а само планирање реалније.

Индивидуалне разлике у јединицама капацитета у биљној производњи су далеко мање него у сточарству. То је уједно и један од разлога што се ова метода више примењује у биљној производњи (нарочито ратарству).

2.3.2 Карактеристике примене линеарно програмирања у агробизнису

У веома кратком периоду након формулисања математичких основа линеарног програмирања, ова метода је нашла своју примену у пољопривреди. Највеће заслуге за то припадају професору O.E.Heady-ју са државног универзитета у Ајови. Након Хедија, низ других научника и стручњака у нашој земљи и иностранству бавили су се проблематиком примене и развоја метода и модела линеарног програмирања у пољопривреди. Различити модели линеарног програмирања, се користе за различите проблеме оптимирања пољопривредне производње, почев од оптимирања годишњег плана ратарске производње на сељачким газдинствима, па до оптимирања плана развоја националне пољопривреде. Као заједничке карактеристике могу се навести следеће:

а) За *функцију критеријума оптималности* најчешће се узима разлика између вредности производње (или продајних цена) и варијабилних трошкова, која се дефинише као нето приход ("gross margine", бруто финансијски резултат или маржа покрића). Узимањем нето прихода као критеријума оптималности елиминише се негативан утицај (или немогућност) расподеле фиксних трошкова на поједине активности, која би могла проузроковати добијање некоректних и изопачених решења (што је објашњено у претходној тачки).

У практичним примерима понекад се као варијабилни трошкови третирају директни трошкови производње, а као фиксни индиректни (општи) трошкови. За активности које дефинишу "међупроизводе", односно фазне производе, који су улазни елементи других "виших" производних фаза, а који су, такође, као активности уврштени у модел ЛП, као коефицијенти функције критеријума узимају се варијабилни трошкови са негативним предзнаком. На тај начин ови производи се третирају као трошкови производње. Друга могућност је да се ти трошкови не узимају у обзир приликом израчунавања нето прихода производа виших фаза у чију су производњу "међупроизводи" инкорпорирани. Узимањем нето прихода као критеријума оптималности се, у ствари, максимизира економска ефективност.

Као циљеви оптимирања, поред максимизирања ефективности, могу се дефинисати и обезбеђење стоке волуминозним хранивима, или очување дугорочне плодности земљишта, али се ти циљеви најчешће не уврштавају у функцију критеријума, већ се њихово остваривање обезбеђује низом ограничавајућих услова.

б) У зависности од *односа биљне и стоарске производње*, модели за оптимирање пољопривредне производње могу се, у основи, дефинисати на два начина:

Према *првом*, оптимирање производње директно обухвата и оптимирање сточарства, при чему се у ограничењима дефинишу међузависности биљне и сточарске производње, које обезбеђују подмиривање сточарских биланса сопственом сточном храном из биљне производње (у првом реду крмног биља). Према *другом* начину, оптимира се биљна производња, док се потребе сточарства за дефинисане капацитете укључују у модел као ограничења. Први начин моделирања карактеристичан је за оптимирање плана развоја, значи средњорочно, или дугорочно планирање пољопривреде, а други, за годишње планирање производње у пољопривреди.

ц) *Са аспекта времена* на који се односе, модели за оптимирање пољопривредне производње могу се поделити на моделе за планирање производње у кратком року (једна економска година), односно за израду годишњег оптималног плана производње, и на моделе за средњорочно и дугорочно планирање.

У првом случају, ради се о планирању функционисања пословног система, за који се претпоставља непромењивост фактора производње, односно капацитета, и висок степен детаљности модела. У другом случају, реч је о планирању развоја пословног система за који се претпоставља промена фактора производње, већи степен апроксимација у моделирању и потреба укључивања ограничавајућих фактора развоја, на првом месту инвестиционих средстава.

д) *Према степену детаљности*, модели се могу поделити на *агрегиране* и *неагрегиране*. *Агрегирани* модели подразумевају већи степен општости, уз смањење габарита модела. Ово се постиже агрегирањем сродних активности, или сродних ограничења. На пример, поједине категорије стоке могу фигурисати у моделу као посебне активности, али је могуће и њихово агрегирање у само једну активност, тзв. "структурно грло". То се постиже превођењем, односно интегрисањем свих потреба и ефеката пратећих категорија стоке на "финалну" категорију, односно главну линију производње. То се реализује помоћу коефицијената односа појединих категорија у оквиру предвиђене организационе структуре стада. Друга могућност агрегирања је "спајање" појединих ограничења. На пример, ограничења рада радника или средстава механизације могуће је дефинисати за периоде дуже од периода оперативног планирања. *Неагрегирани* модели су знатно већих габарита, што може стварати проблеме приликом њиховог решавања. Међутим, они су знатно детаљнији, прецизнији и тачнији и у постоптималној анализи обезбеђују далеко више информација за потребе планирања.

Колики ће бити степен "агрегирања" у конкретном моделу, зависиће од циља оптимирања, величине и сложености оригинала и расположивости улазних информација.

е) *Групе ограничења*, које најчешће фигуришу у матрици ограничавајућих услова у моделима за оптимирање пољопривредне производње су:

У биљној производњи:

- ограничења земљишта у редовној и накнадној сетви,
- ограничења радне снаге и појединих категорија средстава механизације у појединим периодима радних врхова,
- агротехничка ограничења плодореда,
- потребе за сточном храном,
- ограничења тржишта (пласмана и набавке) и
- ограничења прерађиваих капацитета.

У сточарству:

- основно стадо,
- стајски простор,
- репродукција стада, и
- сопствена производња кабастих хранива.

2.3.3 Фазе процеса оптимирања

Сваки процес оптималног планирања производње, без обзира да ли се ради о оптимирању производње на сељачком газдинству, пољопривредном, предузећу, предузећу прехрамбене индустрије, или оптимирању развоја националне пољопривреде, мора обухватити следеће кораке (фазе):

1. Анализу система који се моделира, са акцентом на анализи производне и организационе структуре система, и анализу односа система са својим окружењем.
2. Формулисање логичког модела,
3. Формулисање математичког модела,
4. Решавање модела,
5. Постоптималну анализу добијених резултата и
6. Имплеменатацију модела.

2.3.3.1 Анализа пословног система

Први корак у изради оптималног плана производње је анализа пословног система. Сврха анализе је да се, у складу с циљем планирања, (израдом оптималног плана производње), уоче и квантификују сви релевантни фактори, услови и релације у пословном систему, као и односи пословног система са окружењем и ограничења и услови које окружење намеће пословном систему. Анализа система је основа предвиђања кључних параметара у дефинисању планских елемената и њиховој квантификацији.

У анализи система неопходно је применити системски приступ. Системски приступ је синтетички начин размишљања базиран на уочавању и дефинисању међузависности и синергије елемената система. Полази од интегралности пословног система, уз уважавање специфичности појединих делова - подсистема. Анализа пословног система, усмерена на оптимално планирање производње пољопривредног система, превасходно треба да буде оријентисана на:

- анализу хоризонталне и вертикалне производне структуре система,
- анализу организационе структуре система, и
- анализу односа пословног система са његовим окружењем, односно, анализу дела окружења које је од битног утицаја на понашање (пословање) пословног система.

Основна претпоставка за успешну анализу система је добра информациона основа. У том смислу информациони систем пословног система је основни и најважнији фактор од утицаја на комплетност, ефикасност и успешност анализе система.

2.3.3.2 Информационе основе оптимирања

Информационе основе планирања дефинисане су одговарајућим информационим захтевима и чине базу из које се применом одређених алгоритама може доћи до информација које представљају неопходне планске елементе за израду планова и одговарајуће планске документације.Информациони захтеви детерминисани су садржајем планова и планске документације. База података за оптимално планирање производње у пољопривреди може се структурисати на основу више критеријума. Са временског аспекта информационе основе могу се поделити у три групе:

1. информације о производњи у прошлости,
2. информације о постојећим производним потенцијалима, и
3. информације и процене о параметрима у планском периоду.

Прву групу чине информације о утрошцима фактора производње и оствареним производним резултатима у ранијим годинама. Ове информације добијају се из различитих евиденција путем којих се прати процес производње. Највећи број потребних информација добија се из књиге историје поља, матичне евиденције сточарске производње и погонског књиговодства. Ова група информација значајна је за дефинисање независно промењљивих величина у моделу и техничких коефицијената који се односе на производна ограничења. Уколико је дужа временска серија и висок степен поузданости ове групе података, утолико су веће могућности за реалније планирање производних резултата и утврђивање валидних производних функција за поједине линије производње, помоћу којих се може планирати економски оптимални ниво интензивности, односно ниво улагања појединих важнијих производних фактора. Осим тога, детаљно вођене аналитичке евиденције стварају могућност за прецизно дефинисање независно променљивих величина у моделу, односно омогућавају да се у обзир узме што више параметара од којих су оне зависне. Прецизно дефинисање активности у моделу је први значајни услов којим се смањује степен ентропије и ризика у планирању и значајно побољшава његова реалност.

Информације о постојећим производним потенцијалима су информације о стању система у тренутку планирања. Овим информацијама дефинишу се ограничења производње која су лимитирана расположивим производним потенцијалима система. Ову групу чине информације о расположивим земљишним капацитетима груписаним према начину коришћења и бонитету земљишта, подаци о стајским капацитетима по врстама и категоријама стоке, постојеће бројно стање стоке по врстама и категоријама, репродуктивно стање и могућност основног стада, подаци о систему за наводњавање, расположивим средствима механизације, њиховој структури и квалитету, подаци о производној радној снази по квалификацијама и делатностима, и други подаци о расположивим производним потенцијалима по организационим јединицама. Осим ових, у ову групу информација улазе и информације о уговореним производним обавезама. Ове обавезе могу представљати директне доње или горње лимите за поједине линије производње. Наведене информације значајне су за формулисање десне стране у матрици ограничавајућих услова модела за оптимално планирање производње.

Трећа група информација добија се на бази процена и предвиђања о појединим планским параметрима у будућности. Као такве, информације из ове групе су најмање поуздане и од њихове реалне процене у највећој мери зависи тачност планирања, односно степен одступања остварених циљева од планираних. Најзначајније информације које припадају овој групи су информације о вредносним показатељима, и то како ценама инпута производње, тако и ценама појединих аутпута, јер се оне за велики број пољопривредних производа и фактора производње не знају у тренутку израде годишњег производног плана. Због тога их је потребно дефинисати на бази предвиђања, која могу бити за поједине елементе мањег или већег степена тачности.

Проблем поузданости ових информација постоји у било којем планирању производње. У пољопривреди, овај проблем је нарочито изражен због релативно дугог производног процеса. У ову групу података, заснованих на предвиђању, поред вредносних спадају и други подаци базирани на предвиђању о могућностима реализације појединих производа који нису уговорени, могућностима ангажовања сезонске радне снаге у појединим периодима радних врхова, асортиману и могућностима благовремене набавке минералних ђубрива, сточне хране и другог репроматеријала.

Из наведеног може закључити да постоје две врсте фактора од којих зависи ниво тачности и степен поузданости планских елемената које захтева модел за оптимално планирање. То су субјективни фактори, односно квантитет и квалитет праћења и анализе производног процеса, и објективни фактори, који се налазе ван посматраног система, а које чине подаци о економским условима производње.

За успешно планирање производног процеса у пољопривреди, без обзира која метода се користи, неопходно је перманентно и објективно праћење процеса производње, максимално могуће уговарање реализације пре почетка производног процеса и благовремено познавање економских услова производње. Праћење процеса производње према критеријумима које захтева модел у у данашње време подразумева примену информатичке технике.

2.3.4 Формулисање логичког модела

Модел за оптимирање производње, као и сваки модел линеарног програмирања, мора да садржи матрицу ограничавајућих фактора (матрицу техничких коефицијената и вектор ограничавајућих ресурса) и функцију критеријума оптималности (циљну функцију). Будући да модел треба да послужи као основа за оптимирање производње у реалном систему, мора да садржи све битне елементе и релације које у њему објективно постоје и које су релевантне за процес планирања. У првом реду, модел мора да одражава све постојеће хоризонталне и вертикалне производне релације, затим специфичности појединих организационих подсистема, и коначно захтеве и ограничења које околина намеће систему као целини. Задатак логичког модела састоји се управо у томе да уочи и дефинише све специфичности и релације које објективно постоје у неком производном систему. Приликом описа логичког модела за оптимирање производње пословног система уагробизнису неопходно је размотрити и дефинисати:

- независно промењиве величине (активности),
- матрицу ограничавајућих фактора (техничке коефицијенте и ограничавајуће ресурсе) и
- функцију критеријума оптималности.

2.3.4.1 Независно промењиве величине

С обзиром на то да линије производње у пољопривреди, које представљају потенцијалне независно промењиве величине у моделу за оптимирање структуре производње, зависе од низа различитих фактора, приликом њиховог дефинисања потребно је размотрити појединачне утицаје тих фактора на понашање линија производње и њихове специфичности.

У зависности од процене значајности утицаја појединих фактора на линије производње, доноси се одлука о томе да ли их узети у обзир при дефинисању независне промењиве, или не. Чињеница је да се линије производње у ратарској производњи и у сточарству битно разликују, како по свом биолошком и производном карактеру, тако и по факторима који на њих делују. Због тога је неопходно посебно размотрити активности у ратарству, а посебно активности у сточарству.

Основну активност у моделу линеарног планирања, када је у питању ратарска производња, представља површина појединог усева (линије производње) у хектарима. Међутим, исте линије производње (исти усеви) могу се међусобно битно разликовати према производним и економским ефектима које остварују. Ове разлике последица су две групе фактора: природних и организационо-економских. Како је реално претпоставити да у оквиру једног производног система владају исти климатски услови, као најзначајнији природни фактори који доводе до производних разлика, у оквиру исте линије производње могу се издвојити: бонитет земљишта и сортимент. Уколико се у оквиру једног производног система бонитет земљишта толико разликује, да се у значајној мери одражава на разлике у приносу исте линије производње, при истим осталим условима неопходно је овај фактор уважити приликом формулисања независне промењљиве. Исто важи и за сортимент. Уколико се две или више сорти истог усева, под истим осталим условима, значајно разликују по приносима, или по квалитету производа (што изазива значајне разлике у цени производа, па тиме и у економским ефектима производње), неопходно је да такве сорте фигурирају у моделу као засебне активности. Међутим, уколико не постоје значајне разлике у приносима и квалитету производа, изазване различитим типовима земљишта и различитим сортиментом, не постоји економска сврха њиховог укључивања у модел, јер би се тиме он значајно усложио, повећали трошкови припреме улазних података и трошкови решавања модела, а економски ефекти били би занемарљиви, или никакви. Питање "значајности" разлике је субјективно питање планера, а његова одлука у великој мери зависи и од информационе основе којом располаже по том питању.

Када су у питању организационо-економски фактори, од највећег значаја за дефинисање независно промењљивих величина су примењене технологије производње и ниво интензивности производње. Уколико се у посматраном пољопривредном систему заједнички користе расположиви ресурси рада и средстава механизације, за претпоставити је да се и технолошки ниво производње не разликује знатно у појединим организационим деловима. Међутим, у оквиру истих или различитих организационих делова значајне су разлике у технологији производње у сувом ратарењу и у условима наводњавања. Ове технолошке разлике манифестују се како у производним резултатима, тако и у економским ефектима.

Проблем интензивности производње своди се, у суштини, на проблем утврђивања економски оптималног нивоа интензивности појединих линија производње, или другим речима на проблем утврђивања економски оптималног приноса за дате услове. Како се производни, а нарочито организационо-економски услови појединих организационих јединица могу битно разликовати, тако се и њихов оптимални ниво интензивности може разликовати за поједине усеве. То проузрокује и разлике у производним и економским резултатима, те се такве специфичности организационих јединица морају имати у виду приликом дефинисања независно промењљивих у ратарству.

Знатно је тежи проблем утврдити независно промењљиве величине у сточарству. Наиме, због специфичности сточарске производње, поред финалне линије производње (категорија стоке која представља, или даје финални, односно тржишни производ) постоји низ пратећих категорија. Код избора активности у сточарству постоје две могућности:

- Прва је да свака категорија одређене врсте стоке представља засебну активност и да се изражава апсолутним, или условним бројем грла.
- Друга могућност је да у моделу фигуришу само финалне категорије појединих врста стоке, а да се релевантни показатељи (производни захтеви и економски ефекти) пратећих категорија кумулативно искажу кроз финалну категорију.

Финалне категорије могу у моделу да фигуришу као капацитет (апсолутни број или број условних грла) или као количина готових производа, што је у основи исто. Овако приказана финална категорија назива се "структурно" грло стоке, јер је "оптерећена" свим захтевима и ефектима помоћних категорија стоке. С обзиром на значајне индивидуалне разлике капацитета (грла) у сточарству, апроксимирање, односно одређивање просечних "вредности" независно променљивих нужно садржи извесни ниво погрешке. Овај ниво грешке у било којем планирању није могуће избећи. Међутим, да би се ниво грешке услед утврђивања просечних величина смањио на минимум, односно углавном свео на индивидуалне разлике грла, потребно је размотрити и евентуално уважити остале природне и организационе услове, као и у биљној производњи.

Што се тиче природних услова, значајне разлике у производним и економским ефектима у оквиру исте линије производње могу настати услед разлика у расама стоке. Од организационо-економских услова најзначајнији за дефинисање независно променљивих величина у сточарству су начин држања стоке и ниво интензивности производње, који у највећој мери зависи од нивоа и квалитета исхране стоке. Слично као у биљној производњи, и овде је, у зависности од конкретних услова и односа цена, потребно ићи на економско оптимални ниво интензивности исхране стоке.

На крају, потребно је напоменути да су овде обухваћени само они фактори за које се сматра да могу бити од доминантног утицаја за формулисање независно променљивих величина у моделу, а да у стварности постоји читав низ других фактора који утичу на независно променљиве величине. Све њих ни модел линеарног програмирања, ни било који други симулациони модел, није у стању да обухвати, што због њиховог непредвидивог утицаја, што због економске нецелисходности.

2.3.4.2 Матрица ограничавајућих фактора

На матрици ограничавајућих фактора у моделу за оптимирање производње могу се уочити пет карактеристичких група ограничења, у зависности од њихове обухватности. Свака од ових група ограничења има за циљ да у моделу обухвати и представи одређене реалне релације, у сложеном пољопривредном систему.

Прва група ограничавајућих фактора производње односи се на ограничења која су специфична за поједине организационе јединице (подсистеме). Број оваквих ограничења у првом реду зависи од организационе структуре пољопривредног пословног система који се моделира. У ову групу ограничења спадају ограничења капацитета организационих јединица, и то у првом реду, ограничења земљишних капацитета и капацитета за примарну прераду. Уколико је систем који се моделира организован по територијалном принципу, и уколико није могућа, или економски није рационална заједничка употреба одређених категорија средстава механизације за више организационих јединица (у првом реду мисли се на поједине категорије трактора), тада у ову групу ограничења спадају и она средства механизације која се користе само за потребе појединих организационих јединица. У ову групу ограничења могу да уђу и ограничења која нису стриктно везана за поједине организационе подсистеме, већ за поједине производне специфиности. Тако, ова ограничења могу да се односе на капацитете појединих типова земљишта, или других специфичних услова (система за наводњавање) који у одређеном производном смислу представљају подсистеме у којима се одвија производни процес више линија производње. Ограничења прве групе представљају у моделу делове хоризонталне производне структуре, који повезују поједине елементе у оквиру појединих организационих, или специфичних производних подсистема. Што је број оваквих ограничења у моделу мањи, то је већа могућност за рационалније коришћење расположивих капацитета и омогућен је виши ниво постизања оптималних економских резултата.

Друга група ограничавајућих фактора односи се на поједине активности у оквиру појединих организационих јединица. Ову групу ограничења чине, према својој сврси и намени, хетерогени фактори. У ратарској производњи ова ограничења условљена су специфичним биолошким захтевима појединих усева, из којих проистичу организационо-економски захтеви за поштовање плодосмене и плодореда. Уврштењем ових захтева у модел за израду годишњег оптималног плана производње у пољопривреди обезбеђује се континуитет планирања у наредним годинама, јер се овим ограничењима трајно обезбеђују једнако повољни услови производње.Елиминисање оваквих услова из модела у датој години планирања, створило би далеко веће могућности оптимирања, али би у наредним годинама могло да има негативне последице, јер би се или потпуно елиминисале могућности за производњу појединих усева, или би се због непоштовања плодосмене то драстично одразило на смањење приноса. Ова ограничења нарочито су значајна за усеве који су осетљиви на болести и штеточине (сунцокрет, шећерна репа). Будући да се овим ограничењима обезбеђују и основе плодореда, њима се регулишу и могућности за успешно организовање производног процеса. Ова група ограничења карактеристична је и за сточарство, јер су у њој обухваћена и ограничења стајских капацитета која се односе на поједине врсте, или категорије стоке.

Док су претходне две групе ограничења представљале парцијална ограничења појединих подсистема, или елемената у оквиру подсистема, наредне три групе ограничења имају за циљ да повежу поједине подсистеме, или елементе више подсистема. Та ограничења у моделу дефинишу релације које систем чине системом, односно релације које повезују поједине подсистеме и елементе у систем као целину.

Једну врсту ограничења *треће групе*, која у моделу повезују исте линије производње различитих подсистема, чине ограничења пласмана појединих производа. Наиме, услед специфичности пољопривредне производње (да је сезонског карактера, да чини сировинску основу прехрамбене индустрије и да представља стратешку привредну област) карактера појединих пољопривредних производа (да их није могуће, или није економски оправдано складиштити) и тржишних услова, поједини аутпути из пољопривреде су често ограничени у смислу минимално захтеваних, максимално могућих, или стриктно дефинисаних количина. Посебну врсту треће групе ограничења, која повезују исте линије производње различитих подсистема, чине ограничења капацитета појединих средстава механизације, која су специфична за одређене линије производње, или се у одређеном периоду времена искључиво користе за одређене линије производње (комбајни).

Ограничења *четврте групе*, која повезују поједине различите активности, проистичу из фазног карактера пољопривредне делатности. Овим ограничењима у моделу дефинишу се вертикалне производне структуре система и њихове повратне везе. У примарној пољопривредној производњи овим ограничењима повезују се ратарска и сточарска производња. Ова веза остварује се кроз усклађивање производње крмног биља са потребама сточарства. У зависности од начина формирања организационе структуре, овим ограничењима повезују се различити елементи у оквиру једног, или више организационих подсистема.

Ограничења *пете групе*, која су заједничка за све елементе у оквиру више подсистема, или за све елементе система, су она која у моделу представљају праве хоризонталне структуре. Њима се повезују рад и средства, који се заједнички користе за све, или већи број линија производње у сложеном пољопривредном систему. Супротно броју ограничења прве групе, са којима су комплементарна, са повећањем броја ограничења из ове групе повећавају се могућности за рационалније функционисање система и постизање вишег нивоа оптималних економских резултата.

Имајући у виду све наведено, може се закључити да су у моделу обухваћене све релевантне релације за функционисање сложених пословних система у пољопривреди. Како је карактер тих релација такав да неке од њих егзистирају само у оквиру појединих подсистема, а друге су заједничке за све, или више елемената свих, или више подсистема, модел нужно има вишенивоску форму, односно форму за коју је карактеристично постојање ограничења на нивоу делова система и ограничења на нивоу система као целине.

2.3.4.3 Технички коефицијенти

Технички коефицијенти у моделу за оптимирање сложеног пословног система у пољопривреди имају двојаку улогу, која проистиче из вишенивоског карактера модела и постојања вертикалних производних структура у систему. *Прва улога* техничких коефицијената једнака је као и код свих модела линеарног програмирања и састоји се у повезивању независно променљивих величина у линеарним релацијама леве стране једначина (неједначина) у матрици ограничавајућих фактора са десном страном, односно ограничавајућим ресурсима. *Друга улога* техничких коефицијената је специфична за вишенивоске моделе оптимирања и састоји се у повезивању "нижих" и "виших" производних фаза. Другим речима, технички коефицијенти у моделу за оптимирање производње сложеног пољопривредног система приказују релације које у реалном систему чине основне везивне елементе вертикалних производних структура.

2.3.4.4 Ограничавајући ресурси

Вектор ограничавајућих ресурса у матрици ограничења модела линеарног програмирања за оптимирање пољопривредне производње чине реална ограничења производње и пласмана. Ова ограничења у зависности од локације, могу се груписати у интерна и екстерна ограничења. Интерна ограничења производње су ограничења у оквиру пословног система који се моделира (капацитети, стална радна снага, земљиште, обртна средства). Екстерна ограничења производње су она која систему намеће окружење (могућности пласмана, обезбеђење сезонске радне снаге, кредита, набавке репроматеријала, итд.). Са аспекта самог карактера, ограничења производње се могу груписати у производна, биотехничка, финансијска и тржишна ограничења.

У *производна ограничења* спадају:

- земљиште,
- средства механизације,
- директна радна снага,
- стајски капацитети и
- капацитети за прераду.

У *биотехничка ограничења* спадају:

- потребе плодореда и плодосмене,
- потребе за крмним биљем, и
- репродукциона способност стада.

Финансијска ограничења производње чине:

- сопствена обртна средства,
- могућности кредитирања производње,
- сопствена инвестициона средства, и
- туђа средства за развој.

У групу *тржишних ограничења* спадају:

- могућности пласмана готових производа и
- могућности обезбеђења одређених врста репро-материјала, средстава за рад и сезонске радне снаге.

2.3.4.5 Функција критеријума оптималности

У условима тржишне економије, основно мерило ефективности производње представља *профит (добит)* односно разлика између вредности производње и укупних трошкова. Уврштавање добити у функцију критеријума оптималности у моделу линеарног програмирања није целисходно, због тога што се при одређивању ове обрачунске категорије морају узети у обзир и фиксни трошкови, који не задовољавају тражену линеарност кретања. Осим тога, уколико би се и елиминисали директни фиксни трошкови, остаје проблем расподеле варијабилног дела општих трошкова на поједине линије производње приликом утврђивања коефицијента у функцији критеријума.

У циљу превазилажења наведених проблема, као критеријум оптимирања у моделу линеарног програмирања користи се нето приход (у неким изворима бруто-финансијски резултат, бруто-нето приход, или маржа покрића) који представља теоријску економску категорију. Нето приход се дефинише као разлика између вредности производње и варијабилних трошкова. Како фиксни трошкови немају утицаја на одређивање оптималног плана производње, јер је њихова величина индиферентна у односу на промену структуре производње, нема сметњи за њихову елиминацију при утврђивању максималне ефективности. Свакако да ова констатација важи само у кратком интервалу посматрања, односно у току једног процеса производње, што у пољопривреди углавном одговара периоду годишњег (краткорочног) планирања. Дугорочно посматрано, односно посматрано са аспекта развоја система, долази до изражаја релативна фиксност, као карактеристика свих фактора производње, па се у том периоду сви трошкови могу третирати као варијабилни, те су, као такви, од утицаја на оптимално структуирање производње.

Када су у питању општи трошкови, које у највећем износу чине трошкови непроизводних функција и обавезе које пољопривредна организација издваја за заједничке и општедруштвене потребе (а који су најчешће буџетирани на годишњем нивоу) најцелисходнија је њихова елиминација, јер би свака њихова (у основи субјективна) расподела неоправдано довела до неједнаког економског положаја поједине линије производње. Имајући у виду наведено, нето приход се у моделу линеарног програмирања за оптимирање производње може одредити као разлика између вредности производње и директних варијабилних трошкова.

У зависности од тога који ће се директни варијабилни трошкови узети у обзир*, нето-приход,* као теоријска економска категорија, може бити једнако повољан индикатор за одређивање структуре производње која обезбеђује максимални доходак, односно максималну добит. Уколико се приликом утврђивања нето-прихода узму у обзир сви директни варијабилни трошкови, онда је утврђивање максималног нето-прихода индикатор максималне добити пољопривредне организације. Ако се од вредности производње одузму само директни варијабилни материјални трошкови, у том случају одређени нето-приход представља индикатор максималног дохотка.

Теоретски посматрано, максимални доходак не мора да обезбеђује максималну, па чак ни задовољавајућу добит пословног система. С обзиром на то да дефинисани модел првенствено респектује циљеве пословног система, а не циљеве шире друштвене заједнице, у њему је целисходније коришћење нето-прихода као индикатора максимирања укупне добити. Ово не важи за пољопривредна газдинства, код којих љихов сопствени рад није трошак, већ зарада – корист за власника. Због тога се код оптимирања производње на пољопривредним газдинствима нето приход користи као индикатор максимално дохотка газдинства.

Минимизирање трошкова, као могући критеријум оптимирања, не доприноси рационалном коришћењу расположивих фиксних фактора, нити је у функцији развоја, па је као такав, супротан критеријумима максималне ефективности. Због тога се минимизирање трошкова користи само изузетно, када се дефинисана структура и обим производње желе остварити уз минимум трошкова.

2.3.5 Формулисање математичког модела

Крајњи циљ моделирања производње сложеног пољопривредног система је дефинисање математичког модела, односно превођење стварних релевантних релација у посматраном објекту истраживања у скуп логичких релација дефинисаних математичким симболима. Поставка математичког модела представља основу за решавање дефинисаног проблема оптимирања структуре пољопривредне производње, применом егзактних математичких метода.

На овом месту биће презентиран општи математички модел за оптимирање структуре производње сложеног пољопривредног система, који обухвата све раније дефинисане елементе за утврђивање независно променљивих величина, матрице ограничавајућих услова и функцију критеријума.

У ком степену ће конкретни модел усвојити све наведене пара- метре за дефинисање независно променљивих величина, ограничавајућих услова и функције критеријума, зависиће од расположиве информационе основе, процене значаја појединих параметара од утицаја на независн променљиве величине и поједина ограничења, као и од конкретног циља оптимирања.

Такође, сама поставка математичког модела у конкретном случају зависиће и од постојеће организационе структуре система, у том смислу што се нека ограничења, која су у општем моделу постављена за систем у целини, могу у конкретном случају јавити као ограничења која се дефинишу на нивоима организационих подсистема.

а) Независно променљива величина (активност)

$$X_{ijkl} \geq 0 \qquad i = 1(1)m; \quad j = 1(1)n; \quad k=1(1)o; \quad l=1(1)p$$

X_{ijkl} = површина усева (број грла категорије стоке) "i", "j-те" сорте (расе), у условима производње (у условима држања) "k", у организационој јединици "l"

m = број линија производње

n = број сорти (раса) појединих линија производње

o = број различитих услова производње (типова земљишта, могућности наводњавања, начина држања стоке)

p = број организационих јединица система.

б) Ограничавајући услови

1) Ограничења земљишних и стајских капацитета

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} X_{ijkl} = A_{kl}$$

A_{kl} = расположива површина земљишта са датим условима производње "k", у организационој јединици "l" у хектарима, односно расположиви капацитет стајског објекта "k", у организационој јединици "l"

Максимални могући број ове врсте ограничења у моделу износи "o" пута "p".

2) Биотехничка ограничења

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ijkl} \leq c_i A_{kl}$$

c_i = коефицијент максималног учешћа усева X_i у "k"-тим условима производње у организационој јединици "l" с обзиром на захтеве плодореда и плодосмене.

3) Maksimalna (minimalna) ograničenja plasmana

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{0} \sum_{l=1}^{p} P_{ijkl} X_{ijkl} \gtrless P_i$$

P_i = максимално могућа (минимално потребна) количина производа "i" која се може пласирати на тржиште

P_{ijkl} = технички коефицијент, који означава принос усева "i", сорте "j", у условима производње "k" у организационој јединици "l".

4) Ограничења капацитета средстава механизације
која се користе само за једну линију производње

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{0} \sum_{l=1}^{p} s_{ijkl} X_{ijkl}^{t} \leq S_i^t$$

S_i^t = капацитет специфичног средства механизације које се користи у производњи усева Xi у периоду времена "t"

s_{ijkl}^t = технички коефицијент, који означава потребну количину рада специфичног средства механизације по јединици капацитета усева "i", сорте "j", у условима производње "k", у организационој јединици "l", у периоду времена "t".

5) Ограничења која повезују међузависне линије производње

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{0} \sum_{l=1}^{p} P_{(n-a)jkl} X_{(n-a)jkl} - \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{0} \sum_{l=1}^{p} P_{(n-b)jkl} X_{(n-b)jkl} = 0$$

$a>n; \quad b< n; \quad a \neq b$

$P_{(n-a)jkl}$ = технички коефицијент, који означава принос усев X(n-a), "j", у условима производње "k", у организационој јединици "l"

$c_{(n-b)jkl}$ = технички коефицијент, који означава потребну количину производа X(n-a), за јединицу капацитета линије производње X(n-b), сорте (расе) "j", у условима производње "k", у организационој јединици "l".

6) Ограничења директне радне снаге

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o}\sum_{l=1}^{p} r_{ijkl}^{t} X_{ijkl} \leq R^{t}$$

R^{t} = укупни расположиви фонд часова рада директних радника у периоду времена "t"

r_{ijkl}^{t} = технички коефицијент, који означава потребан број часова рада по јединици капацитета линије производње "i", сорте (расе) "j", у условима производње "k", у организационој једници "l", у периоду "t".

7) Ограничења погонских средстава механизације

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o}\sum_{l=1}^{p} s_{ijkl}^{tq} X_{ijkl} \leq S^{tq}$$

S^{tq} = укупни расположиви фонд часова рада категорије погонског средства механизације "q", у периоду времена "t"

s_{ijkl}^{tq} = технички коефицијент, који означава потребан број часова рада категорије погонског средства механизације "q", по јединици капацитета линије производње "i", сорте (расе) "j", у условима производње "k", у организационој јединици "l", у периоду "t"

ц) Функција критеријума оптималности

Максимална ефективност производње

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o}\sum_{l=1}^{p} np_{ijkl} X_{ijkl} = NP \rightarrow max$$

np_{ijkl} = планирани нето приход по јединици капацитета линије производње "i", сорте (расе) "j", у условима производње "k", у организационој јединици "l"

NP = максимални планирани нето приход сложеног пољопривредног система

2.3.6 Решавање модела

Само решавање модела ЛП, односно одређивање оптималне структуре производње која под датим ограничењима обезбеђује екстремну вредност (максимум или минимум) циљне функције спроводи се симплекс методом. У пракси се за решавање модела користи рачунарска техника (персонални рачунар) и одговарајући програмски пакет.Најчешће коришћен програмски пакет за решавање модела ЛП у нашој пракси је LINDO, који се користи за линеарно, целобројно и квадратно програмирање.Сваки програмски пакет има стриктно формализовану структуру за унос података.

Програмски пакет LINDO захтева прво уношење функције критеријума, при чему се приоритетно уноси индикатор екстремне вредности (MIN - за минимизирање, или MAX - за максимизирање циљне функције), а у наставку сама функција критеријума. По уношењу функције критеријума уноси се ознака "ST" (SUBJECT TO = под ограничењима), што означава почетак уношења ограничавајућих услова. Ознаке индикатора ограничења у матрици ограничавајућих услова; > или < у програмском пакету LINDO подразумевају: веће или једнако, односно, мање или једнако. По завршетку уношења ограничавајућих услова у последњи ред уноси се ознака "END", што означава завршетак уношења модела. Програмско решавање модела иницира се наредбом "SOLVE".

Решавањем унетог модела програмски пакет LINDO даје податке о:

- екстремној вредности циљне функције (минимуму, или максимуму),
- броју итерација (поступака) који је учињен до добијања оптималног решења, и
- вредности независно промењивих у моделу.

Поред ових елементарних података решавањем модела добијају се и елементи за постоптималну анализу добијеног решења.

2.3.7 Постоптимална анализа

Само оптимално решење структуре пољопривредне производње има квантитативни карактер. Квалитет добијеног оптималног решења одређује се у поступку постоптималне анализе. Под квалитетом оптималног решења подразумева се низ информација које говоре о могућности примене добијеног решења, практичним импликацијама које оно у себи носи, стварним ограничењима процеса производње, неискоришћеним производним потенцијалима, степену његове поузданости и границама у којима оно важи, те правцима даљег развоја пољопривредне производње. У том смислу, постоптимална анализа се може поделити у три дела.

У првом делу спроводи се анализа искоришћености појединих расположивих производних потенцијала и услова, односно анализа степена задовољења ограничавајућих ресурса дефинисаних у моделу. Овом анализом утврђују се стварна ограничења, као и неискоришћени производни потенцијали. Нарочито је значајна анализа степена искоришћености расположивог фонда часова рада директних радника и појединих категорија средстава механизације у појединим периодима радних врхова. Уколико су нека од ових ограничења у потпуности искоришћена, доводи се у питање могућност спровођења планираних радних операција у оптималном времену, а тиме и могућност реалне примене добијеног оптималног решења. Осим тога, утврђени планирани фонд часова рада радника и средстава механизације у неком периоду радних врхова представља значајан показатељ за оперативно планирање. Уколико постоје значајне резерве часова рада радника, или средстава механизације, то може да значи да је прецењен потребан број сезонских радника, или да постоје могућности за пружање услуга средствима механизације другим корисницима ван система.

Дугорочно посматрано, анализа степена искоришћености појединих категорија средстава механизације је значајни индикатор за стратешко планирање, односно оптимално пројектовање броја и структуре средстава механизације. У пољопривредним организацијама са добро пројектованом механизацијом и радном снагом, оптимална решења углавном задовољавају степен њиховог коришћења у периодима радних врхова. Уколико се ипак догоди да оптимално решење у потпуности искористи расположиве фондове рада радника и средстава механизације, потребно је испитати могућност ангажовања сезонске радне снаге, или услуга механизације "са стране."

Други и трећи део постоптималне анализе чини сензитивна анализа (анализа осетљивости) оптималног решења. Први део сензитивне анализе односи се на анализу осетљивости коефицијената у функцији критеријума. Ова анализа показује у којим границама се може кретати коефицијент функције критеријума, а да се не промени вредност независне променљиве у оптималном решењу, или за колико је потребно да се промени вредност коефицијента функције критеријума, па да се та активност уврсти у оптимално решење. С обзиром на то да у тренутку планирања нису познати економски елементи производње, већ да се они само процењују, сензитивна анализа коефицијената функције критеријума је индикатор степена поузданости оптималног решења.

Уколико су границе оптималности коефицијената шире, утолико је добијено решење поузданије, јер претпоставља већу могућност погрешне процене. Ова анализа такође указује и на линије производње које су једна другој конкурентне, јер доња граница осетљивости једне линије производње представља истовремено горњу границу друге линије производње. Анализа осетљивости ограничавајућих ресурса је значајна са аспекта развоја пољопривредне производње, јер даје информације о томе какве би промене у оптималној структури производње могле настати проширењем појединих капацитета (земљишних површина, система за наводњавање, стајских објеката, итд.). Дугорочно посматрано, ова врста постоптималне анализе је један од значајних индикатора за стратешко планирање производње, раста и развоја сложеног пољопривредног система уопште.

2.3.8 Имплементација

Последња фаза процеса оптималног планирања пољопривредне производње је имплементација, односно дефинисање и прихватање оптималног плана производње и његова реализација у пракси. Фаза имплементације оптималног планирања пољопривредне производње базира се на математичким решењима добијеног модела и резултатима постоптималне анализе. Овако добијена и анализирана математичка решења у фази имплементације подложна су ситним корекцијама - да би могла бити реално примењива. Нужност тих корекција проистиче из чињенице да логичким и математичким моделом нису могла бити обухваћена сва реална ограничења производње, што због величине самог модела, што због немогућности квантификације свих производних ограничења. Овим ограничењима, као што су на пример величине производних парцела, стање парцела по скидању претходног усева, територијални размештај производње крмног биља у непосредном окружењу сточарских објеката, погодност парцела за поједине усеве и слично, незнатно се коригују оптимална математичка решења, како би била примењива у конкретној ситуацији. Ова ситнија одступања од оптималних решења не би требало битније да утичу на економске ефекте оптималне структуре производње, а обезбеђују максималну могућност реализације планиране сетвене структуре, а тиме и структуре пољопривредне производње у целини.

Након усаглашавања оптималних математичких решења са неквантификованим реалним ограничењима, усваја се сетвени план и план производње, и на бази њега се састављају остали плански документи, као што су:

- план потреба семена, ђубрива и заштитних средстава,
- план потреба помоћног материјала,
- план утрошка и трошкова рада средстава механизације,
- план утрошка и трошкова радне снаге,
- планска калкулација ратарства,
- планске калкулације по производима,
- динамика натуралних и вредносних улагања рада и средстава по месецима и
- динамика прихода и трошкова по месецима (*CASH-FLOW*)

2.4 Решени задаци из линеарног програмирања

ЗАДАТАК 1.

У живинарској фарми, храна за коке носиље припрема се од три врсте хранива. Прва врста хранива садржи у јединици мере: 2 јединице беланчевина и 4 јединице скроба; друга врста хранива 3 јединице беланчевина и 2 јединице скроба, а трећа врста хранива 5 јединица беланчевина и 1 јединицу скроба.

Дневне потребе коке носиље су: 7 јединица беланчевина и 9 јединица скроба. При томе, концентрација беланчевина (количник утрошених беланчевина и скроба) не може бити мања од 80%.

Цене хранива су 25, 30, 35 динара за јединицу мере.

Оптимирати структуру дневног оброка.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 1.

1. Независна промењива:

X_i – врста хранива "i" у јединицама мере

i = 1(1) 3 – хранива i = 1 – прво храниво

i = 2 – друго храниво

i = 3 – треће храниво

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих услова:

a) Дневних потреба:

За беланчевинама $2X_1 + 3X_2 + 5X_3 \geq 7$ јединица

За скробом $4X_1 + 2X_2 + 1X_3 \geq 9$ јединица

b) Концентрација беланчевина:

$$\frac{2X1 + 3X2 + 5X3}{4X1 + 2X2 + 1X3} \geq 0{,}8$$

$2X_1 + 3X_2 + 5X_3 – 0{,}8\ (4X_1 + 2X_2 + 1X_3\ ) \geq 0$

$- 1{,}2X_1 + 1{,}4X_2 + 4{,}2X_3 \geq 0$

4. Функција критеријума оптималности:

Мининални трошкови хранива

25 din/j.m. $X_1 + 30X_2 + 35X_3\ = V$ (min)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 1:

MIN $25X_1 + 30X_2 + 35X_3$
SUBJECT TO
$2X_1 + 3X_2 + 5X_3 > 7$
$4X_1 + 2X_2 + 1X_3 > 9$
$1.4X_2 + 4.2X_3 - 1.2X_1 > 0$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 73.50000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	2.100000	0.000000
X2	0.000000	4.722222
X3	0.600000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.200000	0.000000
3)	0.000000	-8.166667
4)	0.000000	-6.388889

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	25.000000	12.142855	35.000000
X2	30.000000	INFINITY	4.722222
X3	35.000000	10.624997	28.750000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	7.000000	0.200000	INFINITY
3	9.000000	INFINITY	0.250000
4	0.000000	37.799999	0.200000

Коментар:

Минимални трошак дневног оброка за коке носиље износи 73,50 динара. Оптималну структуру дневног оброка чини 2,1 јединица мере првог и 0,6 јединица мере трећег хранива. Друго храниво није економски исплативо. Да би постало исплативо потребно је да његова цена буде нижа за више од 4,73 динара по јединици мере.

ЗАДАТАК 2.

У рибњаку за производњу рибље млађи храна за рибице се припрема од четири врсте хранива. Расположива хранива садрже:

ЕЛЕМЕНТИ ХРАНИВА	I	II	III	IV
Беланчевина (јединица)	1	2	3	1
Скробне вредности (јединица)	4	2	1	2
Цена 1 јединице (динара)	10	8	6	9

За рибице док су у узгајивалишту II треба израчунати потребну количину хране тако да буду задовољене биолошке потребе, а да трошкови исхране буду што је могуће мањи. Укупна потреба једне рибице у узгајивалишту II износи: 6 јединица беланчевина и 8 јединица скробне вредности, а концентрација беланчевина (количник утрошених беланчевина и скробне вредности) не може бити већа од 80%.

Сачинити за дати прорачун модел методом линеарног програмирања.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 2.

1. Независна променљива:

X_i – врста хранива "i" у јединицама мере

i = 1(1) 4 – хранива i = 1 – прво храниво

i = 2 – друго храниво

i = 3 – треће храниво

i = 4 – четврто храниво

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих услова:

а)Потребе рибица:

За беланчевинама $X_1 + 2X_2 + 3X_3 + X_4 \geq 6$ јединица

За скробом $4X_1 + 2X_2 + X_3 + 2X_4 \geq 8$ јединица

б) Концентрације беланчевина:

$$\frac{X1 + 2X2 + 3X3 + X4}{4X1 + 2X2 + X3 + 2X4} \leq 0{,}8$$

$X_1 + 2X_2 + 3X_3 + X_4 – 0,8\ (4X_1 + 2X_2 + X_3 + 2X_4) \leq 0$

$- 2,2X_1 + 0,4X_2 + 2,2X_3 – 0,6X_4 \leq 0$

4. Функција критеријума оптималности:

Минимални трошкови хранива

10 din/j.m. $X_1 + 8\ X_2 + 6\ X_3 + 9\ X_4 = V$ (min)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 2.

MIN $10X_1 + 8X_2 + 6X_3 + 9X_4$
SUBJECT TO
$X_1 + 2X_2 + 3X_3 + X_4 > 6$
$4X_1 + 2X_2 + X_3 + 2X_4 > 8$
$0.4X_2 + 2.2X_3 -0.6X_4 -2.2X_1 < 0$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 25.09091

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	1.636364	0.000000
X2	0.000000	1.090909
X3	1.454545	0.000000
X4	0.000000	3.363636

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-1.272727
3)	0.000000	-2.181818
4)	0.400000	0.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	10.000000	3.000000	8.000000
X2	8.000000	INFINITY	1.090909
X3	6.000000	2.000000	3.500000
X4	9.000000	INFINITY	3.363636

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	6.000000	0.400000	4.000000
3	8.000000	16.000000	0.500000
4	0.000000	INFINITY	0.400000

Коментар:

Минимални трошкови су 25,10 динара за рибице у узгајалишту II. Оптималну стуктуру оброка, која обезбеђује ове минималне трошкове чини 1,64 јединице хранива 1 и 1,45 јединица хранива 3.

ЗАДАТАК 3.

Фабрика пољопривредне опреме производи три врсте аутоматских појилица за говеда. Потражња за појединим врстама појилица је различита. Трговачка мрежа може да пласира у току године:

- појилица типа А најмање 10000 комада
- појилица типа Б највише 30000 комада
- појилица типа Ц од 7000 до 14000 комада

Поједина одељења погона за израду појилица под условом да раде тј. производе само један од три типа појилица, омогућавају следећи годишњи обим производње:

Одељење	Јединица мере	Појилица типа		
		А	Б	Ц
лимарско	kom	20000	12000	10000
браварско	kom	15000	10000	8000
електричарско	kom	12000	9000	9000

Годишњи капацитети радних часова појединих погона су: 6000, 6000 и 4800, респективно.
Према тржишним ценама обезбеђује се нето приход за поједини тип појилица у износу:
Тип А по 1 комаду 400 дин
Тип Б по 1 комаду 500 дин
Тип Ц по 1 комаду 350 дин

Форумулисати математички модел методом линеарног програмирања за утврђивање оптималне структуре производње.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 3.

1. Независна променљива:

X_i – годишња производња појилице типа "i" у комадима

i = 1(1) 3 – појилице   i = 1 – појилице типа А
i = 2 – појилице типа Б
i = 3 – појилице типа Ц

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

a) *Трговачке мреже:*

Појилице А - $X_1 \geq 10000$ kom

Појилице В - $X_2 \leq 30000$ kom

Појилице Ц - $X_3 \geq 7000$ kom

$X_3 \leq 14000$ kom

b) *Производних одељења:*

Лимарско:

А – 6000/20000 = 0,3 č.r. /kom; Б - 6000/12000 = 0,5; Ц- 6000/10000 = 0,6

$0{,}3$ č.r./kom X_1 kom $+ 0{,}5\ X_2 + 0{,}6\ X_3 \leq 6000$ č.r.

Браварско:

А – 6000/15000 = 0,4 č.r./kom; Б - 6000/10000 = 0,6; Ц- 6000/8000 = 0,75

$0{,}4$ č.r./kom X_1 (kom) $+ 0{,}6\ X_2 + 0{,}75\ X_3 \leq 6000$ č.r.

Електричарско:

А – 4800/12000 = 0,4 č.r./kom; Б - 4800/9000 = 0,53; Ц- 4800/9000 = 0,53

$0{,}4$ č.r./kom X_1 (kom) $+ 0{,}53X_2 + 0{,}53X_3 \leq 4800$ č.r.

4. Функција критеријума оптималности:

Максимални нето приход

400 din/kom $X_1 + 500X_2 + 350X_3 = Z$ (мах)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 3.

MAX $400X_1 + 500X_2 + 350X_3$
SUBJECT TO
$X_1 > 10000$
X2 < 30000
$X_3 > 7000$
$X_3 < 14000$
$0.3\ X_1 + 0.5X_2 + 0.6\ X_3 < 6000$
$0.4\ X_1 + 0.6X_2 + 0.75\ X_3 < 6000$
$0.4\ X_1 + 0.53X_2 + 0.53\ X_3 < 4800$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 1

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 4800000.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	12000.000000	0.000000
X2	0.000000	29.999971
X3	0.000000	179.999969

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	2000.000000	0.000000
3)	30000.000000	0.000000
4)	5000.000000	0.000000
5)	3000.000000	0.000000
6)	2400.000000	0.000000
7)	1200.000000	0.000000
8)	0.000000	1000.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	400.000000	INFINITY	22.641489
X2	500.000000	29.999971	INFINITY
X3	350.000000	179.999969	INFINITY

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	10000.000000	2000.000000	INFINITY
3	30000.000000	INFINITY	30000.000000
4	7000.000000	5000.000000	INFINITY
5	15000.000000	INFINITY	3000.000000
6	6000.000000	INFINITY	2400.000000
7	6000.000000	INFINITY	1200.000000
8	4800.000000	1200.000000	800.000000

Коментар:

Оптимална структура производње аутоматских појилица која обезбеђује максимални нето приход од 4800000 динара остварује се при годишњој производњи од 12000 комада појилица типа А. У лимарском и браварском одељењу постоје резерве капацитета (2400 односно 1200 часова рада). Уско грло производње је електричарско одељење, чији су капацитети у потпуности искоришћени.

ЗАДАТАК 4.

За сточарску фарму капацитета 5000 условних грла стоке планирају се следеће линије производње: крављe млеко, товна јунад, товне свиње и бројлери.

Плански технички нормативи за поједине категорије дати су у табели:

Нормативи Категорије	Потребна количина рада по категорији		
	Часова рада лаких трактора	Часова рада средњих трактора	Часова рада радника
Краве музаре	25	30	250
Товна јунад	20	20	80
Товне свиње	9	4	50
Бројлери	2	0,8	8

Расположиви капацитети износе: 30000 часова рада радника, 3800 часова рада лаких трактора и 5200 часова средњих трактора.

По једном условном грлу планира се просечан нето-приход и то: од производње млека 150000 дин, од товних јунади 30000 дин, од товних свиња 28000 дин и од бројлера 39000 динара.

Поставити модел линеарног програмирања за оптимирање сточарске производње ако 1 крава музара одговара 1 UG стоке, товно јуне одговара 0,8 UG стоке, товна свиња 0,2 UG стоке и бројлер 0,04 UG стоке.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 4.

I варијанта

1. Независна промењива:

X_i – број условних грла стоке категорије "i"

i = 1(1) 4 – врсте категорија стоке

i = 1 – краве музаре
i = 2 – товна јунад
i = 3 – товне свиње
i = 4 – бројлери

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Капацитета фарме

$X_1\,(UG) + X_2 + X_3 + X_4 \leq 5000$ UG *б) Лаких трактора*

25 č.r./grlo * 1 UG /grlo $X_1 + 20 * 1{,}25\ X_2 + 9 * 5\ X_3 + 2 * 25\ X_4 \leq$ 3800 č.r.

$25\ X_1 + 25\ X_2 + 40\ X_3 + 50\ X_4 \leq 3800$ č.r.

в) Средњих трактора

30 č.r./grlo * 1 UG/grlo $X_1 + 20 * 1{,}25\ X_2 + 4 * 5\ X_3 + 0{,}8 * 25\ X_4 \leq 5200$ č.r.

$30\ X_1 + 25\ X_2 + 20\ X_3 + 40\ X_4 \leq 5200$ č.r.

г) Радника

250 č.r./grlo * 1 UG/grlo $X_1 + 80 * 1{,}25\ X_2 + 50 * 5\ X_3 + 8 * 25\ X_4 \leq 30000$ č.r.

$250\ X_1 + 120\ X_2 + 150\ X_3 + 200\ X_4 \leq 30000$ č.r.

4. **Функција критеријума оптималности:**

Максимални нето приход

150000 din/UG $X_1 + 30000\ X_2 + 28000\ X_3 + 39000\ X_4 = Z$ (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 4.
(I варијанта)

MAX $150000X_1 + 30000\ X_2 + 28000\ X_3 + 39000\ X_4$
SUBJECT TO
$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 < 5000$
$25X_1 + 25X_2 + 40X_3 + 50X_4 < 3800$
$30X_1 + 25X_2 + 20X_3 + 40X_4 < 5200$
$250X_1 + 120X_2 + 150X_3 + 200X_4 < 30000$
END

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      1

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)     0.1800000E+08

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
        X1       120.000000          0.000000
        X2         0.000000      42000.000000
        X3         0.000000      62000.000000
        X4         0.000000      81000.000000

       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)     4880.000000          0.000000
```

3)	800.000000	0.000000
4)	1600.000000	0.000000
5)	0.000000	600.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	150000.000000	INFINITY	87500.000000
X2	30000.000000	42000.000000	INFINITY
X3	28000.000000	62000.000000	INFINITY
X4	39000.000000	81000.000000	INFINITY

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	5000.000000	INFINITY	4880.000000
3	3800.000000	INFINITY	800.000000
4	5200.000000	INFINITY	1600.000000
5	30000.000000	8000.000000	29999.998047

Коментар:

Оптималну структуру сточарске фарме, која обезбеђује максимални нето приход од 18000000 динара, обезбеђује производња млека од 120 условних грла музних крава. Да би ушле у оптималну структуру остале врсте и категорије стоке, неопходно је да се планирани нето приход по једном условном грлу повећа за: товна јунад – 42000 динара; товне свиње – 62000 динара и бројлери 81000 динара.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 4.

II варијанта

1. **Независна променљива:**

X_i – број грла стоке категорије “i”

i = 1(1) 4 – врсте категорија стоке

i = 1 – краве музаре

i = 2 – товна јунад

i = 3 – товне свиње

i = 4 – бројлери

2. **Услов ненегативности:** $X_i \geq 0$

3. **Матрица ограничавајућих фактора:**

а) Капацитета фарме

1 UG/grlo X_1(grlo) + 0,8 X_2 + 0,2 X_3 + 0,04 $X_4 \leq$ 5000 UG

б) Лаких трактора

25 č.r./grlo X_1(grlo) + 20 X_2 + 9 X_3 + 2 $X_4 \leq$ 3800 č.r.

в) Тешких трактора

30 č.r./grlo X_1(grlo) + 20 X_2 + 4 X_3 + 0,8 $X_4 \leq$ 5200 č.r.

г) Радника

250 č.r./grlo X_1(grlo) + 80 X_2 +50 X_3 + 8 $X_4 \leq$ 30000 č.r.

4. **Функција критеријума оптималности:**

Максимални нето приход

150000 din/UG * 1 UG/grlo X_1 + 30000 * 0,8 X_2 + 28000 * 0,2 X_3 + 39000 * 0,04 X_4 = Z (max)

150000 X_1 + 24000 X_2 + 5600 X_3 + 1560 X_4 = Z (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 4.
II варијанта

MAX 150000X_1 + 24000 X_2 + 5600 X_3 + 1560 X_4
SUBJECT TO
X_1 + 0.8 X_2 + 0.2 X_3 + 0.04 X_4 < 5000
25X_1+ 20X_2 + 9 X_3 + 2 X_4 < 3800
30X_1 + 20 X_2 + 4 X_3 + 0.8 X_4 < 5200
250X_1+ 80 X_2 +50 X_3 + 8 X_4 < 30000
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 1

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.1800000E+08

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	120.000000	0.000000

X2	0.000000	24000.000000
X3	0.000000	24400.000000
X4	0.000000	3240.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	4880.000000	0.000000
3)	800.000000	0.000000
4)	1600.000000	0.000000
5)	0.000000	600.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	150000.000000	INFINITY	74999.992188
X2	24000.000000	24000.000000	INFINITY
X3	5600.000000	24400.000000	INFINITY
X4	1560.000000	3240.000000	INFINITY

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	5000.000000	INFINITY	4880.000000
3	3800.000000	INFINITY	800.000000
4	5200.000000	INFINITY	1600.000000
5	30000.000000	8000.000000	29999.998047

Коментар:

Оптималну структуру сточарске фарме, која обезбеђује максимални нето приход од 18000000 динара, обезбеђује производња млека од 120 грла музних крава. Да би ушле у оптималну структуру остале врсте и категорије стоке, неопходно је да се планирани нето приход по једном грлу повећа за: товна јунад – 24000 динара; товне свиње – 24400 динара и бројлери 3240 динара.

ЗАДАТАК 5.

У фабрици пољопривредних машина треба отпочети са експерименталном производњом три врсте позиција (делова) за електромоторе, који су до сада увожени из иностранства. На основу претходних истраживања утврђени су утрошци материјала, рада и енергије за наведене изолаторе и то:

Елементи	**Јединица мере**	**Позиције електромотора**		
		А	**Б**	**Ц**
Материјал	kg/kom	1	2	3
Рад	č.r./kom	3	1	4
Енергија	kWh/kom	2	5	2

За производњу наведених позиција стоји на располагању 2000 килограма материјала, 2210 часова рада и 2340 kWh електричне енергије.
Познато је да могућност пласмана дела А није већа од укупне количине делова Б и Ц која се може пласирати на тржишту.
Како организовати производњу да се обезбеди максимална уштеда девиза кад се за 1 комад позиције (дела) А плаћало 8 \$, за 1 комад дела Б се плаћало 6 \$, а за 1 комад дела Ц се плаћало 4 \$ приликом увоза.
Формулисати математички модел методом линеарног програмирања.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 5.

1. Независна промењива:

X_i – део (позиција) електромотора "i", у комадима

i = 1(1) 3 – делови електромотора

i = 1 – део А
i = 2 – део Б
i = 3 – део Ц

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Ограничење материјала

$$1\ \text{kg/kom}\ X_1(\text{kom}) + 2\ \text{kg/kom}\ X_2(\text{kom}) + 3\ \text{kg/kom}\ X_3(\text{kom}) \leq 2000\ \text{kg}$$

б) Ограничење рада радника

3 č.r./kom X_1(kom) + 1 č.r./kom X_2(kom) + 4 č.r./kom X_3 (kom) $\leq$ 2210 č.r.

ц) Ограничење електричне енергије

2 kWh/kom X_1(kom) + 5 kWh/kom X_2 + 2 kWh/kom $X_3 \leq$ 2340 kWh

д) Ограничење пласмана

$X_1 \leq X_2 + X_3$

$X_1 - X_2 - X_3 \leq 0$

4. Функција критеријума оптималности:

Максимална уштеда девиза

8 \$/kom X_1(kom) + 6 \$/kom X_2 (kom) + 4 \$/kom X_3 (kom) = Z (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 5.

MAX $8X_1 + 6X_2 + 4X_3$
SUBJECT TO
$1X_1 + 2X_2 + 3X_3 < 2000$
$3X_1 + 1X_2 + 4X_3 < 2210$
$2X_1 + 5X_2 + 2X_3 < 2340$
$X_1 - X_2 - X_3 < 0$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 5420.606

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	413.636353	0.000000
X2	228.484848	0.000000
X3	185.151520	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	573.939392	0.000000
3)	0.000000	0.848485
4)	0.000000	1.515152
5)	0.000000	2.424242

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	8.000000	INFINITY	4.444445
X2	6.000000	7.000000	7.142857
X3	4.000000	6.153846	4.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	2000.000000	INFINITY	573.939392
3	2210.000000	1183.750000	872.857117
4	2340.000000	1527.500000	1077.142822
5	0.000000	470.000000	757.599976

Коментар:

Оптимална производња делова за електро-моторе која обезбеђује максималну уштеду девиза у износу од 5420 $ је следећа: 414 комада позиције (дела) електро-мотора А, 228 комада Б и 185 комада Ц.

ЗАДАТАК 6.

На залихама сточарске фарме има две врсте хранива:
I врста садржи: 20% мекиња, 30% брашна луцерке и 15% сувих репиних резанаца.
II врста садржи: 35% кукурузне прекрупе, 25% луцеркиног брашна и 30% сувих репиних резанаца.
Цена првог хранива је 12 динара по килограму, а другог 15 динара по килограму.
Употребом расположиве две врсте хранива потребно је саставити оброк који треба да садржи најмање 0,8 kg мекиња, 1,5 kg кукурузне прекрупе, 0,4 kg луцеркиног брашна и 0,5 kg сувих репиних резанаца.
Одредити количине хранива прве и друге врсте које треба употребити да би трошкови исхране били најнижи.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 6.

1. Независна променљива:

X_i – количина хранива “i”, у килограмима
i = 1(1) 2 – врсте хранива

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Ограничење мекиња

$$0{,}2\ X_1(\text{kg}) \geq 0{,}8\ \text{kg}$$

б) Ограничење кукурузне прекрупе

$$0{,}35\ X_2\,(\text{kg}) \geq 1{,}5\ \text{kg}$$

ц) Ограничење луцеркиног брашна

$$0{,}3\ X_1(\text{kg}) + 0{,}25\ X_2 \geq 0{,}4\ \text{kg}$$

д) Ограничење сувих репиних резанаца

$$0{,}15\ X_1(\text{kg}) + 0{,}30\ X_2 \geq 0{,}5\ \text{kg}$$

4. Функција критеријума оптималности:

Минимални трошкови оброка

$$12\ \text{din/kg}\ X_1(\text{kg}) + 15\ X_2 = V\ (\text{min})$$

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 6.

MIN $12X_1 + 15X_2$
SUBJECT TO
$0.2X_1 > 0.8$
$0.35X_2 > 1.8$
$0.3X_1 + 0.25X_2 > 0.4$
$0.15X_1 + 0.30X_2 > 0.5$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 125.1429

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	4.000000	0.000000
X2	5.142857	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-60.000000
3)	0.000000	-42.857143
4)	2.085714	0.000000
5)	1.642857	0.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	12.000000	INFINITY	12.000000
X2	15.000000	INFINITY	15.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	0.800000	INFINITY	0.800000
3	1.800000	INFINITY	1.800000
4	0.400000	2.085714	INFINITY
5	0.500000	1.642857	INFINITY

Коментар:

Оптималну структуру оброке за сточарску фарму чини 4 kg хранива прве и 5,14 kg хранива друге врсте. При тој структури остварују се минимални трошкови дневног оброка у износу од 125,14 динара.

ЗАДАТАК 7.

Пољопривредно предузеће треба да организује производњу поврћа на максималној површини од 80 хектара, при чему треба да обезбеди потребне сировине за рад фабрике за производњу салате за поврће. У структури треба да буде заступљено шест култура: парадајз, паприка, краставац, купус, лук и мрква.
Капацитет фабрике у сезони је 2000 t, док је минимално коришћење капацитета 80%.
Приноси појединих култура и приходи по тони представљени су следећом табелом:

Културе	Принос (t/ha)	Приход (din/t)
парадајз	20	5000
паприка	50	3000
краставац	50	4000
купус	60	1500
лук	25	1800
мрква	20	2500

Пољопривредно предузеће треба да произведе:

- парадајза мин. 300 тона
- паприке мин. 200 тона
- краставаца мин. 100 тона
- купуса мин. 30 тона
- мркве мах. 420 тона
- лук мин 50 тона

Формулисати математички модел ЛП тако да се оствари максимални приход.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 7.

1. Независна промењлива:

X_i – површина поврћа "i" у хектарима
i = 1(1) 6 – врсте поврћа

i = 1 – парадајз   i = 4 – купус
i = 2 – паприка   i = 5 – лук
i = 3 – краставац   i = 6 – мрква

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Ограничење земљишта

X_1 (ha) + $X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 80$ ha

б) Ограничење капацитета фабрике

20 t/ha X_1 (ha) + $50X_2 + 50X_3 + 60X_4 + 25\ X_5 + 20\ X_6 \geq 20000$ t * 0,8 $\geq$ 1600 t

$20\ X_1 + 50\ X_2 + 50\ X_3 + 60\ X_4\ + 25\ X_5 + 20\ X_6 \leq 2000$ t

ц) Ограничење пласмана

20 t/ha X_1 (ha) $\geq$ 300t	$60\ X_4 \geq\ 30$ t
$50\ X_2 \geq 200$ t	$25\ X_5 \geq\ 50$ t
$50\ X_3 \geq 100$ t	$20\ X_6 \leq 420$ t

4.Функција критеријума:

Максимални укупан приход

20 t/ha * 5000 din/t * X_1(ha) + 50 * 3000 X_2 + 50 * 4000 X_3 + 60 * 1500 X_4 + 25 * 1800X_5 + 20 * 2500X_6 = Z (max)

$100000\ X_1 + 150000\ X_2 + 200000\ X_3 + 90000\ X_4 + 45000\ X_5 + 50000\ X_6 = Z$ (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 7.

MAX $100000X_1 + 150000X_2 + 200000X_3 + 90000X_4 + 45000X_5 + 50000X_6$
SUBJECT TO
$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 80$
$20X_1 + 50X_2 + 50X_3 + 60X_4 + 25X_5 + 20X_6 > 1600$
$20X_1 + 50X_2 + 50X_3 + 60X_4 + 25X_5 + 20X_6 < 2000$
$20X_1 < 300$
$50X_2 > 200$
$50X_3 > 100$
$60X_4 > 30$
$25X_5 > 50$
$20X_6 < 420$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 10

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 5360000.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	15.000000	0.000000
X2	4.000000	0.000000
X3	2.500000	0.000000
X4	0.500000	0.000000
X5	37.000000	0.000000
X6	21.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-110000.000000
3)	400.000000	0.000000
4)	0.000000	6200.000000
5)	0.000000	4300.000000
6)	0.000000	-1000.000000
7)	25.000000	0.000000
8)	0.000000	-2866.666748
9)	875.000000	0.000000
10)	0.000000	1800.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	100000.000000	INFINITY	86000.000000
X2	150000.000000	50000.000000	INFINITY
X3	200000.000000	INFINITY	50000.000000
X4	90000.000000	172000.000000	INFINITY
X5	45000.000000	30000.000000	INFINITY
X6	50000.000000	INFINITY	36000.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	80.000000	0.500000	17.500000
3	1600.000000	400.000000	INFINITY
4	2000.000000	875.000000	12.500000
5	300.000000	583.333313	50.000000
6	200.000000	25.000000	200.000000
7	100.000000	25.000000	INFINITY
8	30.000000	21.428572	29.999998
9	50.000000	875.000000	INFINITY
10	420.000000	583.333313	50.000000

Коментар:

Оптимална структура производње поврћа која обезбеђује максимални нето приход фабрике за производњу салате у износу од 5360000 динара је следећа:

- парадајза 15 ha
- паприке 4 ha
- краставца 2,5 ha
- купуса 0,5 ha
- лука 37 ha и
- мркве 21 ha.

Капацитет фабрике у сезони је максимално искоришћен.

ЗАДАТАК 8.

Фабрика за прераду поврћа производи 4 врсте конзерви, А, Б, Ц, Д, које треба да испоручи у минималним количинама од 2500, 3000, 2600 и 3500 тона респективно. Свака врста конзерви мора да прође кроз обраду на две врсте машина, а може се производити по двема технологијама.
За један час рада на појединим машинама могуће је произвести следеће количине тона конзерви:

Врсте конзерви	А		Б		Ц		Д		Капацитет (часова рада)
Технологије	Т1	Т2	Т1	Т2	Т1	Т2	Т1	Т2	
МАШИНА 1	1,8	2,3	1,9	2,3	2,1	1,9	2,5	2,1	18000
МАШИНА 2	2,2	2,1	2,0	1,9	2,2	1,8	2,3	2,3	20000
Трошкови (din/č.r.)	150	120	120	160	140	150	100	110	-

Формулисати модел линеарног програмирања, тако да трошкови производње буду минимални за дате услове.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 8.

1. **Независна промењива:**

X_{ij} – конзерве врсте "i", произведене по технологији "j" у тонама

i = 1(1) 4 – врсте конзерви
j = 1(1) 2 – технологије производње

2. **Услов ненегативности:** $X_{ij} \geq 0$

3. **Матрица ограничавајућих услова:**

   а) Минималне колоичине:

$X_{11}\,(t) + X_{12} \geq 2500$ t
$X_{21} + X_{22} \geq 3000$ t
$X_{31} + X_{32} \geq 2600$ t
$X_{41} + X_{42} \geq 3500$ t

   б) Капацитети машина:

I машина:

$$\frac{1}{1{,}8}\,\frac{č.r.}{t}\,X_{11}\,(t) + \frac{1}{2{,}3}\,X_{12} + \frac{1}{1{,}9}\,X_{21} + \frac{1}{2{,}3}\,X_{22} + \frac{1}{2{,}1}\,X_{31} + \frac{1}{1{,}9}\,X_{32} + \frac{1}{2{,}5}\,X_{41} + \frac{1}{2{,}1}\,X_{42} \leq 18.000 \text{ č.r.}$$

$$0{,}56X_{11} + 0{,}43X_{12} + 0{,}53X_{21} + 0{,}43X_{22} + 0{,}4\,X_{31} + 0{,}53X_{32} + 0{,}4X_{41} + 0{,}48X_{42} \leq 18.000 \text{ č.r.}$$

II машина:

$\frac{1}{2,2}\,\frac{\text{č.r.}}{t}\,X_{11}\,(t) + \frac{1}{2,1}\,X_{12} + \frac{1}{2,0}\,X_{21} + \frac{1}{1,9}\,X_{22} + \frac{1}{2,2}\,X_{31} + \frac{1}{1,8}\,X_{32} + \frac{1}{2,3}\,X_{41} + \frac{1}{2,3}\,X_{42} \leq 20.000$ č.r.

$0{,}45X_{11} + 0{,}48X_{12} + 0{,}5X_{21} + 0{,}53X_{22} + 0{,}45X_{31} + 0{,}56X_{32} + 0{,}43X_{41} + 0{,}43X_{42} \leq 20.000$ č.r.

4. **Функција критеријума оптималности**:

Минимални трошкови производње

$150\,\frac{din}{\check{c}.r.}\,(0{,}56\,\frac{\check{c}.r.}{t} + 0{,}45\,\frac{\check{c}.r.}{t})\,X_{11}\,(t) + 120\,(0{,}43{+}0{,}48)\,X_{12} + 120\,(0{,}53 + 0{,}5)\,X_{21} + 160\,(0{,}43 + + 0{,}53)\,X_{22} + 140\,(0{,}48 + 0{,}45)\,X_{31} + 150\,(0{,}53 + 0{,}56)\,X_{32} + 100\,(0{,}4 + 0{,}43)\,X_{41} + 110\,(0{,}48 + 0{,}43)\,X_{42} = V(min)$

$151{,}5\,X_{11}(t) + 109{,}2\,X_{12} + 123{,}6\,X_{21} + 153{,}6\,X_{22} + 130{,}2\,X_{31} + 163{,}5\,X_{32} + 83\,X_{41} + 100{,}1\,X_{42} = V(min)$

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 8.

MIN $151X_{11} + 115X_{12} + 124X_{21} + 154X_{22} + 130X_{31} + 163X_{32} + 83X_{41} + 100X_{42}$
SUBJECT TO
$X_{11} + X_{12} > 2500$
$X_{21} + X_{22} > 3000$
$X_{31} + X_{32} > 2600$
$X_{41} + X_{42} > 3500$
$0.56X_{11} + 0.43X_{12} + 0.53X_{21} + 0.43X_{22} + 0.48X_{31} + 0.53X_{32} + 0.4X_{41} + 0.48X_{42} < 18000$
$0.45X_{11} + 0.48X_{12} + 0.5X_{21} + 0.53X_{22} + 0.45X_{31} + 0.56X_{32} + 0.43X_{41} + 0.43X_{42} < 20000$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 4

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 1288000.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	0.000000	1697.000000
X12	2500.000000	0.000000
X21	3000.000000	0.000000
X22	0.000000	30.000000
X31	2600.000000	0.000000
X32	0.000000	33.000000
X41	3500.000000	0.000000
X42	0.000000	17.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-115.000000
3)	0.000000	-124.000000
4)	0.000000	-130.000000
5)	0.000000	-83.000000
6)	12687.000000	0.000000
7)	14625.000000	0.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	1812.000000	INFINITY	1697.000000
X12	115.000000	1697.000000	115.000000
X21	124.000000	30.000000	124.000000
X22	154.000000	INFINITY	30.000000
X31	130.000000	33.000000	130.000000
X32	163.000000	INFINITY	33.000000
X41	83.000000	17.000000	83.000000
X42	100.000000	INFINITY	17.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	2500.000000	29504.650391	2500.000000
3	3000.000000	23937.736328	3000.000000
4	2600.000000	26431.250000	2600.000000
5	3500.000000	31717.500000	3500.000000
6	18000.000000	INFINITY	12687.000000
7	20000.000000	INFINITY	14625.000000

Коментар:

Оптимални програм фабрике за прераду поврћа који обезбеђује минималне трошкове производње, који износе 1288000 динара, чини следећа структура производње конзерви:

- 2500 конзерви врсте А производи се по другој технологији;
- 3000 конзерви врсте Б производи се по првој технологији;
- 2600 конзерви врсте Ц производи се по првој технологији;
- 3500 конзерви врсте Д производи се по првој технологији;

ЗАДАТАК 9.

Једно сељачко газдинство располаже са три парцеле величине 12, 9 и 6 хектара. У обзир за сетву у наредној производној години долазе: пшеница, кукуруз, шећерна репа и соја. На основу вишегодишње евиденције утврђени су просечни приноси на појединим парцелама. Они су дати у тонама по хектару у следећој табели:

Парцеле/усеви	Пшеница	Кукуруз	Шећерна репа	Соја
I парцела	6,2	8,5	45,5	2,3
II парцела	6,0	8,2	44,0	2,4
III парцела	5,9	8,1	41,0	3,2

Директни трошкови производње (материјал и услуге механизације) процењују се на: 40000 din/ha код пшенице, 55000 код кукуруза, 125000 код шећерне репе и 45000 код соје.

Планиране продајне цене су: пшенице 10 din/kg, кукуруза 8 din/kg, шећерне репе 3,50 din/kg и соје 25 din/kg.

Са шећераном је закључен уговор о сетви 8 хектара шећерне репе, а са сојаром испопрука минимално 10 тона соје.

Оптимирати сетвену структуру.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 9.

1. **Независна промењива:**

X_{ij} – површина усева “i” на парцели “j” у хектарима

i = 1(1) 4 - усеви — i = 1 - пшеница
i = 2 - кукуруз
i = 3 - шећерна репа
i = 4 - соја

j = 1(1) 3 – парцеле

2. **Услов ненегативности:** $X_{ij} \geq 0$
3. **Матрица ограничавајућих услова:**

а) Ограничење површине парцела:

I парцела $X_{11}+X_{21}+X_{31}+X_{41} = 12$ ha

II парцела $X_{12}+X_{22}+X_{32}+X_{42} = 9$ ha

III парцела $X_{13}+X_{23}+X_{33}+X_{43} = 6$ ha *b) Ограничење пласмана:*

шећерне репе X_{31} (ha) + X_{32}+X_{33} = 8 ha

соје 2,3 $\frac{t}{ha}$ X_{41} (ha) + 2,4X_{42}+3,2X_{43} = 10 t

4. Функција критеријума оптималности:

Максимални нето приход

(10000 $\frac{din}{t}$ * 6,2 $\frac{t}{ha}$ - 40000 $\frac{din}{ha}$) X_{11} + (10000 * 6,0 - 40000) X_{12} + (10000 * 5,9 - 40000) X_{13} + (8000 * 8,5 - 55000) X_{21} + (8000 * 8,2 - 55000) X_{22} + (8000 * 8,1 - 55000) X_{23} + (3500 * 45,5 - 125000) X_{31} + (3500 * 44,0 - 125000) X_{32} + (3500 * 41,0 - 125000) X_{33} + (25000 * 2,3 - 45000) X_{41} + (25000 * 2,4 - 45000) X_{42} + (25000 * 3,2 - 45000) X_{43} = Z (max)

22000 din X_{11} + 20000X_{12} + 19000 X_{13} + 13000X_{21} + 10600X_{22} + 9800 X_{23} + 34250 X_{31} + 29000 X_{32} + 18500 X_{33} + 125000 X_{41} + 15000 X_{42} + 35000 X_{43} = Z (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 9.

MAX 22000X_{11}+20000X_{12}+19000X_{13}+13000X_{21}+10600X_{22}+9800X_{23}+34250X_{31}+ 29000X_{32}+18500X_{33}+12500X_{41}+15000X_{42}+35000X_{43}
SUBJECT TO
X_{11}+X_{21}+X_{31}+X_{41} = 12
X_{12}+X_{22}+X_{32}+X_{42} = 9
X_{13}+X_{23}+X_{33}+X_{43} = 6
X_{31}+ X_{32}+X_{33} = 8
2.3X_{41}+2.4X_{42}+3.2X_{43} = 10
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 706000.0

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	4.000000	0.000000
X12	9.000000	0.000000
X13	2.875000	0.000000
X21	0.000000	9000.000000
X22	0.000000	9400.000000
X23	0.000000	9200.000000

X31	8.000000	0.000000
X32	0.000000	3250.000000
X33	0.000000	12750.000000
X41	0.000000	21000.000000
X42	0.000000	17000.000000
X43	3.125000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	22000.000000
3)	0.000000	20000.000000
4)	0.000000	19000.000000
5)	0.000000	12250.000000
6)	0.000000	5000.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	22000.000000	3250.000000	9000.000000
X12	20000.000000	INFINITY	3250.000000
X13	19000.000000	22666.666016	9200.000000
X21	13000.000000	9000.000000	INFINITY
X22	10600.000000	9400.000000	INFINITY
X23	9800.000000	9200.000000	INFINITY
X31	34250.000000	INFINITY	3250.000000
X32	29000.000000	3250.000000	INFINITY
X33	18500.000000	12750.000000	INFINITY
X41	12500.000000	21000.000000	INFINITY
X42	15000.000000	17000.000000	INFINITY
X43	35000.000000	INFINITY	22666.666016

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	12.000000	INFINITY	4.000000
3	9.000000	INFINITY	9.000000
4	6.000000	INFINITY	2.875000
5	8.000000	4.000000	8.000000
6	10.000000	9.200000	10.000000

Коментар:

Оптимална структура производње на сељачком газдинству обезбеђује максималан нето приход од 706000 динара, при следећој структури производње: пшеница се гаји на 4 ha на првој парцели, 9 ha на другој парцели и 2,875 ha на трећој парцели. Кукуруз не улази у сетвену структуру, шећерна репа се гаји на 8 ha на првој парцели, а соја на 3,125 ha на трећој парцели.

ЗАДАТАК 10.

Млекара производи 6 врста млечних напитака. Ситуација на тржишту показује да су прва и трећа врста напитака супститабилне, а укупна количина ових напитака, која се може продати износи до 40% промета свих врста напитака.

Друга, четврта и пета врста млечних напитака су међусобно супститабилне, а укупна потрошња ова три напитка износи до 35% целокупног промета свих врста напитака. Шеста врста напитка није супститабилна, а може се пласирати у количини која чини 25% целокупног промета напитка.

Уско грло производње представља одељење за паковање напитака. Време паковања 1 литре појединих врста напитака износи 0,3; 0,2; 0,4; 0,1; 0,5; и 0,2 минута респективно.
Расположиви капацитети за паковање напитака прве, друге, треће и четврте врсте износи 2400 часова, а за производе пете и шесте врсте 1600 часова годишње.

Профит код појединих врста млечних напитака износи 10, 20, 15, 10, 10 и 20 % од малопродајних цена које су за 1 литар напитка следеће: 36; 40; 50; 40; 45 и 30 динара.
Треба поставити производни план методом линеарног програмирања тако да некурентних производа не буде и да се обезбеди највећи могући профит.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 10.

1. **Независна промењива:**

X_i – млечни напитак "i" у литрама

i = 1(1) 6 – врсте млечних напитака

2. **Услов ненегативности:** $X_i \geq 0$

3. **Матрица ограничавајућих услова:**

а) Пласмана:

$X_1 + X_3 = 0{,}4\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6)$

$0{,}6X_1 – 0{,}4\ X_2 + 0{,}6X_3 – 0{,}4X_4 – 0{,}4X_5 – 0{,}4X_6 = 0$

$X_2 + X_4 + X_5 = 0{,}35\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6)$

$-0{,}35X_1 + 0{,}65\ X_2 - 0{,}35\ X_3 + 0{,}65X_4 + 0{,}65X_5 – 0{,}35X_6 = 0$

$X_6 = 0{,}25\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6)$

$0{,}75X_6 - 0{,}25X_1 – 0{,}25X_2 – 0{,}25X_3 – 0{,}25X_4 – 0{,}25X_5 = 0$

б) Паковања:

I линија – $0{,}3$ min/l X_1(l) $+0{,}2X_2 + 0{,}4X_3 + 0{,}1X_4 \le 2400$ h * 60 min/h $\le$ 144000 min

II линија – $0{,}5$ min/l X_5(l) $+0{,}2X_6 \le 2600$ h * 60 min/h $\le$ 96000 min

4. **Функција критеријума оптималности**:

Максимални профит

$$36\ \text{din/l} * 0{,}1X_1 + 40 * 0{,}2X_2 + 50 * 0{,}15X_3 + 40 * 0{,}1X_4 + 45 * 0{,}1X_5 + 30 * 0{,}2X_6 = Z\ (\max)$$

$$3{,}6\ \text{din/l}X_1 + 8X_2 + 7{,}5X_3 + 4X_4 + 4{,}5X_5 + 6X_6 = Z\ (\max)$$

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 10.

MAX $3.6X_1 + 8\ X_2 + 7.5\ X_3 + 4X_4 + 4.5\ X_5 + 6X_6$
SUBJECT TO
$0.6X_1 – 0.4\ X_2 + 0.6\ X_3 – 0.4X_4 – 0.4X_5 – 0.4X_6 < 0$
$0.65\ X_2 - 0.35\ X_3 + 0.65X_4 + 0.65X_5 – 0.35X_6 - 0.35X_1 < 0$
$0.75X_6 - 0.25X_1 - 0.25X_2 – 0.25X_3 – 0.25X_4 -0.25X_5 < 0$
$0.3X_1 +0.2X_2 + 0.3X_3 + 0.1X_4 < 144000$
$0.5X_5 +0.2X_6 < 96000$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 8

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 5972572.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	3.900001
X2	198857.140625	0.000000
X3	347428.562500	0.000000
X4	0.000000	0.357143
X5	105142.859375	0.000000
X6	217142.859375	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	4.142857
4)	0.000000	7.914286
5)	0.000000	36.428570
6)	0.000000	7.571429

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	3.600000	3.900000	INFINITY
X2	8.000000	6.625000	0.454545
X3	7.500000	1.874998	3.900000
X4	4.000000	0.357143	INFINITY
X5	4.500000	15.679244	4.184211
X6	6.000000	2.999997	6.271698

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	0.000000	INFINITY	0.000000
3	0.000000	429176.468750	0.000000
4	0.000000	208301.875000	0.000000
5	144000.000000	220800.000000	92800.000000
6	96000.000000	173999.984375	58105.265625

Коментар:

Оптимални план производње млекаре обезбеђује максимални профит од 5972572 динара, а остварује се при следећој структури производње: 198.857 литара напитка друге врсте, 347428 литара напитка треће врсте, 105142 литара напитка пете врсте и 217143 литара напитка шесте врсте.

ЗАДАТАК 11.

Фабрика за прераду воћа производи 4 врсте готових јела: А, Б, В и Г које треба да испоручи у минималним количинама од 2500, 3000, 2600 и 1500 тона респективно.
Свако готово јело мора да прође кроз обраду на две врсте машина, а може се производити по основу две технологије: T_1 и T_2.
За производњу једне тоне готових јела, на појединим машинама потребно је утрошити следећи број часова рада:

Врсте конзерви Технологије	А		Б		В		Г		Капацитет (часова рада)
	T_1	T_2	T_1	T_2	T_1	T_2	T_1	T_2	
МАШИНА 1	1,8	2,3	1,9	2,3	2,1	1,9	2,5	2,1	18000
МАШИНА 2	2,2	2,1	2,0	1,9	2,2	1,8	2,3	2,3	20000
Трошкови (din/t)	150	120	120	160	140	150	100	110	-

Формулисати модел линеарног програмирања, тако да трошкови производње буду минимални за дате услове.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 11:

1. **Независна промењива:**

X_{ij} – готова јела врсте "i", произведена по технологији "j" у тонама

$i = 1(1)\,4$ – врсте готових јела

$j = 1(1)\,2$ – технологије производње

2. **Услов ненегативности:** $X_{ij} \geq 0$

3. **Матрица ограничавајућих услова:**

а) Минималне количине

$X_{11} + X_{12} \geq 2500$ t

$X_{21} + X_{22} \geq 3000$ t

$X_{31} + X_{32} \geq 2600$ t

$X_{41} + X_{42} \geq 1500$ t

б) Капацитети машина

I машина

$1{,}8$ č. r./t $X_{11}(t) + 2{,}3X_{12} + 1{,}9X_{21} + 2{,}3X_{22} + 2{,}1X_{31} + 1{,}9X_{32} + 2{,}5X_{41} + 2{,}1X_{42} \leq 18000$ č. r.

II машина

$2{,}2$ č. r./t $X_{11}(t) + 2{,}1X_{12} + 2{,}0X_{2} + 1{,}9X_{22} + 2{,}2X_{31} + 1{,}8X_{32} + 2{,}3X_{41} + 2{,}3X_{42} \leq 20000$ č. r.

4. **Функција критеријума оптималности:**

Минимални трошкови производње

150 din/t $X_{11}(t) + 120\ X_{12} + 120X_{21} + 160X_{22} + 140X_{31} + 150X_{32} + 100X_{41} + 110X_{42} = V$ (min)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 11.

MIN $150X_{11} + 120\ X_{12} + 120X_{21} + 160\ X_{22} + 140\ X_{31} + 150\ X_{32} + 100\ X_{41} + 110\ X_{42}$
SUBJECT TO
$X_{11} + X_{12} > 2500$
$X_{21} + X_{22} > 2000$
$X_{31} + X_{32} > 2600$
$X_{41} + X_{42} > 1500$
$1.8X_{11} + 2.3X_{12} + 1.9X_{21} + 2.3X_{22} + 2.1X_{31} + 1.9X_{32} + 2.5X_{41} + 2.1X_{42} < 18000$
$2.2X_{11} + 2.1X_{12} + 2.0X_{21} + 1.9X_{22} + 2.2X_{31} + 1.8X_{32} + 2.3X_{41} + 2.3X_{42} < 20000$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 6

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 1077000.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	0.000000	4.999998
X12	2500.000000	0.000000
X21	2000.000000	0.000000
X22	0.000000	59.999996
X31	1800.000000	0.000000
X32	800.000000	0.000000
X41	0.000000	10.000000
X42	1500.000000	0.000000

ROW SLACK OR SURPLUS DUAL PRICES

2)	0.000000	-235.000000
3)	0.000000	-215.000000
4)	0.000000	-245.000000
5)	0.000000	-215.000000
6)	0.000000	50.000000
7)	1900.000000	0.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	150.000000	INFINITY	4.999998
X12	120.000000	5.000000	235.000000
X21	120.000000	60.000000	215.000000
X22	160.000000	INFINITY	59.999996
X31	140.000000	5.000000	2.000000
X32	150.000000	2.000000	5.000000
X41	100.000000	INFINITY	10.000000
X42	110.000000	10.000000	215.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	2500.000000	156.521744	69.565216
3	2000.000000	189.473679	84.210526
4	2600.000000	189.473679	76.190475
5	1500.000000	171.428574	76.190475
6	18000.000000	160.000000	360.000000
7	20000.000000	INFINITY	1900.000000

Коментар:

Оптимална структура производње готових јела у фабрици за прераду воћа, која обезбеђује минималне трошкове у износу од 1077000 динара постиже се при следећој производњи:

- 2500 готових јела А произведених по другој технологији;
- 2000 готових јела Б произведених по првој технологији;
- 1800 готових јела Ц произведених по првој технологији;
- 800 готових јела Ц произведених по другој технологији;
- 1500 готових јела Д произведених по другој технологији;

ЗАДАТАК 12.

Млин за производњу брашна производи три врсте брашна (Т-400, Т-500 и Т-800) на пет линија производње. На првој и другој линији могуће је производити сва три типа брашна, на трећој и четвртој линији производе се само Т-500 и Т-800, а на петој линији само тип Т-400.

Капацитети линија износе 70000, 60000, 40000, 60000 и 55000 тона респективно. За поједине типове различито је време производње: Т-400 = 0,4 часа по 1 тони; Т-500 = 0,3 часа по 1 тони и Т - 800 = 0,2 часа по 1 тони. Расположиви фонд часова рада појединих линија износи: I линије 4000 часова; II линије 22000 часова; III линије 12000 часова; IV линије 4000 часова и V линије 22000 часова.

Уговорене количине износе 70000, 50000 и 50000 тона, респективно. Потребна енергија за рад појединих линија износи 0,01; 0,02; 0,03; 0,05 и 0,025 kWh/kg респективно, а млин располаже са 4,5 милиона kWh. Трошкови производње по једној тони износе: 10000 динара на првој, 7500 динара на другој, 8500 динара на трећој, 8000 динара на четвртој и 9000 динара на петој линији.

Формулисати математички модел методом ЛП ако је циљ минимизација трошкова производње.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 12.

1. **Независна променљива:**

X_{ij} – количина брашна типа “i”, произведеног на линији производње “j” у тонама

i = 1(1) 3 – тип брашна i = 1 - Т – 400; i = 2 - Т – 500; i = 3 - Т – 800;

j = 1(1) 5 – производна линија

2. **Услов ненегативности:** $X_{ij} \geq 0$

3. **Матрица ограничавајућих услова:**

а) Капицет производних линија

$X_{11} + X_{21} + X_{31} \leq 70000$ t

$X_{12} + X_{22} + X_{32} \leq 60000$ t

$X_{23} + X_{33} \leq 40000$ t

$X_{24} + X_{34} \leq 60000$ t

$X_{15} \leq 55000$ t

б) Капацитети часова рада радника

0,4 č.r./t X_{11}(t) + 0,3X_{21} + 0,2X_{31} $\leq$ 4000 č. r.

0,4X_{12} + 0,3X_{22} + 0,2X_{32} $\leq$ 22000 č. r.

0,3X_{23} + 0,2X_{33} $\leq$ 12000 č. r.

0,3X_{24} + 0,2X_{34} $\leq$ 4000 č. r.

0,4X_{15} $\leq$ 22000 č. r.

в) Уговорене количине

$X_{11} + X_{12} + X_{15} = 70000$ t

$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = 50000$ t

$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = 50000$ t

г) Енергија

10kWh/t($X_{11} + X_{21} + X_{31}$)(t) + 20 ($X_{12} + X_{22} + X_{32}$) + 30($X_{23} + X_{33}$) + 50($X_{24} + X_{34}$) + 25X_{15} $\leq$

$\leq$ 4500000 kWh

$10X_{11} + 10X_{21} + 10X_{31} + 20X_{12} + 20X_{22} + 20X_{32} + 30X_{23} + 30X_{33} + 25X_{15} \leq 4500000$ kWh

4. **Функција критеријума оптималности:**

Минимални трошкови производње

10000din/t($X_{11} + X_{21} + X_{31}$)(t) + 7500($X_{12} + X_{22} + X_{32}$) + 8500($X_{23} + X_{33}$) + 8000($X_{24} + X_{34}$)

+9000 X_{15} = V (min)

$10000X_{11} + 10000X_{21} + 10000X_{31} + 7500X_{12} + 7500X_{22} + 7500X_{32} + 8500X_{23} + 8.500X_{33} +$

$8000X_{24} + 8000X_{34} + 9000X_{15} = V$ (min)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 12.

MIN 10000X11+10000X21+10000X31+7500X12+7500X22+7500X32+8500X23+ 8500X33
+8000X24+8000X34+9000X15
SUBJECT TO
X11 + X21 + X31 < 70000
X12 + X22 + X32 < 60000
X23 + X33 < 40000
X24 + X34 < 60000
X15 < 55000

0.4X11 + 0.3X21 + 0.2X31 < 4000
0.4X12 + 0.3X22 + 0.2X32 < 22000
0.3X23 + 0.2X33 < 12000
0.3X24 + 0.2X34 < 4000
0.4X15 < 22000
X11 + X12 + X15 = 70000
X21 + X22 + X23 + X24 = 50000
X31 + X32 + X33 + X34 = 50000
10X11+10X21+10X31+20X12+20X22+20X32+30X23+30X33+50X24+50X34+25X15 < 4500000
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 10

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.1406250E+10

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	0.000000	0.000000
X21	0.000000	0.000000
X31	625.000000	0.000000
X12	15000.000000	0.000000
X22	10000.000000	0.000000
X32	35000.000000	0.000000
X23	40000.000000	0.000000
X33	0.000000	0.000000
X24	0.000000	0.000000
X34	14375.000000	0.000000
X15	55000.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	69375.000000	0.000000
3)	0.000000	2000.000000
4)	0.000000	500.000000
5)	45625.000000	0.000000
6)	0.000000	0.000000
7)	3875.000000	0.000000
8)	6000.000000	0.000000
9)	0.000000	0.000000
10)	1125.000000	0.000000
11)	0.000000	625.000000
12)	0.000000	-10500.000000
13)	0.000000	-10500.000000
14)	0.000000	-10500.000000
15)	0.000000	50.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	10000.000000	INFINITY	0.000000
X21	10000.000000	INFINITY	0.000000
X31	10000.000000	0.000000	400.000000
X12	7500.000000	0.000000	250.000000
X22	7500.000000	0.000000	0.000000
X32	7500.000000	0.000000	0.000000
X23	8500.000000	0.000000	INFINITY
X33	8500.000000	INFINITY	0.000000
X24	8000.000000	INFINITY	0.000000
X34	8000.000000	0.000000	666.666687
X15	9000.000000	250.000000	INFINITY

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	70000.000000	INFINITY	69375.000000
3	60000.000000	833.333313	22500.000000
4	40000.000000	0.000000	11250.000000
5	60000.000000	INFINITY	45625.000000
6	55000.000000	INFINITY	0.000000
7	4000.000000	INFINITY	3875.000000
8	22000.000000	INFINITY	6000.000000
9	12000.000000	INFINITY	0.000000
10	4000.000000	INFINITY	1125.000000
11	22000.000000	0.000000	6000.000000
12	70000.000000	15500.000000	500.000000
13	50000.000000	15500.000000	500.000000
14	50000.000000	15500.000000	500.000000
15	4500000.000000	25000.000000	575000.000000

Коментар:

Оптимална структура производње брашна која обезбеђује минималне трошкове производње у износу од 1406250000 динара је следећа:

- Брашно тип Т-400 ће се производити:
  - 15000 тона на другој линији и
  - 55000 тона на петој линији.

- Брашно тип Т-500 ће се производити:
  - 10000 тона на другој линији и
  - 40000 тона на трећој линиији.

- Брашно типа Т-800 ће се производити:
  - 625 тона на првој линији,
  - 35000 тона на другој линији и
  - 14375 тона на четвртој линији.

Посматрано по линијама производње оптимална структура је следећа:

- На првој производној линији производиће се: 625 тона брашна типа Т-800;
- На другој производној линији производиће се: 15000 тона Т-400, 10000 тона Т-500 и 35000 тона Т-800 (укупно 60000 тона);
- На трећој производној линији производиће се: 40000 тона Т-500;
- На четвртој производној линији производиће се: 14375 тона Т-800 и
- На петој производној линији производиће се: 55000 тона Т-400.

Капацитети друге, треће и пете линије искоришћени су у потпуности, док је капацитет прве линије остао готово потпуно неискоришћен, а у четвртој линији остало је још 35625 тона слободног капацитета.

ЗАДАТАК 13.

Потребно је саставити оптимални дневни оброк за тов јунади. Јунад су стара 12 месеци, тежина им је 300 kg по грлу, а дневни прираст живе мере који се жели постићи треба да буде 1100 грама. Под оптималним оброком се подразумева она количина хранива која уз минималне трошкове, удовољава свим биолошким захтевима. Оброк да би обезбедио предвиђени прираст мора да садржи најмање:

Показатељ	Јединица мере	Укупно	Основу оброка чини 2,4 kg луцеркиног сена што садржи	Остали део оброка треба да садржи
Крмне јединице	g	835	132	703
Сварљиве беланчевине	g	740	168	572
Калцијум	g	46	31	15
Фосфор	g	25	6	19

На располагању су следеће сировине:

Врста хранива	Садржај у 1 kg				Цена за 1 kg
	Крмних јединица (g)	Сварљивих беланчевина (g)	Калцијума (g)	Фосфора (g)	
1. Сојина сачма	120	370	5,2	5,8	16,0
2.Сунцокретова сачма	102	301	4,3	10,6	8,1
3. Арашидова сачма	120	406	1,1	5,7	18,2
4. Глутен	109	150	3,4	1,7	8,0
5. Пшеничне мекиње	77	95	1,8	10,1	5,4
6. Кукурузна прекрупа	136	60	0,4	3,1	8,8
7.Суви репини резанци	85	40	4,7	1,2	2,6
8. Коштано брашно	-	-	316,0	146,0	19,0
9. Сточна креда	-	-	384,0	-	2,5
10. Меласа	77	45	3,0	0,3	5,0
11. Сено луцерке	55	70	13,0	2,4	3,5

Сачинити математички модел методом линеарног програмирања.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 13.

1. Независна променљива:

X_i – количина хранива врсте “i”, у килограмима

i = 1(1) 11 – врсте хранива

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Минималне количине крмних јединица:

120 g/kg X_1(kg) + $102X_2 + 120X_3 + 109X_4 + 77X_5 + 136X_6 + 85X_7 + 77X_{10} \geq 703$ g

б) Минималне количине беланчевина:

370g/kg X_1(kg) + $301X_2 + 406X_3 + 150X_4 + 95X_5 + 160X_6 + 40X_7 + 45X_{10} \geq 572$ g

в) Минималне количине калцијума:

5,2g/kg X_1(kg) + $4{,}3X_2 + 1{,}1X_3 + 3{,}4X_4 + 1{,}8X_5 + 0{,}4X_6 + 4{,}7X_7 + 316X_8 + 384X_9 + 3X_{10} \geq 15$ g

г) Минималне количине фосфора:

5,8 g/kg X_1(kg) $+10{,}6X_2 + 5{,}7X_3 + 1{,}7X_4 + 10{,}1X_5 + 3{,}1X_6 + 1{,}2X_7 + 146X_8 + 0{,}3X_{10} \geq 19$ g

д) Основни оброк: $X_{11} = 2{,}4$ kg сена луцерке

4. Функција критеријума оптималности:

Минимални трошкови оброка

$16_{\text{ din/kg}} X_{1(kg)} + 8{,}1X_2 + 18{,}2X_3 + 8X_4 + 5{,}4X_5 + 8{,}8X_6 + 2{,}6X_7 + 19\,X_8 + 2{,}5X_9 + 5X_{10} +$
$+3{,}5X_{11} = V$ (min)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 13.

MIN $16X_1 + 8.1X_2 + 18.2X_3 + 8X_4 + 5.4X_5 + 8.8X_6 + 2.6X_7 + 19X_8 + 2.5X_9 + 5X_{10} + 3.5X_{11}$
SUBJECT TO
$120X_1 + 102X_2 + 120X_3 + 109X_4 + 77X_5 + 136X_6 + 85X_7 + 77X_{10} > 703$
$370X_1 + 301X_2 + 406X_3 + 150X_4 + 95X_5 + 160X_6 + 40X_7 + 45X_{10} > 572$
$5.2X_1 + 4.3X_2 + 1.1X_3 + 3.4X_4 + 1.8X_5 + 0.4X_6 + 4.7X_7 + 316X_8 + 384X_9 + 3X_{10} > 15$
$5.8X_1 + 10.6X_2 + 5.7X_3 + 1.7X_4 + 10.1X_5 + 3.1X_6 + 1.2X_7 + 146X_8 + 0.3X_{10} > 19$
$X_{11} = 2.4$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 9

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 34.69548

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	7.100886
X2	0.953267	0.000000
X3	0.000000	8.774904
X4	0.000000	3.167072
X5	0.000000	0.991957
X6	0.000000	3.049115
X7	7.126668	0.000000
X8	0.002352	0.000000
X9	0.000000	2.500000
X10	0.000000	2.615905
X11	2.400000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-0.021705
3)	0.000000	-0.014972
4)	23.337574	0.000000
5)	0.000000	-0.130137
6)	0.000000	-3.500000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	16.000000	INFINITY	7.100886
X2	8.100000	4.270676	3.787945
X3	18.200001	INFINITY	8.774904
X4	8.000000	INFINITY	3.167072
X5	5.400000	INFINITY	0.991957
X6	8.800000	INFINITY	3.049115
X7	2.600000	1.581673	1.550740
X8	19.000000	21.033937	19.000000
X9	2.500000	INFINITY	2.500000
X10	5.000000	INFINITY	2.615905
X11	3.500000	INFINITY	INFINITY

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	703.000000	512.500000	117.582794
3	572.000000	9.483945	241.176468
4	15.000000	23.337574	INFINITY

5	19.000000	INFINITY	0.343371
6	2.400000	INFINITY	2.400000

Коментар:

Оптимални дневни оброк у тову јунади, односно оброк који задовољава све потребе стоке и има минималне трошкове од 34,70 динара чине следеће компоненте: сунцокретова сачма 0,95, суви репини резанци 7,13, коштано брашно 0,02 и сено луцерке 2,4 килограма.

ЗАДАТАК 14.

Пољопривредно предузеће има две организационе јединице, А и Б, са следећим производним капацитетима:

Капацитети	А	Б
Земљиште	1000 ha	1500 ha
Радна снага	3000 č.r.	3000 č.r.
Лаки трактори	1000 č.r.	1000 č.r.
Тешки трактори	500 č.r.	500 č.r.

Планирани приноси појединих усева по 1 ha износе:

Усеви	А	Б
Пшеница	6,0 t/ha	6,2 t/ha
Кукуруз	8,5 t/ha	8,0 t/ha
Шећерна репа	50,0 t/ha	50,0 t/ha
Сунцокрет	2,5 t/ha	3,0 t/ha

Минимална производња пшенице износи 3500 t. Шећерна репа не сме бити заступљена у структури сетве са више од 20%, а сунцокрет више од 15%.
Оптимирати сетвену структуру ако се расположиви ресурси рада и средстава заједнички користе и ако се по тони усева остварује нето приход од 50000 din/t за пшеницу, 40000 din/t за кукуруз, 10000 din/t за шећерну репу и 120000 din/t за сунцокрет и ако је за 1 ha појединих усева потребно часова рада:

Усеви	Радна снага	Лаки трактори	Тешки трактори
Пшеница	1,5	0,2	0,3
Кукуруз	1,8	0,5	0,2
Шећерна репа	3,5	1,0	0,4
Сунцокрет	4,2	0,9	0,5

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 14:

1. **Независна промењива:**

   X_{ij} – површина усева “i”, на организационој јединици “j”, у ha

   $i = 1(1)\ 4$ – усеви

   $j = 1(1)\ 2$ – организационе јединице

2. **Услов ненегативности:** $X_{ij} \geq 0$
3. **Матрица ограничавајућих фактора:**

а) Земљишта

I организациона јединица: $X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = 1000$ ha

II организациона јединица: $X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = 1500$ ha

б) Капацитети часова рада радника:

1,5 č.r./ha $(X_{11}+ X_{12})$ (ha) + $1{,}8(X_{21}+ X_{22}) + 3{,}5(X_{31}+ X_{32}) + 4{,}2(X_{41} + X_{42}) \leq 6000$ č.r.

ц) Капацитети часова рада лаких трактора:

0,2 č.r./ha$(X_{11}+ X_{12}) + 0{,}5(X_{21}+ X_{22}) + 1(X_{31}+ X_{32}) + 0{,}9(X_{41} + X_{42}) \leq 2000$ č.r.

д) Капацитети часова рада тешких трактора:

0,3 č.r./ha$(X_{11}+ X_{12}) + 0{,}2(X_{21}+ X_{22}) + 0{,}4(X_{31}+ X_{32}) + 0{,}5(X_{41} + X_{42}) \leq 1000$ č.r.

е) Ограничења производње:

Пшенице 6 t/ha X_{11} (ha) + $6{,}2X_{12} \geq 3.500$ t

Шећерне репе $X_{31} \leq 0{,}2 * 1.000$ ha ; $X_{31} \leq 200$ ha; $X_{32} \leq 0{,}2 * 1.500$ ha ; $X_{32} \leq 300$ ha

Сунцокрета $X_{41} \leq 0{,}15 * 1.000$ha ; $X_{41} \leq 150$ ha; $X_{42} \leq 0{,}15 * 1.500$; $X_{42} \leq 225$ ha

4. **Функција критеријума оптималности:**

Максимални нето приход од производње

50000din/t (6t/haX_{11}(ha) + 6,2t/haX_{12}(ha)) + $40000(8{,}5X_{21} + 8X_{22}) + 10000(50X_{31}+ 50X_{32})$

$+ 120000(2{,}5X_{41}+ 3X_{42}) = Z(max)$

$300000X_{11}+ 310000X_{12} + 340000X_{21}+ 320000X_{22} + 500000X_{31} + 500000X_{32} + 300000X_{41}$

$+ 360000X_{42} = Z\ (max)$

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 14.

MAX $300000X_{11}+ 310000X_{12} + 340000X_{21} + 320000X_{22}+ 500000X_{31} + 500000X_{32} + 300000X_{41} +360000X_{42}$
SUBJECT TO
$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = 1000$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = 1500$
$1.5 X_{11}+1.5X_{12} +1.8X_{21}+1.8X_{22} +3.5X_{31}+3.5X_{32} +4.2X_{41} +4.2X_{42} < 6000$
$0.2X_{11}+ 0.2X_{12}+ 0.5X_{21}+ 0.5X_{22}+X_{31}+ X_{32}+ 0.9X_{41} + 0.9X_{42} < 2000$
$0.3X_{11}+ 0.3X_{12} + 0.2X_{21}+ 0.2X_{22} + 0.4X_{31}+ 0.4X_{32} + 0.5X_{41} + 0.5X_{42} < 1000$
$6X_{11} + 6.2X_{22} = 3500$
$X_{31} < 200$
$X_{32} < 300$
$X_{41} < 150$
$X_{42} < 225$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 0

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.9108952E+09

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	0.000000	49677.417969
X12	410.483856	0.000000
X21	800.000000	0.000000
X22	564.516113	0.000000
X31	200.000000	0.000000
X32	300.000000	0.000000
X41	0.000000	40000.000000
X42	225.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	340000.000000
3)	0.000000	310000.000000
4)	233.145157	0.000000
5)	533.145142	0.000000
6)	291.451599	0.000000
7)	0.000000	1612.903198
8)	0.000000	160000.000000
9)	0.000000	190000.000000
10)	150.000000	0.000000
11)	0.000000	50000.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	300000.000000	49677.417969	INFINITY
X12	310000.000000	50000.000000	INFINITY
X21	340000.000000	160000.000000	40000.000000
X22	320000.000000	INFINITY	51333.320312
X31	500000.000000	INFINITY	160000.000000
X32	500000.000000	INFINITY	190000.000000
X41	300000.000000	40000.000000	INFINITY
X42	360000.000000	INFINITY	50000.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	1000.000000	129.525085	800.000000

3	1500.000000	155.430099	410.483856
4	6000.000000	INFINITY	233.145157
5	2000.000000	INFINITY	533.145142
6	1000.000000	INFINITY	291.451599
7	3500.000000	2545.000000	3500.000000
8	200.000000	137.144211	200.000000
9	300.000000	116.572578	300.000000
10	150.000000	INFINITY	150.000000
11	225.000000	86.350060	225.000000

Коментар:

Оптимална структура ратарске производње пољопривредног предузећа обезбеђује максимални нето приход у износу од 9108952000 динара. Тај нето приход остварује се при следећој структури производње:
-410 ha пшенице (на организационој јединици Б);
-1.365 ha кукуруза (800 ha на организационој јединици А и 565 ha на организационој јединици Б);
-500 ha шећерне репе (200 ha на организационој јединици А и 300 ha на организационој јединици Б);
-225 ha сунцокрета (на организационој јединици Б).

Посматрано по организационим јединицама, на организационој јединици А производиће се кукуруз (800 ha) и шећерна репа (200 ha), док ће се на производној јединици Б производити пшеница (410 ha), кукуруз (565 ha), шећерна репа (300 ha) и сунцокрет (225 ha).

ЗАДАТАК 15.

Пољопривредно предузеће има две организационе јединице, А и Б, са следећим производним капацитетима:

Капацитети	А	Б
Земљиште	1000 ha	1500 ha
Радна снага	3000 č.r.	3000 č.r.
Лаки трактори	1000 č.r.	1000 č.r.
Тешки трактори	500 č.r.	500 č.r.

Планирани приноси појединих усева по 1 ha износе:

Усеви	А	Б
Пшеница	6,0 t/ha	6,2 t/ha
Кукуруз	8,5 t/ha	8,0 t/ha
Шећерна репа	50,0 t/ha	50,0 t/ha
Сунцокрет	2,5 t/ha	3,0 t/ha

Минимална производња пшенице износи 3.500t. Шећерна репа не сме бити заступљена у структури сетве са више од 20%, а сунцокрет више од 15%. Оптимирати сетвену структуру ако се расположиви ресурси рада и средстава не користе заједнички и ако се по тони усева остварује нето приход од 50000 din/t за пшеницу, 40000 din/t за кукуруз, 10000 din/t за шећерну репу и 120000 din/t за сунцокрет и ако је за 1 ha појеДних усева потребно часова рада:

Усеви	Радна снага	Лаки трактори	Тешки трактори
Пшеница	1,5	0,2	0,3
Кукуруз	1,8	0,5	0,2
Шећерна репа	3,5	1,0	0,4
Сунцокрет	4,2	0,9	0,5

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 15:

1. **Независна променљива:**

   X_{ij} – површина усева “i”, на организационој јединици “j”, у хектарима

   i = 1(1) 4 – усеви

   j = 1(1) 2 – организационе јединице

2. **Услов ненегативности:** $X_{ij} \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Земљишта

I организациона јединица: $X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = 1000$ ha

II организациона јединица: $X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = 1500$ ha

б) Капацитети часова рада радника

I - 1,5 č.r./ha X_{11}(ha) + 1,8 X_{21} + 3,5 X_{31} + 4,2 $X_{41} \leq 3000$ часова рада

II - 1,5 č.r./ha X_{12}(ha) + 1,8 X_{22} + 3,5 X_{32} + 4,2 $X_{42} \leq 3000$ часова рада

ц) Капацитети часова рада лаких трактора

I - 0,2 č.r./ha X_{11}(ha) + 0,5 X_{21} + 1 X_{31} + 0,9 $X_{41} \leq 1000$ č. r.

II - 0,2 č.r./ha X_{12}(ha) + 0,5 X_{22} + 1 X_{32} + 0,9 $X_{42} \leq 1000$ č. r.

д) Капацитети часова рада тешких трактора

I - 0,3 č.r./ha X_{11}(ha) + 0,2 X_{21} + 0,4 X_{31} + 0,5 $X_{41} \leq 500$ č. r.

II - 0,3 č.r./ha X_{12}(ha) + 0,2 X_{22} + 0,4 X_{32} + 0,5 $X_{42} \leq 500$ č. r.

е) Ограничења производње

Пшенице 6 t/ha X_{11} (ha) + 6,2 $X_{12} \geq 3.500$ t

Шечерне репе $X_{31} \leq 0,2 * 1000$ ha; $X_{31} \leq 200$ ha; $X_{32} \leq 0,2 * 1500$; $X_{32} \leq 300$ ha

Сунцокрета $X_{41} \leq 0,15 * 1000$ ha; $X_{41} \leq 150$ ha; $X_{42} \leq 0,15 * 1500$; $X_{42} \leq 225$ ha

4. Функција критеријума оптималности:

Максимални нето приход од производње

50000 din/t (6 t/haX_{11}(ha) + 6,2X_{12}) + 40000 (8,5X_{21} + 8X_{22}) + 10000 (50X_{31} + 50X_{32}) + 120000(2,5 X_{41} + 3X_{42}) = Z (max)

300000X_{11} + 310000X_{12} + 340000X_{21}+ 320000X_{22}+ 500000X_{31}+500000X_{32}+ 300000X_{41}+ 360000X_{42} = Z (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 15.

MAX 300000X_{11}+ 310000X_{12} + 340000X_{21} + 320000X_{22}+ 500000X_{31} + 500000X_{32} + 300000X_{41} +360000X_{42}
SUBJECT TO

$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = 1000$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = 1500$
$1.5X_{11} + 1.8X_{21} + 3.5X_{31} + 4.2X_{41} < 3000$
$1.5X_{12} + 1.8X_{22} + 3.5X_{32} + 4.2X_{42} < 3000$
$0.2X_{11} + 0.5X_{21} + 1X_{31} + 0.9X_{41} < 1000$
$0.2X_{12} + 0.5X_{22} + 1X_{32} + 0.9X_{42} < 1000$
$0.3X_{11} + 0.2X_{21} + 0.4X_{31} + 0.5X_{41} < 500$
$0.3X_{12} + 0.2X_{22} + 0.4X_{32} + 0.5X_{42} < 500$
$6X_{11} + 6.2X_{22} = 3500$
$X_{31} < 200$
$X_{32} < 300$
$X_{41} < 150$
$X_{42} < 225$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

a. 0.8978065E+09

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	0.000000	22096.773438
X12	645.161316	0.000000
X21	800.000000	0.000000
X22	564.516113	0.000000
X31	200.000000	0.000000
X32	290.322571	0.000000
X41	0.000000	40000.000000
X42	0.000000	206499.984375

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	340000.000000
3)	0.000000	167500.000000
4)	860.000000	0.000000
5)	0.000000	95000.000000
6)	400.000000	0.000000
7)	298.387085	0.000000
8)	260.000000	0.000000
9)	77.419357	0.000000
10)	0.000000	-2983.870850
11)	0.000000	160000.000000
12)	9.677420	0.000000
13)	150.000000	0.000000
14)	225.000000	0.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE

X11	300000.000000	22096.775391	INFINITY
X12	310000.000000	26862.751953	INFINITY
X21	340000.000000	160000.000000	22096.781250
X22	320000.000000	INFINITY	22833.341797
X31	500000.000000	INFINITY	160000.000000
X32	500000.000000	152222.281250	152962.968750
X41	300000.000000	40000.000000	INFINITY
X42	360000.000000	206499.984375	INFINITY

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	1000.000000	477.777802	800.000000
3	1500.000000	344.086029	12.903226
4	3000.000000	INFINITY	860.000000
5	3000.000000	19.354839	580.645142
6	1000.000000	INFINITY	400.000000
7	1000.000000	INFINITY	298.387085
8	500.000000	INFINITY	260.000000
9	500.000000	INFINITY	77.419357
10	3500.000000	4705.882324	400.000031
11	200.000000	505.882324	200.000000
12	300.000000	INFINITY	9.677420
13	150.000000	INFINITY	150.000000
14	225.000000	INFINITY	225.000000

Коментар:

Оптимална структура ратарске производње пољопривредног предузећа обезбеђује максимални нето приход у износу од 8978065000 динара. Тај нето приход остварује се при следећој структури производње:

- 645 ha пшенице (на организационој јединици Б);
- 1365 ha кукуруза (800 ha на организационој јединици А и 565 ha на организационој јединици Б);
- 490 ha шећерне репе (200 ha на организационој јединици А и 290 ha на организационој јединици Б);

Посматрано по организационим јединицама, на организационој јединици А производиће се кукуруз (800 ha) и шећерна репа (200 ha), док ће се на производној јединици Б производити пшеница (645 ha), кукуруз (565 ha) и шећерна репа (290 ha).

У овом случају, у односу на претходни пример, дошло је до промене структуре производње и остварења мањег максималног нето прихода. То је директна последица одвојеног коришћења расположивих средстава за производњу. Као што се може видети у постоптималној анализи, ресурси радника у организационој јединици Б потпуно су искоришћени, док је у производној јединици А остало расположиво 860 часова рада радника.

ЗАДАТАК 16.

Пољопривредно предузеће у свом саставу има хладњачу која располаже са 4 линије производње. У наредном месецу планира се производња 3 производа: А, Б и Ц. Производ А се може производити на I и II линији, производ Б на III, а производ Ц на IV линији, која је супститабилна са I и II линијом.

Потребан број часова рада радника за производњу једне тоне производа на појединој линији је следећи:

Линије / Производи	I	II	III	IV
А	1,40	1,37	-	1,45
Б	-	-	1,62	-
Ц	1,35	1,44	-	1,43

Максимални месечни капацитет прераде износи: I линије 8.500 t; II линије 8.300 t; III линије 7.700 t; IV линије 8.800 t. Капацитети морају бити искоришћени са минимум 80%.

По појединим линијама ангажован је следећи број радника у следећим сменама:

Линије	I	II	III	IV
Број радника у смени	22	24	39	30
Број смена	3	3	2	3

Трошкови производње (din/č.r.) дати су у следећој табели:

Линије / Производи	I	II	III	IV
А	8000	7700	-	8800
Б	-	-	9830	-
Ц	8800	8950	-	7870

Продајне цене производа су: А – 20000 din/t; Б – 15000 din/t; Ц – 21000 din/t.

На основу расположивих података саставити план оптималне структуре производње хладњаче

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 16:

1. **Независна променљива:**

X_{ij} – количина производа “i”, произведеног на линији производње “j” у тонама

i = 1(1) 3 – тип производа   i = 1 – А; i = 2 – Б; i = 3 – Ц

j = 1(1) 4 – производне линије

2. **Услов ненегативности:** $X_{ij} \geq 0$

3. **Матрица ограничавајућих фактора:**

а) Капацитет производних линија

$X_{11} + X_{31} \leq 8500$ t

$X_{12} + X_{32} \leq 8300$ t

$X_{23} \leq 7700$ t

$X_{14} + X_{34} \leq 8800$ t

б) Минимално коришћење производних линија

$X_{11} + X_{31} \geq 8500$ t * 0,8 $\geq$ 6800 t

$X_{12} + X_{32} \geq 8300$ t * 0,8 $\geq$ 6640 t

$X_{23} \geq 7700$ t * 0,8 $\geq$ 6160 t

$X_{14} + X_{34} \geq 8800$ t * 0,8 $\geq$ 7040 t

ц) Ограничење радне снаге по линијама производње

1,4 $_{\text{č.r./t}}$ X_{11}(t) +1,35 $X_{31} \leq$ 22 радника * 3 смене * 8 č.r./смена * 22 радна дана $\leq$ 11.616 č.r.

1,37 X_{12} + 1,44 $X_{32} \leq$ 24 радника * 3 смене * 8 č.r./смена * 22 радна дана $\leq$ 12.672 č.r.

1,62 $X_{23} \leq$ 39 радника * 2 смене * 8 č.r./смена * 22 рад. дана $\leq$ 13.728 č.r.

1,45 X_{14} + 1,43 $X_{34} \leq$ 30 радника * 3 смене * 8 č.r./смена * 22 рад. дана $\leq$ 15.840 č.r.

4. **Функција критеријума оптималности:**

Максимална добит

(20000 din/t – 8000 din/č.r.*1,4 č.r../t)X_{11}(t) + (20000–1,37 * 7700)X_{12} + (20000–8800 * 1,45) X_{14} + (15000–9830 * 1,62) X_{23} + (21000–8800 * 1,35)X_{31} + (21000–8950 * 1,44)X_{32} + (21000 – 7870 * 1,43)X_{34} = Z (max)

8800din/tX_{11} + 9451X_{12} + 7240X_{14} – 924,6X_{23} + 9120X_{31} + 8630,4X_{32} + 9745X_{34} = Z (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 16.

```
MAX 8800X11 + 9451X12 + 7240X14 - 924.6X23 + 9120X31 + 19112X32 + 9745.9X34
SUBJECT TO
X11 + X31 < 8500
X12 + X32 < 8300
X23  < 7700
```

```
X14 + X34 < 8800
X11 + X31 >  6800
X12  + X32 > 6640
X23  >6160
X14 + X34 > 7040
1.4X11+ 1.35X31 < 11616
1.37X12 + 1.44X32  < 12672
1.62X23  < 13728
1.45X14 + 1.43X34 < 15840
END


LP OPTIMUM FOUND AT STEP      0

      OBJECTIVE FUNCTION VALUE

      1)     0.3162180E+09

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
     X11         0.000000        320.000000
     X12         0.000000       9661.000000
     X14         0.000000       2505.899902
     X23      6160.000000          0.000000
     X31      8500.000000          0.000000
     X32      8300.000000          0.000000
     X34      8800.000000          0.000000


 ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
  2)         0.000000       9120.000000
  3)         0.000000      19112.000000
  4)      1540.000000          0.000000
  5)         0.000000       9745.900391
  6)      1700.000000          0.000000
  7)      1660.000000          0.000000
  8)         0.000000       -924.599976
  9)      1760.000000          0.000000
 10)       141.000000          0.000000
 11)       720.000000          0.000000
 12)      3748.800049          0.000000
 13)      3256.000000          0.000000


     RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                 OBJ COEFFICIENT RANGES
      VARIABLE        CURRENT       ALLOWABLE       ALLOWABLE
            COEF         INCREASE        DECREASE
 X11     8800.000000       320.000000        INFINITY
 X12     9451.000000      9661.000000        INFINITY
```

X14	7240.000000	2505.900391	INFINITY
X23	-924.599976	924.599976	INFINITY
X31	9120.000000	INFINITY	320.000000
X32	19112.000000	INFINITY	9661.000000
X34	9745.900391	INFINITY	2505.900391

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	8500.000000	104.444443	1700.000000
3	8300.000000	499.999969	1660.000000
4	7700.000000	INFINITY	1540.000000
5	8800.000000	2276.923096	1760.000000
6	6800.000000	1700.000000	INFINITY
7	6640.000000	1660.000000	INFINITY
8	6160.000000	1540.000000	6160.000000
9	7040.000000	1760.000000	INFINITY
10	11616.000000	INFINITY	141.000000
11	12672.000000	INFINITY	720.000000
12	13728.000000	INFINITY	3748.800049
13	15840.000000	INFINITY	3256.000000

Коментар:

Оптимална структура производње у хладњачи обезбеђује максималну добит од 316218000 динара, која се остварује при следећој структури: 6160 тона производа Б на трећој линији производње и 25600 тона производа Ц (8500 на првој, 8300 на другој и 8800 на четвртој линији производње).

Посматрано по линијама производње, прва, друга и четврта линија су максимално искоришћене, а трећа линија производње минимално.

ЗАДАТАК 17.

У велепродаји прехрамбених производа организација испоруке захтева да у појединим раздобљима дана ради најмање следећи број радника:

- између 4 – 10 h   9 радника
- између 10 – 16 h   6 радника
- између 16 – 22 h   14 радника
- између 22 – 4 h   10 радника

Сваки радник ради обавезно 12 часова у смени, а на посао може да ступи једино у 04, 10, 16 или 22 часа.
Потребно је сачинити такав план ступања на посао који захтева ангажовање најмањег броја радника.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 17.

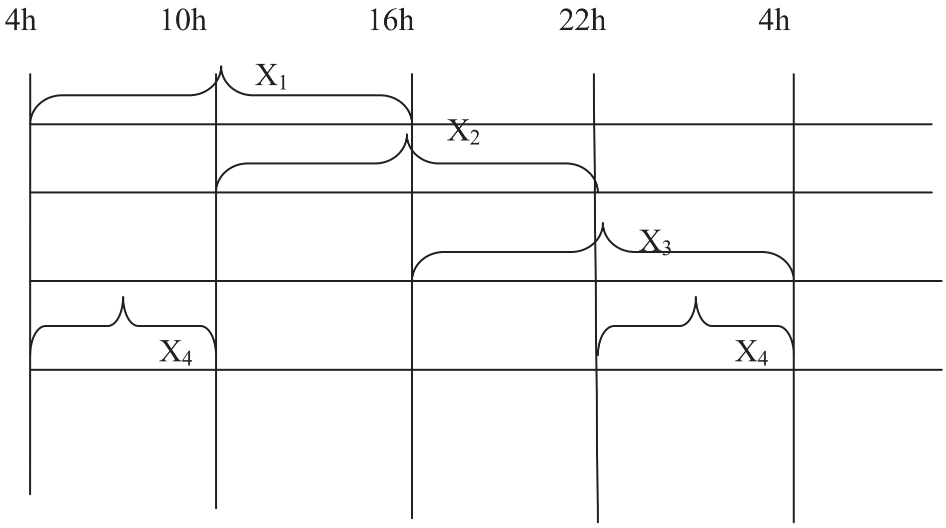
1. Независна промењива:

X_i – број радника у смени “i”

i = 1(1) 4 – број смена	i = 1 – смена	04 – 16 часова
	i = 2 – смена	10 – 22 часа
	i = 3 – смена	16 – 04 часа
	i = 4 – смена	22 - 10 часова

2. Услов ненегативности: $Xi \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:



а) Минимални број радника у периоду 04 - 10 часова

$X_1 + X_4 \geq 9$ радника

б) Минимални број радника у периоду 10 - 16 часова

$X_1 + X_2 \geq 6$ радника

ц) Минимални број радника у периоду 16 - 22 часа

$X_2 + X_3 \geq 14$ радника

д) Минимални број радника у периоду 22 - 04 часова

$X_3 + X_4 \geq 10$ радника

4. Функција критеријума оптималности:

Минимални број радника

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = V$ (min)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 17.

MIN $X_1 + X_2 + X_3 + X_4$
SUBJECT TO
$X_1 + X_4 > 9$
$X_1 + X_2 > 6$
$X_2 + X_3 > 14$
$X_3 + X_4 > 10$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 23.00000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	6.000000	0.000000
X2	0.000000	0.000000
X3	14.000000	0.000000
X4	3.000000	0.000000

ROW SLACK OR SURPLUS DUAL PRICES

2)	0.000000	-1.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	0.000000	-1.000000
5)	7.000000	0.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	1.000000	0.000000	0.000000
X2	1.000000	INFINITY	0.000000
X3	1.000000	0.000000	1.000000
X4	1.000000	0.000000	0.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	9.000000	INFINITY	3.000000
3	6.000000	3.000000	6.000000
4	14.000000	INFINITY	7.000000
5	10.000000	7.000000	INFINITY

Коментар:

Минималан потребан број радника у велепродаји је 23. Тај број је могућ при следећем распореду ступања на посао:

I смена (04 – 16 часова) – 6 радника
II смена (10 – 22 часова) – 0 радника
III смена (16 – 04 часова) – 14 радника
IV смена (22 – 10 часова) – 3 радника.

ЗАДАТАК 18.

Пољопривредно предузеће располаже са 1280 ha ораница. У планској години планира се сетва пшенице, кукуруза, сунцокрета, соје и шећерне репе у редовној сетви и силажног кукуруза у пострној сетви.
Уважавајући захтеве плодореда, шећерна репа не сме бити заступљена са више од 20% у структури сетве, сунцокрета и соје заједно не сме бити више од 15%, а пшеница мора бити минимално 30% заступљена у структури сетве.
Планирани приноси, на основу искуствених података и планираног интензитета ђубрења су: пшеница 5,8 t/ha; кукуруза 8,5 t/ha; сунцокрета 1,9 t/ha; соје 1,8 t/ha; шећерне репе 48 t/ha и силажног кукуруза 22 t/ha.
Минималне заштитне, или тржишне цене појединих усева су: пшенице 10 din/kg; кукуруза 10 din/kg; сунцокрета 25 din/kg; соје 19 din/kg; шећерне репе 1,8 din/kg. Интерна цена силажног кукуруза је 5,2 din/kg.
За сточарску производњу потребно је 2000 тона кукуруза и између 6000 – 7000 тона силажног кукуруза.
Оптимирати структуру сетве на бази расположивих података.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 18:

1. Независна промењива:

X_{ij} – површина усева “i”, који се реализује на начин “j”, у хектарима

$i = 1(1)\ 6$ – усеви

$j = 1(1)\ 2$ – начин реализације $j = 1$ – екстерна реализација

$j = 2$ – интерна реализација

2. Услов ненегативности: $X_{ij} \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Земљиште

Редовна сетва $X_{11} + X_{21} + X_{22} + X_{31} + X_{41} + X_{51} = 1280$ ha

Пострна сетва X_{11} ha $\geq X_{62}$ ha

$X_{11} - X_{62} \geq 0$

б) Плодоред

Шећерна репа $X_{51} \leq 0{,}2 * 1280$ ha ; $X_{51} \leq 256$ ha

Сунцокрет и соја $X_{31} + X_{41} \leq 0{,}15 * 1280$ ha ; $X_{31} + X_{41} \leq 192$ ha

Пшеница $X_{11} \geq 0{,}3 * 1280$ ha ; $X_{11} \geq 384$ ha

ц) Потреба сточарства

За кукурузом 8,5 t/ha X_{22}(ha) = 2000 t

За силажним кукурузом 22 t/ha X_{62}(ha) $\geq$ 6000 t

22 t/ha X_{62}(ha) $\leq$ 7000 t

4. Функција критеријума оптималности:

Максимална вредност производње

10000 din/t * 5,8 t/ha X_{11}(ha) + 10000 * 8,5 X_{21} + 25000 * 1,9 X_{31} +

+19000 * 1,8 X_{41} + 1800 * 48 X_{51} = Z (max)

58000din/ha X_{11}(ha) + 85000X_{21} + 47500X_{31} + 34200X_{41} + 86400X_{51} = Z (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 18.

MAX 58000X_{11} + 85000X_{21} + 47500X_{31} + 34200X_{41} + 86400X_{51}
SUBJECT TO
$X_{11} + X_{21} + X_{22} + X_{31} + X_{41} + X_{51} = 1280$
$X_{11} - X_{62} > 0$
$X_{51} < 256$
$X_{31} + X_{41} < 192$
$X_{11} > 384$
$8.5X_{22} = 2000$
$22X_{62} > 6000$
$22X_{62} < 7000$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 4

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.7879040E+08

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	384.000000	0.000000

X21	404.705872	0.000000
X31	0.000000	37500.000000
X41	0.000000	50800.000000
X51	256.000000	0.000000
X22	235.294113	0.000000
X62	272.727264	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	85000.000000
3)	111.272728	0.000000
4)	0.000000	1400.000000
5)	192.000000	0.000000
6)	0.000000	-27000.000000
7)	0.000000	-10000.000000
8)	0.000000	0.000000
9)	1000.000000	0.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	58000.000000	27000.000000	INFINITY
X21	85000.000000	1400.000000	27000.000000
X31	47500.000000	37500.000000	INFINITY
X41	34200.000000	50800.000000	INFINITY
X51	86400.000000	INFINITY	1400.000000
X22	0.000000	INFINITY	INFINITY
X62	0.000000	0.000000	INFINITY

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	1280.000000	INFINITY	404.705872
3	0.000000	111.272728	INFINITY
4	256.000000	404.705872	256.000000
5	192.000000	INFINITY	192.000000
6	384.000000	404.705872	111.272728
7	2000.000000	3440.000000	2000.000000
8	6000.000000	1000.000000	5999.999512
9	7000.000000	INFINITY	1000.000000

Коментар:

Оптималну структуру сетве чини: 384 ha пшенице, 405 ha кукуруза, 256 ha шећерне репе, 235 ha силажног кукуруза у редовној и 273 ha силажног кукуруза у постробној сетви. Таква структура производње обезбеђује максималну вредност производње од 78790400 динара. У оптимални план производње нису ушли соја и сунцокрет.

ЗАДАТАК 19.

Пољопривредно предузеће располаже са 2000 ha ораничних површина и стајским капацитетом од 2250 m^2.

У обзир за сетву долазе: пшеница, кукуруз, шећерна репа и луцерка у редовној сетви и силажни кукуруз у пострној сетви.

Површина под пшеницом не може бити већа од 30% укупне површине, због плодореда и плодосмене.

Приноси поједини усева су: пшенице 6 t/ha, кукуруза 8 t/ha, шећерне репе 40 t/ha, луцерке 10 t/ha и пострног силажног кукуруза 8 t/ha.

У обзир за сточарску производњу долазе товна јунад и краве музаре. Просечна годишња производња млека по крави износи 4000 l, а просечна кланична тежина товних јунади је 500 kg.

Број товних јунади може бити максимално двоструко већи од броја крава.

Годишње потребе у кабастој храни, за товну јунад износе 355 kg/грлу луцерке и 400 kg/грлу силажног кукуруза, а за краве музаре 450 kg/грлу луцерке и 500 kg/грлу силажног кукуруза.

Потребни стајски простор за краву музару износи 4 m^2, а за товно јуне 3,5 m^2.

Оптимирати структуру производње, с тим да се сточарство у потпуности обезбеди кабастом сточном храном из сопствене производње, уз напомену да се евентуални вишкови сточне хране могу реализовати на тржишту.

Шећерна репа у структури сетве не сме бити заступљена са више од 20%.

Продајне цене појединих производа су: пшенице 3 din/kg, кукуруза 2 din/kg, шећерне репе 0,50 din/kg, луцерке 0,30 din/kg, силажног кукуруза 0,40 din/kg, млека 3 din/l и товних јунади 20 din/kg.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 19:

1. Независна промењива:

X_{ij} – површина усева (ha) или категорије стоке (број грла) "i", који се реализује на начин "j" у ha

i = 1(1) 7 – усеви   i = 1 пшеница

i = 2 кукуруз

i = 3 шећерна репа

i = 4 луцерка

i = 5 пострни силажни кукуруз

i = 6 товна јунад

i = 7 краве музаре

j = 1(1) 2 – начин реализације   j = 1 – екстерна реализација

j = 2 – интерна реализација

2. Услов ненегативности: $X_{ij} \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Земљиште

Редовна сетва $X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{42} = 2000$ ha

Пострна сетва $X_{11} \geq X_{51} + X_{52}$ $X_{11} - X_{51} - X_{52} \geq 0$

Плодоред $X_{11} \leq 2000$ ha * 0,3; $X_{11} \leq 600$ ha

б) Стајских капацитета

3,5 m^2/грло X_{61} (грло) + 4m^2/грло $X_{71} \leq 2250$ m^2

ц) Однос крава и товних јунади

$2X_{71} \geq X_{61}$ $2X_{71} - X_{61} \geq 0$

д) Потребе сточарства

Луцерка 355 kg/грло X_{61}(грло) + 450 kg/грло X_{71} (грло) = 10000 kg/ha X_{42} (ha)

$355\ X_{61} + 450\ X_{71} - 10000\ X_{42} = 0$

Силажни кукуруз 400 kg/грло X_{61}(грло) + 500 kg/грло X_{71} (грло) = 8000 kg/ha X_{52}(ha)

$400X_{61} + 500\ X_{71} - 8000\ X_{52} = 0$

е) Плодореда

Шећерна репа $X_{31} \leq 0{,}2 * 2000$ ha; $X_{31} \leq 400$ ha

4. Функција критеријума оптималности:

Максимална вредност производње

3000 din/t * 6 t/ha X_{11}(ha) + 2000 * 8 X_{21} + 500 * 40 X_{31} + 300 * 10 X_{41} + 400 * 8 X_{51} + 20 * 500 X_{61} + 3 din/l * 4000 l/грло X_{71} = Z (max)

$18000X_{11} + 16000X_{21} + 20000X_{31} + 3000X_{41} + 3.200X_{51} + 10000X_{61} + 12000X_{71} = Z$ (мах)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 19.

MAX $18000X_{11}+16000X_{21} + 20000X_{31} + 3000X_{41} + 3200X_{51} + 25000X_{61} + 20000X_{71}$
SUBJECT TO
$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{42} = 2000$
$X_{11} - X_{51} - X_{52} > 0$
$X_{11} < 600$
$3.5X_{61} + 4X_{71} < 2250$
$2X_{71} - X_{61} > 0$
$355X_{61} + 450X_{71} - 10000X_{42} = 0$
$400X_{61} + 500X_{71} - 10000X_{52} = 0$
$X_{31} < 400$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 5

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.5057346E+08

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	600.000000	0.000000
X21	976.272705	0.000000
X31	400.000000	0.000000
X41	0.000000	13000.000000
X51	573.409119	0.000000
X61	409.090912	0.000000
X71	204.545456	0.000000
X42	23.727272	0.000000
X52	26.590910	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	16000.000000
3)	0.000000	-3200.000000
4)	0.000000	5200.000000
5)	0.000000	6157.090820
6)	0.000000	-2754.181885
7)	0.000000	1.600000
8)	0.000000	0.320000
9)	0.000000	4000.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	18000.000000	INFINITY	5200.000000
X21	16000.000000	4000.000000	13000.000000
X31	20000.000000	INFINITY	4000.000000
X41	3000.000000	13000.000000	INFINITY
X51	3200.000000	520984.625000	3200.000000
X61	25000.000000	INFINITY	7574.000000
X71	20000.000000	8656.000000	67728.000000
X42	0.000000	1954580.625000	583862.062500
X52	0.000000	2019733.375000	520984.625000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	2000.000000	INFINITY	976.272705
3	0.000000	573.409119	INFINITY

4	600.000000	976.272705	573.409119
5	2250.000000	48519.234375	2249.999756
6	0.000000	1125.000000	642.857178
7	0.000000	237272.718750	9762727.000000
8	0.000000	265909.093750	5734091.500000
9	400.000000	976.272705	400.000000

Коментар:

Оптимална структура производње пољопривредних предузећа, која обезбеђује максималну вредност производње је следећа: 600 ha пшенице, 976 ha кукуруза, 400 ha шећерне репе, 573 ha пострног силажног кукуруза за екстерну и 26 ha пострног силажног кукуруза за интерну реализацију, 409 товних јунади, 205 крава музара и 24 ha луцерке за интерну реализацију у сточарству. Ова структура обезбеђује максималну вредност производње од 50573460 динара.

ЗАДАТАК 20.

Одредити оптималну структуру стада свињарске фарме, чије је укупна површина 9500 m^2. Бројно стање појединих категорија стоке (организациона структура стада) креће се у следећим границама:

- прасад на сиси према приплодном подмлатку у односу 5:1 до 10:1
- приплодни подмладак према товним свињама у односу 1:10 до 1:20
- товне свиње према крмачама у односу 6:1 до 12:1
- крмаче према нерастовима у односу 5:1 до 20:1
- нерастови према прасади на сиси у односу 1:25 до 1:60

На 1 m^2 стајског простора може доћи: 2 грла прасади на сиси или 1,25 грла прасади за приплод или 0,8 грла товних свиња или 0,55 грла крмача или 0,5 грла нераста.
Трошкови производње појединих категорија износе: за прасад на сиси 180 din/грло, прасад за приплод 250 din/грло, товне свиње 2000 din/грло, крмаче 1200 din/грло и нерастове 850 din/грло.
Продајна цена товних свиња износи просечно 10000 din/грло.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 20.

1. Независна променљива:

X_i – број грла категорије стоке "i"

i = 1(1) 5 – категорије стоке

i = 1 – прасад на сиси
i = 2 – прасад за приплод
i = 3 – товне свиње
i = 4 – крмаче
i = 5 – нерастови

2. Услов ненегативности: $Xi \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Смештајних капацитета

$1/2\ m^2/\text{грло}\ X_1(\text{грло}) + 1/1{,}25\ X_2 + 1/0{,}8\ X_3 + 1/0{,}55\ X_4 + 1/0{,}5\ X_5 = 9.500\ m^2$
$0{,}5\ m^2/\text{грло}\ X_1(\text{грло}) + 0{,}8\ X_2 + 1{,}25\ X_3 + 1{,}82\ X_4 + 2\ X_5 = 9.500\ m^2$

б) Организационе структуре стада

$X_1 \geq 5X_2$	$X_1 - 5X_2 \geq 0$	$X_1 \leq 10X_2$	$X_1 - 10X_2 \leq 0$
$10X_2 \geq X_3$	$10X_2 - X_3 \geq 0$	$20X_2 \leq X_3$	$20X_2 - X_3 \leq 0$

$X_2 \geq 10X_3$	$X_2 - 10X_3 \geq 0$	$X_2 \leq 20X_3$	$X_2 - 20X_3 \leq 0$
$X_3 \geq 6X_4$	$X_3 - 6X_4 \geq 0$	$X_3 \leq 12X_4$	$X_3 - 12X_4 \leq 0$
$X_4 \geq 5X_5$	$X_4 - 5X_5 \geq 0$	$X_4 \leq 20X_5$	$X_4 - 20X_5 \leq 0$
$25X_5 \geq X_1$	$25X_5 - X_1 \geq 0$	$60X_5 \leq X_1$	$60X_5 - X_1 \leq 0$

4. Функција критеријума оптималности:

Максимална добит

-180 din/грло X_1(грло) - $250X_2 + (10.000 - 2.000)X_3 - 1.200X_4 - 850X_5 = Z(max)$

$-180X_1 - 250X_2 + 8.000X_3 - 1.200X_4 - 850X_5 = Z(max)$

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 20.

MAX $8000X_3 - 1200X_4 - 850X_5 - 180X_1 - 250X_2$
SUBJECT TO
$0.5X_1 + 0.8X_2 + 1.25X_3 + 1.82X_4 + 2X_5 = 9500$
$X_2 - 10X_3 > 0$
$X_2 - 20X_3 < 0$
$X_3 - 6X_4 > 0$
$X_3 - 12X_4 < 0$
$X_4 - 5X_5 > 0$
$X_4 - 20X_5 < 0$
$25X_5 - X_1 < 0$
$60X_5 - X_1 > 0$
END

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      4

      OBJECTIVE FUNCTION VALUE
      1)      5399258.

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
      X3     1004.007202         0.000000
      X4       83.667267         0.000000
      X5        4.183363         0.000000
      X1      104.584084         0.000000
      X2    10040.072266         0.000000
     ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
      2)        0.000000        568.342957
      3)        0.000000       -704.674377
      4)    10040.072266         0.000000
```

5)	502.003601	0.000000
6)	0.000000	242.827728
7)	62.750450	0.000000
8)	0.000000	679.548645
9)	0.000000	464.171478
10)	146.417725	0.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X3	8000.000000	INFINITY	8334.609375
X4	-1200.000000	2980.743164	100015.312500
X5	-850.000000	13678.310547	2000306.250000
X1	-180.000000	466.740631	80012.250000
X2	-250.000000	4560.402344	878.405823

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	9500.000000	INFINITY	9500.000000
3	0.000000	5440.358887	64975.781250
4	0.000000	INFINITY	10040.072266
5	0.000000	502.003601	INFINITY
6	0.000000	1027.026978	981.996765
7	0.000000	62.750450	INFINITY
8	0.000000	84.204926	246.284134
9	0.000000	105.162949	145.298035
10	0.000000	146.417725	INFINITY

Коментар:

Оптималну структуру стада свињарске фарме чини следећи број грла по појединим категоријама:

- прасад на сиси 105 грла
- прасад за приплод 10040 грла
- товне свиње 1004 грла
- крмаче 84 грла и
- нерастови 4 грла.

Максимална добит при овој структури стада износи 5399258 динара.

ЗАДАТАК 21.

Одредити оптималну организациону структуру стада свињарске фарме нето ефективне површине од 10000 m^2, методом линеарног програмирања. Оквирна организациона структура треба да се креће у следећим границама:

прасад 25-30%
приплодни подмладак 3-5%
товне свиње 60-70%
крмаче 5-10% и
нерастови 0,5-1%.

За јединку појединих категорија планиран је следећи простор: прасад на сиси 0,5 m^2, прасад за приплод 0,8 m^2, товна свиња 1,5 m^2, крмача 1,8 m^2 и нераст 2 m^2.
Трошкови држања појединих категорија износе: за прасе 800 динара, прасе за приплод (приплодни подмладак) 2000 динара, товну свињу 4000 динара, крмачу 6000 динара и нераста 5000 динара.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 21:

1. Независна промењива:

X_i – број грла категорије стоке "i"

i = 1(1) 5 – категорије стоке

i = 1 – прасад
i = 2 – приплодни подмладак
i = 3 – товне свиње
i = 4 – крмаче
i = 5 – нерастови

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Смештајних капацитета

$0{,}5\ m^2/\text{грло}\ X_1(\text{грло}) + 0{,}8\ X_2 + 1{,}5\ X_3 + 1{,}8\ X_4 + 2\ X_5 = 10000\ m^2$

б) Организационе структуре стада

$X_1 \geq 0{,}25\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$; $\quad 0{,}75\ X_1\ - 0{,}25(X_2 + X_3 + X_4 + X_5) \geq 0$

$X_1 \leq 0{,}30\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$; $\quad 0{,}70\ X_1\ - 0{,}30(X_2 + X_3 + X_4 + X_5) \leq 0$

$X_2 \geq 0{,}03\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$; $\quad 0{,}97\ X_2 - 0{,}03\ (X_1 + X_3 + X_4 + X_5) \geq 0$

$X_2 \leq 0{,}05\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$; $\quad 0{,}95\ X_2 - 0{,}05\ (X_1 + X_3 + X_4 + X_5) \leq 0$

$X_3 \geq 0{,}6\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$; $\quad 0{,}4\ X_3 - 0{,}6\ (X_1 + X_2 + X_4 + X_5) \geq 0$

$X_3 \leq 0{,}7\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$; $\quad 0{,}3\ X_3 - 0{,}7\ (X_1 + X_2 + X_4 + X_5) \leq 0$

$X_4 \geq 0{,}05\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$; $\quad 0{,}95\ X_4 - 0{,}05\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_5) \geq 0$

$X_4 \leq 0{,}10\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$; $\quad 0{,}9\ X_4 - 0{,}1\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_5) \leq 0$

$X_5 \geq 0{,}005\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$; $\quad 0{,}995\ X_5 - 0{,}005\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4) \geq 0$

$X_5 \leq 0{,}01\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5)$; $\quad 0{,}99\ X_5 - 0{,}01\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4) \leq 0$

4. Функција критеријума оптималности

Минимални трошкови

800 din/grlo X_1(grlo) $+ 2000\ X_2 + 4000\ X_3 + 6000\ X_4 + 5000\ X_5 =$ V (min)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 21:

MIN $800X_1 + 2000X_2 + 4000X_3 + 6000X_4 + 5000X_5$
SUBJECT TO
$0.5X_1 + 0.8X_2 + 1.5X_3 + 1.8X_4 + 2X_5 = 10000$
$0.75X_1 - 0.25X_2 - 0.25X_3 - 0.25X_4 - 0.25X_5 > 0$
$0.70X_1 - 0.30X_2 - 0.30X_3 - 0.30X_4 - 0.30X_5 < 0$
$0.97X_2 - 0.03X_1 - 0.03X_3 - 0.03X_4 - 0.03X_5 > 0$
$0.95X_2 - 0.05X_1 - 0.05X_3 - 0.05X_4 - 0.05X_5 < 0$
$0.4X_3 - 0.6X_1 - 0.6X_2 - 0.6X_4 - 0.6X_5 > 0$
$0.3X_3 - 0.7X_1 - 0.7X_2 - 0.7X_4 - 0.7X_5 < 0$
$0.95X_4 - 0.05X_1 - 0.05X_2 - 0.05X_3 - 0.05X_5 > 0$
$0.65X_4 - 0.35X_1 - 0.35X_2 - 0.35X_3 - 0.35X_5 < 0$
$0.995\ X_5 - 0.005X_1 - 0.005X_2 - 0.005X_3 - 0.005X_4 > 0$
$0.99X_5 - 0.01X_1 - 0.01X_2 - 0.01X_3 - 0.01X_4 < 0$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 6

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

a. 0.2575503E+08

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	2516.778564	0.000000

X2	335.570465	0.000000
X3	5033.557129	0.000000
X4	419.463074	0.000000
X5	83.892616	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-2575.503418
3)	419.463074	0.000000
4)	0.000000	427.348999
5)	83.892616	0.000000
6)	83.892616	0.000000
7)	0.000000	-197.147644
8)	838.926147	0.000000
9)	0.000000	-1424.496704
10)	2516.778564	0.000000
11)	41.946312	0.000000
12)	0.000000	90.604027

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	800.000000	397.347900	300.000000
X2	2000.000000	192.622940	87.096779
X3	4000.000000	2830.000000	150.000000
X4	6000.000000	6714.285645	1486.865234
X5	5000.000000	91.525421	INFINITY

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	10000.000000	INFINITY	9999.999023
3	0.000000	419.463074	INFINITY
4	0.000000	84.104294	83.682007
5	0.000000	83.892616	INFINITY
6	0.000000	INFINITY	83.892616
7	0.000000	83.402832	84.388184
8	0.000000	INFINITY	838.926147
9	0.000000	83.194679	84.602364
10	0.000000	INFINITY	2516.778564
11	0.000000	41.946312	INFINITY
12	0.000000	83.056480	42.158520

Коментар:

Оптимална организациона структура стада свињарске фарме, која обезбеђује минималне трошкове у износу од 25755000 динара, постиже се следећом структуром стада: прасад 2517 грла, приплодни подмладак 336 грла, товне свиње 5034 грла, крмаче 419 грла и нерастови 84 грла.

ЗАДАТАК 22.

У предузећу за изградњу система за наводњавање и одводњавање запослено је 200 радника. Вредност производње по једном раднику износи 40000 динара. Предвиђа се проширење капацитета куповином нових багера великог учинка. Предузеће је за набавку нових машина обезбедило из своје акумулације и банкарског кредита суму од 60000000 динара.

Предвиђа се куповина две врсте багера које карактерише:

Врста багера	Цена по комаду (динара)	Број радника за опслуживање	Вредност производње једног багера
А	800000	10	700000
Б	8000000	20	3200000

Колико којих багера треба набавити ако је циљ да се обезбеди максимална вредност производње, под условом да се број радника не сме повећавати, а радницима који због увођења у рад нових багера постану прекобројни, треба обезбедити рад са расположивим машинама, тј. под досадашњим условима.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 22.

1. Независна промењива:

X_i – број багера, односно радника “i”

i = 1(1) 3 – багери, радници без багера i = 1 – багер А

i = 2 – багер Б

i = 3 – радници који раде без багера

2. **Услов ненегативности:** $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Инвестиционих средстава за куповину багера

800000 din/kom X_1(kom) + 8000000 din/kom $X_2 \leq$ 60000000 din

b) Радника

10 радника/kom X_1(kom) + 20 радника/kom X_2(kom) + X_3(радници) = 200 радника

4. Функција критеријума оптималности:

Максимална вредност поризводње

700000 din/komX_1(kom) + 3200000din/kom X_2(kom) + 40000din/rad X_3(rad) = Z(max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 22.

MAX $700000X_1 + 3200000X_2 + 40000X_3$
SUBJECT TO
$800000X_1 + 8000000X_2 < 60000000$
$10X_1 + 20X_2 + X_3 = 200$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

a. 0.2637500E+08

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	6.250000	0.000000
X2	6.875000	0.000000
X3	0.000000	7500.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.281250
3)	0.000000	47500.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	700000.000000	INFINITY	60000.000000
X2	3200000.000000	600000.000000	INFINITY
X3	40000.000000	7500.000000	INFINITY

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	60000000.000000	INFINITY	INFINITY
3	200.000000	550.000000	50.000000

Коментар:

Оптимална структура, која обезбеђује максималну вредност производње од 26375000 динара, подразумева набавку 6 багера прве врсте и 6 багера друге врсте. Набавком ових багера неће бити радника који раде на до тада расположивим машинама.

ЗАДАТАК 23.

У машинској радионици која се бави пружањем услуга одржавања пољопривредне механизације запослено је 53 производна радника. Добит која се остварује по раднику износи годишње 8000 динара.

Предвиђа се проширење обима делатности радионице куповином машина за генералне оправке трактора. Расположива инвестициона средства за ову намену износе 150000000 динара. Могућа је набавка три врсте машина са следећим карактеристикама:

Врста машине	Цена din/kom	Потребан број радника за опслуживање	Планирана добит по машини
I	30000000	4	45000
II	35000000	4	46500
III	55000000	6	60000

Колико наведених машина је потребно купити да би се остварила максимална добит радионице, ако не постоје услови за пријем више од 10 производних радника, а ни могућност отпуштања постојећих радника.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 23:

1. Независна промењива:

X_i – број машина, односно радника “i”

i = 1(1) 4 – машине, радници без багера

i = 1 – врста машине I
i = 2 – врста машине II
i = 3 – врста машине III
i = 4 – радници који ће да раде као и до сада

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Инвестиционих средстава за куповину машина

30000000 din/kom X_1(kom) + 35000000 X_2 + 55000000 X_3 $\leq$ 150000000 din *б) Радника*

4 радника/kom X_1 (kom) + $4X_2$+ $6X_3$ + $X_4 \geq 53$ радника

4 радника/kom X_1 (kom) + $4X_2$ + $6X_3$ + $X_4 \leq 63$ радника

4. Функција критеријума оптималности:

Максимална вредност производње

45000 din/kom X_1(kom) + $46500X_2$ + $60000X_3$ + 8000 din/radniku X_4(радници) = Z(max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 23.

MAX $45000X_1 + 46500X_2 + 60000X_3 + 8000X_4$
SUBJECT TO
$3000000X_1 + 35000000X_2 + 55000000X_3 < 150000000$
$4X_1 + 4X_2 + 6X_3 + X_4 > 53$
$4X_1 + 4X_2 + 6X_3 + X_4 < 63$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 713566.4

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	12.539062	0.000000
X2	3.210938	0.000000
X3	0.000000	9867.187500
X4	0.000000	3214.843750

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000047
3)	10.000000	0.000000
4)	0.000000	11214.843750

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	45000.000000	126300.000000	11757.142578
X2	46500.000000	137166.671875	6252.475098
X3	60000.000000	9867.187500	INFINITY
X4	8000.000000	3214.843750	INFINITY

```
                    RIGHTHAND SIDE RANGES
ROW        CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
              RHS          INCREASE        DECREASE
  2150000000.000000         INFINITY         INFINITY
  3       53.000000        10.000000        INFINITY
  4       63.000000       137.000000        10.000000
```

Коментар:

Оптимална структура, која обезбеђује максималну вредност производње од 713566 динара, подразумева набавку 12 багера прве врсте и 3 багера друге врсте, док багери треће врсте нису у оптималном плану набавке. Набавком ових багера неће бити радника који раде на до тада расположивим машинама.

ЗАДАТАК 24.

Пољопривредно предузеће располаже са 2500 ha обрадиве површине, од чега 1750 ha чине оранице. Поставити модел за оптимирање сетвене структуре, ако су познати следећи плански елементи:

- У обзир за сетву долазе пшеница, кукуруз, шећерна репа, сунцокрет и соја у редовној сетви и грашак у редовној и пострној сетви.
- Планирају се следећи приноси: пшенице 7 t/ha, кукуруза 10 t/ha, шећерне репе 60 t/ha, сунцокрета 3,2 t/ha, соје 2,7 t/ha и грашка 6 t/ha у редовној сетви и 5,2 t/ha у пострној сетви.
- У структури сетве шећерна репа не сме бити заступљена са више од 20%, а сунцокрета и соје заједно 25%. Пшенице не сме бити мање од 25%.
- Количина соје може бити највише двоструко већа од количине сунцокрета.
- Минимална производња грашка за потребе фабрике конзерви износи 150 тона, а кукуруза за потребе сточарства 4300 тона.
- Планирани нето приход износи: за пшеницу 20000 din/ha, за кукуруз 30000 din/ha, за шећерну репу 50000 din/ha, за сунцокрет 32000 din/ha, за соју 33000 din/ha и грашак 800 din/t.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 24:

1. Независна промењива:

X_i – површина усева “i” у хектарима

i = 1(1) 7 – усеви

i = 1 – пшеница	i = 4 – сунцокрет	i = 7 – пострни грашак
i = 2 – кукуруз	i = 5 – соја	
i = 3 – шећерна репа	i = 6 – грашак	

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора

а) Земљишта у редовној и пострној сетви:

$X_1(ha) + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 1750$ ha

$X_1(ha) - X_7 \geq 0$

b) Плодореда

$X_3 \leq 1.750 * 0,2 \leq 350$ ha

$X_4 + X_5 \leq 1.750 * 0,25 \leq 437,5$ ha

$X_1 \geq 1.750 * 0,25 \geq 437,5$ ha

c) Пласмана

$2 * 3,2$ t/ha $X_4 \geq 2,7$ t/ha X_5

$2 * 3,2$ t/ha $X_4 - 2,7$ t/ha $X_5 \geq 0$

6 t/ha $X_6 + 5,2$ t/ha $X_7 \geq 150$ t

10 t/ha $X_2 \geq 4300$ t

4. Функција критеријума оптималности

Максимални нето приход

20000 din/ha X_1(ha) + $30000X_2 + 50000X_3 + 32000X_4 + 33000X_5$ + 6 t/ha * 800 din/tX_6 + 5.2 t/ha * 800din/tX_7 = Z(max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 24.

MAX $20000X_1 + 30000\ X_2 + 50000\ X_3 + 32000\ X_4 + 33000\ X_5 + 4800X_6 + 4160X_7$
SUBJECT TO
$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 1750$
$X_1 - X_7 > 0$
$X_3 < 350$
$X_4 + X_5 < 437.5$
$X_1 > 437.5$
$6.4X_4 - 2.7X_5 > 0$
$6X_6 + 5.2X_7 > 150$
$10X_2 > 4300$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 6

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.5812769E+08

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	437.500000	0.000000
X2	525.000000	0.000000
X3	350.000000	0.000000
X4	129.807693	0.000000
X5	307.692322	0.000000
X6	0.000000	25200.000000
X7	437.500000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	30000.000000
3)	0.000000	-4160.000000
4)	0.000000	20000.000000
5)	0.000000	2703.296631
6)	0.000000	-5840.000000
7)	0.000000	-109.890106
8)	2125.000000	0.000000
9)	950.000000	0.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	20000.000000	5840.000000	INFINITY
X2	30000.000000	2703.296631	5840.000000
X3	50000.000000	INFINITY	20000.000000
X4	32000.000000	999.999939	9111.110352
X5	33000.000000	INFINITY	999.999939
X6	4800.000000	25200.000000	INFINITY
X7	4160.000000	5840.000000	4160.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	1750.000000	INFINITY	95.000000
3	0.000000	408.653870	INFINITY
4	350.000000	95.000000	350.000000
5	437.500000	95.000000	437.500000
6	437.500000	95.000000	408.653870
7	0.000000	2800.000000	1181.250000
8	150.000000	2125.000000	INFINITY
9	4300.000000	950.000000	INFINITY

Коментар:

Оптимална структура сетве у пољопривредном предузећу обезбеђује максималан нето приход од 58127690 динара, при следећој структури производње: пшеница се гаји на 4375 ha, кукуруз на 525 ha, шећерна репа на 350 ha, сунцокрет на 129,8 ха, соја на 307,7 ha и пострни грашак на 437,5 ha. Грашак у редовној сетви не улази у сетвену структуру.

ЗАДАТАК 25.

Пет товилишта једног пољопривредног предузећа снабдева се потребном сточном храном из три фабрике сточне хране. Раздаљине између појединих товилишта и појединих фабрика сточне хране у километрима, дате су у следећој табели:

Фабрике	Товилиште				
	I	II	III	IV	V
I	15	20	35	55	45
II	48	40	30	65	25
III	52	80	10	17	20

Потребне количине сточне хране по појединим товилиштима су следеће: I товилиште – 60 тона, II товилиште – 150 тона, III товилиште – 100 тона, IV товилиште – 80 тона и V товилиште – 110 тона.
Расположиве количине сточне хране по појединим фабрикама су следеће: I фабрика – 200 тона, II фабрика – 250 тона, III фабрика – 150 тона.
Цена транспорта по километартони (kmt) је једнака на свим релацијама и износи 200000 din/kmt.
Поставити модел линеарног програмирања за оптимирање плана транспорта, тако да свих пет товилишта у потпуности задовоље своје потребе сточном храном.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 25:

1. Независна променљива:
X_{ij} – количина сточне хране која се допрема из фабике "i" у товилиште "j" у тонама
$i = 1(1)\ 3$ – фабрике сточне хране
$j = 1(1)\ 5$ - товилишта

2. Услов ненегативности: $X_{ij} \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:
a) Расположиве количине сточне хране:
$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} \leq 200$ t
$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} \leq 250$ t
$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \leq 150$ t

b) Потребне количине у појединим товилиштима:
$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 60$ t

$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 150$ t

$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 100$ t

$X_{14} + X_{24} + X_{34} = 80$ t

$X_{15} + X_{25} + X_{35} = 110$ t

4. Функција критеријума оптималности:

Минимални трошкови транспорта

200000 din/kmt (15km X_{11}(t) + 20 X_{12} + 35 X_{13} + 55 X_{14} + 45 X_{15} + 48 X_{21} + 40 X_{22} + 30 X_{23} + 65 X_{24} + 25 X_{25} + 52 X_{31} + 80 X_{32} + 10 X_{33} + 17 X_{34} + 20 X_{35}) = V(min)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 25.

MIN 3000X_{11} + 4000X_{12} + 7000X_{13} + 11000X_{14} + 9000X_{15} + 9600X_{21} + 8000X_{22} + 6000X_{23} + 13000X_{24}+ 5000X_{25}+ 10400X_{31}+ 16000X_{32}+ 10X_{33}+ 10 X_{33} + 3400X_{34} + 4000X_{35}
SUBJECT TO
$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} < 200$
$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} < 250$
$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} < 150$
$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 60$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 150$
$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 100$
$X_{14} + X_{24} + X_{34} = 80$
$X_{15} + X_{25} + X_{35} = 110$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 8

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

a. 2149400.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	50.000000	0.000000
X12	150.000000	0.000000
X13	0.000000	1600.000000
X14	0.000000	2220.000000
X15	0.000000	4600.000000
X21	10.000000	0.000000
X22	0.000000	3400.000000
X23	30.000000	0.000000
X24	0.000000	3620.000000
X25	110.000000	0.000000
X31	0.000000	6780.000000
X32	0.000000	17380.000000
X33	70.000000	0.000000
X34	80.000000	0.000000
X35	0.000000	4980.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	600.000000
3)	100.000000	0.000000
4)	0.000000	5980.000000

5)	0.000000	-9600.000000
6)	0.000000	-4600.000000
7)	0.000000	-6000.000000
8)	0.000000	-9380.000000
9)	0.000000	-5000.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	9000.000000	600.000000	3400.000000
X12	4000.000000	3400.000000	INFINITY
X13	7000.000000	INFINITY	1600.000000
X14	11000.000000	INFINITY	2220.000000
X15	9000.000000	INFINITY	4600.000000
X21	9600.000000	3400.000000	600.000000
X22	8000.000000	INFINITY	3400.000000
X23	6000.000000	1600.000000	4980.000000
X24	13000.000000	INFINITY	3620.000000
X25	5000.000000	4600.000000	INFINITY
X31	10400.000000	INFINITY	6780.000000
X32	16000.000000	INFINITY	17380.000000
X33	20.000000	4980.000000	2220.000000
X34	3400.000000	2220.000000	INFINITY
X35	4000.000000	INFINITY	4980.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	200.000000	10.000000	50.000000
3	250.000000	INFINITY	100.000000
4	150.000000	30.000000	70.000000
5	60.000000	100.000000	10.000000
6	150.000000	50.000000	10.000000
7	100.000000	100.000000	30.000000
8	80.000000	70.000000	30.000000
9	110.000000	100.000000	110.000000

Коментар:

Укупни минимални трошкови транспорта износе 2149400 динара.

Из прве фабрике сточне хране треба транспотровати:
- 50 тона у прво товилиште и 150 тона у друго товилиште;

Из друге фабрике сточне хране треба транспортовати:
- 10 тона у прво товилиште, 30 тона у треће товилиште и 110 тона у пето товилиште;

Из треће фабрике сточне хране треба транспортовати:
- 70 тона у треће товилиште и 80 тона у четврто товилиште.

ЗАДАТАК 26.

Пет товилишта једног пољопривредног предузећа снабдева се потребном сточном храном из три фабрике сточне хране. Раздаљине између појединих товилишта и појединих фабрика сточне хране у километрима, дате су у следећој табели:

Фабрике	Т о в и л и ш т е				
	I	II	III	IV	V
I	15	20	35	55	45
II	48	40	30	65	25
III	52	80	10	17	20

Потребне количине сточне хране по појединим товилиштима су следеће: I товилиште – 60 тона, II товилиште – 150 тона, III товилиште – 100 тона, IV товилиште – 80 тона i V товилиште – 110 тона.
Расположиве количине сточне хране по појединим фабрикама су следеће: I фабрика – 100 тона, II фабрика – 250 тона, III фабрика – 150 тона.
Цена транспорта по километартони (kmt) је једнака на свим релацијама и износи 200000 din/kmt.
Поставити модел линеарног програмирања за оптимирање плана транспорта, тако да свих пет товилишта у потпуности задовоље своје потребе сточном храном.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 26:

1. Независна промењива:

X_{ij} – количина сточне хране из која се допрема из фабике “i” у товилиште “j” у тонама
i = 1(1) 3 - фабрике сточне хране
j = 1(1) 5 - товилишта

2. Услов ненегативности: $X_{ij} \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора

а) Расположиве количине сточне хране:

$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} = 100$ t

$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} = 250$ t

$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} = 150$ t

б) Потребне количине у појединим товилиштима:

$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 60$ t

$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 150$ t

$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 100$ t

$X_{14} + X_{24} + X_{34} = 80$ t

$X_{15} + X_{25} + X_{35} = 110$ t

4. Функција критеријума оптималности:

Минимални трошкови транспорта

200000 din/kmt (15km X_{11}(t) + 20 X_{12} + 35 X_{13} + 55 X_{14} + 45 X_{15} + 48 X_{21} + 40 X_{22} + 30 X_{23} + 65 X_{24} + 25 X_{25} + 52 X_{31} + 80 X_{32} + 10 X_{33} + 17 X_{34} + 20 X_{35}) = V(min)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 26.

MIN $3000X_{11} + 4000X_{12} + 7000X_{13} + 11000X_{14} + 9000X_{15} + 9600X_{21} + 8000X_{22} + 6000X_{23} + 13000X_{24} + 5000X_{25} + 10400X_{31} + 16000X_{32} + 10 X_{33} + 10 X_{33} + 3400X_{34} + 4000X_{35}$
SUBJECT TO
$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} = 100$
$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} = 250$
$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} = 150$
$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 60$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 150$
$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 100$
$X_{14} + X_{24} + X_{34} = 80$
$X_{15} + X_{25} + X_{35} = 110$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 7

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 2223400.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	60.000000	0.000000
X12	40.000000	0.000000
X13	0.000000	5000.000000
X14	0.000000	5620.000000
X15	0.000000	8000.000000
X21	0.000000	2600.000000

X22	110.000000	0.000000
X23	30.000000	0.000000
X24	0.000000	3620.000000
X25	110.000000	0.000000
X31	0.000000	9380.000000
X32	0.000000	13980.000000
X33	70.000000	0.000000
X34	80.000000	0.000000
X35	0.000000	4980.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	4000.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	0.000000	5980.000000
5)	0.000000	-7000.000000
6)	0.000000	-8000.000000
7)	0.000000	-6000.000000
8)	0.000000	-9380.000000
9)	0.000000	-5000.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	3000.000000	2600.000000	INFINITY
X12	4000.000000	5000.000000	2600.000000
X13	7000.000000	INFINITY	5000.000000
X14	11000.000000	INFINITY	5620.000000
X15	9000.000000	INFINITY	8000.000000
X21	9600.000000	INFINITY	2600.000000
X22	8000.000000	2600.000000	5000.000000
X23	6000.000000	3620.000000	4980.000000
X24	13000.000000	INFINITY	3620.000000
X25	5000.000000	4980.000000	INFINITY
X31	10400.000000	INFINITY	9380.000000
X32	16000.000000	INFINITY	13980.000000
X33	20.000000	4980.000000	3620.000000
X34	3400.000000	3620.000000	INFINITY
X35	4000.000000	INFINITY	4980.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	100.000000	0.000000	0.000000
3	250.000000	0.000000	0.000000
4	150.000000	0.000000	0.000000
5	60.000000	0.000000	0.000000
6	150.000000	0.000000	0.000000
7	100.000000	0.000000	0.000000

8	80.000000	0.000000	0.000000
9	110.000000	0.000000	0.000000

Коментар:

Укупни минимални трошкови транспорта износе 2223400 динара.

Из прве фабрике сточне хране треба транспотровати:

- 60 тона у прво товилиште и 40 тона у друго товилиште;

Из друге фабрике сточне хране треба транспортовати:

- 110 тона у друго товилиште, 30 тона у треће товилиште и 110 тона у пето товилиште;

Из треће фабрике сточне хране треба транспортовати:

- 70 тона у треће товилиште и 80 тона у четврто товилиште.

ЗАДАТАК 27.

Пет товилишта једног пољопривредног предузећа снабдева се потребном сточном храном из три фабрике сточне хране. Раздаљине између појединих товилишта и појединих фабрика сточне хране у километрима, дате су у следећој табели:

Фабрике	Т о в и л и ш т е				
	I	II	III	IV	V
I	15	20	35	55	45
II	48	40	30	65	25
III	52	80	10	17	20

Potrebne količine stočne hrane po pojedinim tovilištima su sledeće: I товилиште – 60 тона, II товилиште – 150 тона, III товилиште – 100 тона, IV товилиште – 80 тона i V товилиште – 150 тона.

Расположиве количине сточне хране по појединим фабрикама су следеће: I фабрика – 100 тона, II фабрика – 250 тона, III фабрика – 150 тона.

Цена транспорта по километартони (kmt) је једнака на свим релацијама и износи 200000 din/kmt.

Поставити модел линеарног програмирања за оптимирање плана транспорта, тако да свих пет товилишта у потпуности задовоље своје потребе сточном храном.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 27:

1. **Независна променљива:**

X_{ij} – количина сточне хране из која се допрема из фабике "i" у товилиште "j" у тонама

i = 1(1) 3 – фабрике сточне хране

j = 1(1) 5 - товилишта

2. **Услов ненегативности:** $X_{ij} \geq 0$

3. **Матрица ограничавајућих фактора:**

а) Расположиве количине сточне хране:

$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} = 100$ t

$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} = 250$ t

$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} = 150$ t

b) Потребне количине у појединим товилиштима:

$X_{11} + X_{2\,1} + X_{31} \leq 60$ t

$X_{12} + X_{2\,2} + X_{32} \leq 150$ t

$X_{13} + X_{2\,3} + X_{33} \leq 100$ t

$X_{14} + X_{24} + X_{34} \leq 80$ t

$X_{15} + X_{25} + X_{35} \leq 150$ t

4. Функција критеријума:

Минимални трошкови транспорта:

200000 din/kmt (15km X_{11}(t) + 20 X_{12} + 35 X_{13} + 55 X_{14} + 45 X_{15} + 48 X_{21} + 40 X_{22} + 30 X_{23} + 65 X_{24} + 25 X_{25} + 52 X_{31} + 80 X_{32} + 10 X_{33} + 17 X_{34} + 20 X_{35}) = V(min)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 27.

MIN $3000X_{11} + 4000X_{12} + 7000X_{13} + 11000X_{14} + 9000X_{15} + 9600X_{21} + 8000X_{22} + 6000X_{23} + 13000X_{24} + 5000X_{25} + 10400X_{31} + 16000X_{32} + 2000X_{33} + 3400X_{34} + 4000X_{35}$
SUBJECT TO
$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} = 100$
$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} = 250$
$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} = 150$
$X_{11} + X_{21} + X_{31} < 60$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} < 150$
$X_{13} + X_{23} + X_{33} < 100$
$X_{14} + X_{24} + X_{34} < 80$
$X_{15} + X_{25} + X_{35} < 150$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 7

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 2242000.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	60.000000	0.000000
X12	40.000000	0.000000
X13	0.000000	5000.000000
X14	0.000000	7600.000000
X15	0.000000	8000.000000

X21	0.000000	2600.000000
X22	70.000000	0.000000
X23	30.000000	0.000000
X24	0.000000	5600.000000
X25	150.000000	0.000000
X31	0.000000	7400.000000
X32	0.000000	12000.000000
X33	70.000000	0.000000
X34	80.000000	0.000000
X35	0.000000	3000.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-4000.000000
3)	0.000000	-8000.000000
4)	0.000000	-4000.000000
5)	0.000000	1000.000000
6)	40.000000	0.000000
7)	0.000000	2000.000000
8)	0.000000	600.000000
9)	0.000000	3000.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	3000.000000	1000.000000	INFINITY
X12	4000.000000	5000.000000	1000.000000
X13	7000.000000	INFINITY	5000.000000
X14	11000.000000	INFINITY	7600.000000
X15	9000.000000	INFINITY	8000.000000
X21	9600.000000	INFINITY	2600.000000
X22	8000.000000	2600.000000	600.000000
X23	6000.000000	600.000000	3000.000000
X24	13000.000000	INFINITY	5600.000000
X25	5000.000000	3000.000000	INFINITY
X31	10400.000000	INFINITY	7400.000000
X32	16000.000000	INFINITY	12000.000000
X33	2000.000000	3000.000000	600.000000
X34	3400.000000	600.000000	INFINITY
X35	4000.000000	INFINITY	3000.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	100.000000	40.000000	40.000000
3	250.000000	40.000000	70.000000

4	150.000000	30.000000	70.000000
5	60.000000	40.000000	40.000000
6	150.000000	INFINITY	40.000000
7	100.000000	70.000000	30.000000
8	80.000000	70.000000	30.000000
9	150.000000	70.000000	40.000000

Коментар:

Укупни минимални трошкови транспорта износе 2223400 динара.

Из прве фабрике сточне хране треба транспотровати:
- 60 тона у прво товилиште и 40 тона у друго товилиште;

Из друге фабрике сточне хране треба транспортовати:
- 110 тона у друго товилиште, 30 тона у треће товилиште и 110 тона у пето товилиште;

Из треће фабрике сточне хране треба транспортовати:
- 70 тона у треће товилиште и 80 тона у четврто товилиште.

ЗАДАТАК 28.

Пољопривредно предузеће располаже са 3 погона за прераду поврћа. Сировинама се снабдевају са 3 пункта: А, Б и Ц.
Основне сировине чине: паприка, боранија и краставци. Набавне цене ових производа су: 4,5 милиона din/t паприке, 3 милиона din/t боранијe и 5 милиона din/t краставаца.
Потребне количине за прераду по погонима су следеће:

I погон: 300 t паприке, 500 t боранијe и 200 t краставаца
II погон: 500 t паприке, 445 t боранијe и 325 t краставаца
III погон: 200 t паприке, 190 t боранијe и 220 t краставаца

Расположиве количине појединих производа по појединим пунктовима практично нису ограничене. Раздаљине између појединих погона и пунктова су следеће:

Пункт	П о г о н и		
	I	II	III
A	30 km	25 km	20 km
B	35 km	45 km	63 km
C	19 km	24 km	39 km

Трошкови транспорта износе 1% од набавне цене по kmt.
Поставити модел за оптимирање снабдевања погона за прераду поврћа потребним сировинама.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 28.

1. Независна промењива:

X_{abc} – количина поврћа врсте „а" која се допрема из пункта "b" у погон "c" у тонама
a = 1(1) 3 – поврће (паприка, боранија, краставац)
b = 1(1) 3 – пунктови
c = 1(1) 3 – погони

2. Услов ненегативности: $X_{abc} \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Потребне количине у погонима:

I погон

$X_{111} + X_{121} + X_{131} = 300$ t

$X_{211} + X_{2\,21} + X_{231} = 500$ t

$X_{311} + X_{321} + X_{331} = 200$ t

II погон

$X_{112} + X_{122} + X_{132} = 500$ t

$X_{212} + X_{222} + X_{232} = 445$ t

$X_{312} + X_{322} + X_{332} = 325$ t

III погон

$X_{113} + X_{123} + X_{133} = 200$ t

$X_{213} + X_{223} + X_{233} = 190$ t

$X_{313} + X_{323} + X_{333} = 220$ t

4. Функција критеријума оптималности:

Минимлани трошкови транспорта

450din/kmt $(30kmX_{111}+35X_{112}+19X_{113}+25X_{121}+45X_{122}+24X_{123}+20X_{131}+63X_{132}+39X_{133})$ $+ 300\ (30X_{211} + 35X_{212} + 19X_{213} + 25X_{221} + 45X_{222} + 24X_{223} + 20X_{231} + 63X_{232} + 39X_{233}) +$ $500\ (30X_{311} + 35X_{312} + 19X_{313} + 25X_{321} + 45X_{322} + 24X_{323} + 20X_{33} + 63X_{332} + 39X_{333})$ $= V(min)$

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 28.

MIN $13500X_{111}+15750X_{112}+8550X_{113}+11250X_{121}+20250X_{122}+10800X_{123}+9000X_{131}$ $+28350X_{132}+17550X_{133}+9000X_{211}+10500X_{212}+5700X_{213}+7500X_{221}+13500X_{222}$ $+7200X_{223}+6000X_{231}+18900X_{232}+11700X_{233}+15000X_{311}+17500X_{312}+9500X_{313}+$ $12500X_{321}+22500X_{322}+12000X_{323}+10000X_{33}+31500X_{332}+19500X_{333}$

SUBJECT TO

$X_{111} + X_{121} + X_{131} = 300$

$X_{211} + X_{2\,21} + X_{231} = 500$

$X_{311} + X_{321} + X_{331} = 200$

$X_{112} + X_{122} + X_{132} = 500$

$X_{212} + X_{222} + X_{232} = 445$

$X_{312} + X_{322} + X_{332} = 325$

$X_{113} + X_{123} + X_{133} = 200$

$X_{213} + X_{223} + X_{233} = 190$

$X_{313} + X_{323} + X_{333} = 220$

END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 8

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.2881800E+08

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X111	0.000000	274500.000000
X112	500.000000	0.000000
X113	200.000000	0.000000
X121	0.000000	2250.000000
X122	0.000000	4500.000000
X123	0.000000	2250.000000
X131	300.000000	0.000000
X132	0.000000	12600.000000
X133	0.000000	9000.000000
X211	0.000000	3000.000000
X212	445.000000	0.000000
X213	190.000000	0.000000
X221	0.000000	1500.000000
X222	0.000000	3000.000000
X223	0.000000	1500.000000
X231	500.000000	0.000000
X232	0.000000	8400.000000
X233	0.000000	6000.000000
X311	0.000000	15000.000000
X312	325.000000	0.000000
X313	220.000000	0.000000
X321	0.000000	12500.000000
X322	0.000000	5000.000000
X323	0.000000	2500.000000
X33	0.000000	10000.000000
X332	0.000000	14000.000000
X333	0.000000	10000.000000
X331	200.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-9000.000000
3)	0.000000	-6000.000000
4)	0.000000	0.000000
5)	0.000000	-15750.000000
6)	0.000000	-10500.000000
7)	0.000000	-17500.000000
8)	0.000000	-8550.000000
9)	0.000000	-5700.000000
10)	0.000000	-9500.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X111	283500.000000	INFINITY	274500.000000

X112	15750.000000	4500.000000	INFINITY
X113	8550.000000	2250.000000	INFINITY
X121	11250.000000	INFINITY	2250.000000
X122	20250.000000	INFINITY	4500.000000
X123	10800.000000	INFINITY	2250.000000
X131	9000.000000	2250.000000	INFINITY
X132	28350.000000	INFINITY	12600.000000
X133	17550.000000	INFINITY	9000.000000
X211	9000.000000	INFINITY	3000.000000
X212	10500.000000	3000.000000	INFINITY
X213	5700.000000	1500.000000	INFINITY
X221	7500.000000	INFINITY	1500.000000
X222	13500.000000	INFINITY	3000.000000
X223	7200.000000	INFINITY	1500.000000
X231	6000.000000	1500.000000	INFINITY
X232	18900.000000	INFINITY	8400.000000
X233	11700.000000	INFINITY	6000.000000
X311	15000.000000	INFINITY	15000.000000
X312	17500.000000	5000.000000	INFINITY
X313	9500.000000	2500.000000	INFINITY
X321	12500.000000	INFINITY	12500.000000
X322	22500.000000	INFINITY	5000.000000
X323	12000.000000	INFINITY	2500.000000
X33	10000.000000	INFINITY	10000.000000
X332	31500.000000	INFINITY	14000.000000
X333	19500.000000	INFINITY	10000.000000
X331	0.000000	12500.000000	INFINITY

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	300.000000	INFINITY	300.000000
3	500.000000	INFINITY	500.000000
4	200.000000	INFINITY	200.000000
5	500.000000	INFINITY	500.000000
6	445.000000	INFINITY	445.000000
7	325.000000	INFINITY	325.000000
8	200.000000	INFINITY	200.000000
9	190.000000	INFINITY	190.000000
10	220.000000	INFINITY	220.000000

Коментар:

Минимални трошкови транспорта износе 28818000 динара. Паприке треба допремити из: првог пункта у други погон 500 тона, првог пункта у трећи погон 200 тона и трећег пункта у први погон 300 тона; Боранијe треба допремити из: првог пункта у други погон 445 тона, првог пункта у трећи погон 190 тоне и трећег пункта у први погон 500 тона;

Краставаца треба допремити из: првог пункта у други погон 325 тона, првог пункта у трећи погон 220 тона и трећег пункта у први погон 200 тона.

ЗАДАТАК 29.

Пољопривредно предузеће располаже са 3000 ha обрадивих површина, од чега 90% чине оранице. Поставити модел за оптимирање сетвене структуре на бази следећих планских елемената:

- Земљишни комплекс састоји се од два типа земљишта, од чега чернозем чини 60%, а ритска црница 40%.
- У обзир за сетву долазе пшеница, кукуруз, шећерна репа и сунцокрет у редовној и грашак у пострној сетви.
- Планирани просечни приноси на чернозему износе: за пшеницу 7 t/ha, за кукуруз 10 t/ha, за шећерну репу 60 t/ha, за сунцокрет 3 t/ha и грашак 6 t/ha.
- Приноси свих усева су на ритским црницама за 10% нижи.
- У стуктури сетве шећерна репа не сме бити заступљена са више од 20%, а сунцокрет 15%.
- Минимална производња грашка износи 150 t, а кукуруза 4000 t.
- Планирани финансијски резултат износи: за пшеницу 450 din/t, кукуруз 350 din/t, шећерну репу 500 din/t, сунцокрет 700 din/t и грашак 500 din/t.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 29.

1. **Независна променљива:**

X_{ij} – површина усева "i" на земљишту типа "j" у хектарима

$i = 1(1)\ 5$ – усев (пшеница, кукуруз, шећерна репа, сунцокрет, пострни грашак)

$j = 1(1)\ 2$ – тип земљишта (чернозем, ритске црнице)

2. **Услов ненегативности:** $X_{ij} \geq 0$

3. **Матрица ограничавајућих фактора:**

а) Земљишта по типовима (у редовној и пострној сетви):

$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = 2700 * 0{,}6 = 1620$ ha

$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = 2700 * 0{,}4 = 1080$ ha

$X_{11} - X_{51} \geq 0$

$X_{12} - X_{52} \geq 0$

b) Плодореда

$X_{31} \leq 1.620 * 0,2 \leq 324$ ha

$X_{32} \leq 1.080 * 0,2 \leq 216$ ha

$X_{41} \leq 1.620 * 0,15 \leq 247,5$ ha

$X_{31} \leq 1.080 * 0,15 \leq 162$ ha

c) Минимална производња

6 t/ha $X_{51} + 5,4\ X_{52} \geq 150$ t

10 t/ha $X_{21} + 9,2\ X_{22} \leq 4000$ t

4. Функција критеријума оптималности:

Максимални финансијски резултат

350 din/t (7t/ha X_{11}(ha) + $6,3X_{12}$) + 350 ($10X_{21} + 9,2X_{22}$) + 50 ($60X_{31} + 54X_{32}$) +

700 ($3X_{41} + 2,7X_{42}$) + 500 ($6X_{51} + 5,4X_{52}$) = Z (max)

2450din/ha X_{11}(ha) + $2205X_{12} + 3500X_{21} + 3220X_{22} + 3000X_{31} + 2700X_{32} + 2100X_{41}$ +

+$1890X_{42} + 3000X_{51} + 2700X_{52}$ = Z (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 29.

MAX $2450X_{11} + 2205X_{12} + 3500X_{21} + 3220X_{22} + 3000X_{31} + 2700X_{32} +$
$2100X_{41} + 1890X_{42} + 3000X_{51} + 2700X_{52}$
SUBJECT TO
$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = 1620$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} = 1080$
$X_{11} - X_{51} > 0$
$X_{12} - X_{52} > 0$
$X_{31} < 324$
$X_{32} < 216$
$X_{41} < 247.5$
$X_{31} < 162$
$6X_{51} + 5.4X_{52} > 150$
$10X_{21} + 9.2X_{22} < 4000$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 3

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.1412640E+08

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	1620.000000	0.000000
X12	1080.000000	0.000000
X21	0.000000	1950.000000
X22	0.000000	1685.000000
X31	0.000000	2450.000000
X32	0.000000	2205.000000
X41	0.000000	3350.000000
X42	0.000000	3015.000000
X51	1620.000000	0.000000
X52	1080.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	5450.000000
3)	0.000000	4905.000000
4)	0.000000	-3000.000000
5)	0.000000	-2700.000000
6)	324.000000	0.000000
7)	216.000000	0.000000
8)	247.500000	0.000000
9)	162.000000	0.000000
10)	15402.000000	0.000000
11)	4000.000000	0.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	2450.000000	INFINITY	1950.000000
X12	2205.000000	INFINITY	1685.000000
X21	3500.000000	1950.000000	INFINITY
X22	3220.000000	1685.000000	INFINITY
X31	3000.000000	2450.000000	INFINITY
X32	2700.000000	2205.000000	INFINITY
X41	2100.000000	3350.000000	INFINITY
X42	1890.000000	3015.000000	INFINITY
X51	3000.000000	INFINITY	1950.000000
X52	2700.000000	INFINITY	1685.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	1620.000000	INFINITY	1620.000000

3	1080.000000	INFINITY	1080.000000
4	0.000000	1620.000000	INFINITY
5	0.000000	1080.000000	INFINITY
6	324.000000	INFINITY	324.000000
7	216.000000	INFINITY	216.000000
8	247.500000	INFINITY	247.500000
9	162.000000	INFINITY	162.000000
10	150.000000	15402.000000	INFINITY
11	4000.000000	INFINITY	4000.000000

Коментар:

Оптимална структура сетве у пољопривредном предузећу која обезбеђује максимални нето приход од 14126400 динара је следећа:

- пшеница се гаји на 1620 ha на черноземи и 1080 ha на ритској црници и
- пострни грашак се гаји на 1620 ha на черноземи и 1080 ha на ритској црници.

Кукуруз, шећерна репа и сунцокрет нису ушли у сетвену структуру.

ЗАДАТАК 30.

У саставу пољопривредног комбината налази се фабрика за прераду поврћа. Производни програм ове фабрике обухвата осам врста конзерви.
На тржишту је могуће пласирати конзерве прве и друге врсте, које су супститабилне, 30% укупног промета свих врста конзерви које се у фабрици производе.
Конзерве треће, четврте, пете и шесте врсте су такође међусобно супститабилне. Укупна потрошња ове четири врсте конзерви износи 20% од укупног промета свих врста конзерви које се у фабрици производе.
Највећа потражња је за конзервама седме и осме групе, које су такође међусобно супститабилне. На тржишту је могуће, без тешкоћа, пласирати конзерве седме и осме групе у количини од 50% од укупног промета свих врста конзерви.
Уско грло производње представља капацитет погона за паковање. Време паковања једног килограма појединих конзерви износи 8, 15, 30, 10, 5, 20, 8 и 15 секунди респективно.
За паковање прве четири врсте конзерви расположиви капацитети износе 800 часова у сезони, а за друге четири врсте 1200 часова.
Финансијски резултат за поједине врсте конзерви износи: 10, 30, 18, 15, 12, 9, 8 и 15% од малопродајних цена које су 80, 60, 55, 50, 45, 35, 30 и 30 динара за килограм респективно.
Производни план фабрике треба тако програмирати да некурентних производа не буде и да се обезбеди максималан финансијски ефекат.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 30.

1. Независна промењива:

X_i – количина конзерви врсте “i”, у килограмима

$i = 1(1)\,8$ – врсте конзерви

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Пласмана

$X_1 + X_2 \leq 0{,}3 * (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8)$

$0{,}7X_1 + 0{,}7X_2 - 0{,}3\,(X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8) \leq 0$

$X_3 + X_4 + X_5 + X_6 \leq 0{,}2 * (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8)$

$0{,}8 * (X_3 + X_4 + X_5 + X_6) - 0{,}2 * (X_1 + X_2 + X_7 + X_8) \leq 0$

$X_7 + X_8 \le 0{,}5 * (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8)$

$0{,}5X_7 + 0{,}5X_8 - 0{,}5 * (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6) \le 0$

б) Паковања

$8sek/kg\ X_1(kg) + 15X_2 + 30X_3 + 10X_4 \le 800č * 60min/č * 60sek/min \le 2880000sek$

$5sek/kg\ X_5(kg) + 20X_6 + 8X_7 + 15X_8 \le 1200č * 60min/č * 60sek/min \le 4320000sek$

4. Функција критеријума оптималности:

Максимални финансијски резултат

$80d/kg * 0{,}1\ X_1(kg) + 60 * 0{,}3\ X_2 + 55 * 0{,}18\ X_3 + 50 * 0{,}15\ X_4 + 45 * 0{,}12\ X_5$

$+ 35 * 0{,}09\ X_6 + 30 * 0{,}08\ X_7 + 30 * 0{,}15\ X_8 = Z\ (max)$

$80d/kg\ X_1 + 18d/kg\ X_2 + 9{,}9X_3 + 7{,}5X_4 + 5{,}4\ X_5 + 3{,}15\ X_6 + 2{,}4\ X_7 + 4{,}5\ X_8 = Z\ (max)$

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 30.

MAX $8X_1 + 18X_2 + 9.9X_3 + 7.5X_4 + 5.4X_5 + 3.15X_6 + 2.4X_7 + 4.5X_8$
SUBJECT TO
$0.7X_1 + 0.7X_2 - 0.3X_3 - 0.3X_4 - 0.3X_5 - 0.3X_6 - 0.3X_7 - 0.3X_8 < 0$
$0.8X_3 + 0.8X_4 + 0.8X_5 + 0.8X_6 - 0.2X_1 - 0.2X_2 - 0.2X_7 - 0.2X_8 < 0$
$0.5X_7 + 0.5X_8 - 0.5X_1 - 0.5X_2 - 0.5X_3 - 0.5X_4 - 0.5X_5 - 0.5X_6 < 0$
$8X_1 + 15X_2 + 30X_3 + 10X_4 < 2880000$
$5X_5 + 20X_6 + 8X_7 + 15X_8 < 4320000$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 5

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 5251200.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	8.386666
X2	192000.000000	0.000000
X3	0.000000	35.200001
X4	0.000000	10.133333
X5	128000.000000	0.000000
X6	0.000000	6.750000
X7	160000.000000	0.000000
X8	160000.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	6.500000
4)	0.000000	2.600000
5)	0.000000	1.373333
6)	0.000000	0.300000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	0.000000	8.386666	INFINITY
X2	18.000000	INFINITY	15.200003
X3	9.900000	35.200001	INFINITY
X4	7.500000	10.133333	INFINITY
X5	5.400000	26.957144	3.900000
X6	3.150000	6.750000	INFINITY
X7	2.400000	2.100000	0.420000
X8	4.500000	0.737838	2.100000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	0.000000	INFINITY	0.000000
3	0.000000	51692.304688	0.000000
4	0.000000	45405.406250	0.000000
5	2880000.000000	1007999.937500	592941.125000
6	4320000.000000	1120000.000000	1120000.000000

Коментар:

Оптимална структура производње у фабрици за прераду поврћа, која обезбеђује максимални финансијски резултату у износу од 5251200 динара, остварује се при следећој структури производње конзерви: 192000 килограма конзерви друге врсте, 128000 килограма конзерви четврте врсте и по 160000 килограма конзерви шесте и седме врсте. Остале врсте конзерви нису конкурентне за производни програм. Најближе уврштавању у производни програм су конзерве шесте врсте. Оне су некурентне за само 6,75 динара по килограму финансијског резултата.

ЗАДАТАК 31.

Фабрика пољопривредних машина производи 3 врсте култиватора. Поједина одељења фабрике, под условом да израђују само један тип трактора, омогућавају следећу производњу:

Тип култиватора	ОДЕЉЕЊЕ		
	1	2	3
1	800	700	1000
2	750	750	868
3	1000	980	1020

Годишњи капацитет појединих одељења износи: 6000, 4900 и 4080 радних часова, респективно.

На тржишту се може пласирати следећи број трактора:

1 врсте 270 (± 10%)

2 врсте 300 (± 10%)

3 врсте 250 (± 10%)

Планирани финансијски резултати износе 35000 din/kom, 50000 din/kom и 28000 din/kom, респективно.

Програмирати оптималну структуру производње.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 31.

1. Независна промењива:

X_i – месечна производња култиватора типа "i", у комадима

i = 1(1) 3 – типови култиватора

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Капацитета производних одељења

1 одељење

6000 č.r./800kom = 7,5 č.r./kom; 6000/750 = 8 č.r./kom; 6000/1000 = 6 č.r./kom;

7,5 č.r./kom X_1(kom) + 8 č.r./kom X_2 + 6 č.r./kom $X_3 \leq$ 6.000 č.r.

2 одељење

4900č.r./700kom = 7 č.r./kom; 4900/700 = 7 č.r./kom; 4900/980 = 5 č.r./kom;

7 č.r./kom X_1 + 7 č.r./kom X_2 + 5 č.r./kom $X_3 \leq$ 4900 č.r.

3 одељење –

4080č.r./1000kom = 4,08 č.r./kom;   4080/868 = 4,7 č.r./kom;   4080/1.020 = 4 č.r./kom;

4,08 č.r./kom X_1 + 4,7 č.r./kom X_2 + 4 č.r./kom $X_3 \leq$ 4.080 č.r.

б) Пласмана

1 типа:	$X_1 \geq 270 * 0{,}9 \geq 243$ kom;
	$X_1 \leq 270 * 1{,}1 \leq 297$ kom
2 типа:	$X_2 \geq 300 * 0{,}9 \geq 270$ kom;
	$X_2 \leq 300 * 1{,}1 \leq 330$ kom
3 типа:	$X_3 \geq 250 * 0{,}9 \geq 225$ kom;
	$X_3 \leq 250 * 1{,}1 \leq 275$ kom

4. Функција критеријума оптималности:

Максимални финансијски резултат

35000d/kom X_1(kom) + 50000d/kom X_2 + 28000d/kom X_3 = Z(max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 31.

MAX $35000X_1 + 50000X_2 + 28000X_3$
SUBJECT TO
$7.5X_1 + 8X_2 + 6X_3 < 6000$
$7X_1 + 7X_2 + 5X_3 < 4900$
$4.08X_1 + 4.7X_2 + 4X_3 < 4080$
$X_1 > 243$
$X_1 < 297$
$X_2 > 270$
$X_2 < 330$
$X_3 > 225$
$X_3 < 275$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP   5

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1)   0.2961929E+08

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	243.000000	0.000000

X2	296.285706	0.000000
X3	225.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	457.214294	0.000000
3)	0.000000	7142.856934
4)	796.017151	0.000000
5)	0.000000	-15000.000000
6)	54.000000	0.000000
7)	26.285715	0.000000
8)	33.714287	0.000000
9)	0.000000	-7714.285645
10)	50.000000	0.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	35000.000000	15000.000000	INFINITY
X2	50000.000000	INFINITY	10800.000000
X3	28000.000000	7714.285645	INFINITY

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	6000.000000	INFINITY	457.214294
3	4900.000000	236.000000	184.000000
4	4080.000000	INFINITY	796.017151
5	243.000000	26.285715	33.714287
6	297.000000	INFINITY	54.000000
7	270.000000	26.285715	INFINITY
8	330.000000	INFINITY	33.714287
9	225.000000	36.799999	47.200001
10	275.000000	INFINITY	50.000000

Коментар:

Оптимална структура производње култиватора у фабрици пољопривредних машина обезбеђује максимални финансијски резултат од 29619290 динара при производњи 243 култиватора прве врсте, 296 култиватора друге врсте и 225 култиватора треће врсте.

Оптимални план производње подразумева минималне количине култиватора прве и треће врсте. То је због тога што је капацитет другог одељења у потпуности искоришћен, односно капацитет другог одељења је уско грло производње.

ЗАДАТАК 32.

Пољопривредно предузеће које располаже са 2000 ha ораничних површина у свом саставу има 3 радне јединице (А, Б и Ц) које располажу са следећим површинама:
А – 800 ha, Б – 700 ha и Ц – 500 ha.

Приноси појединих усева по радним јединицама дати су у табели:

Усев	Приноси t/ha		
	А	Б	Ц
Пшеница	5,8	6,0	6,2
Кукуруз	9,5	10,0	10,2
Шећерна репа	45,0	48,0	50,0
Сунцокрет	2,4	-	3,0

Потребне количине часова рада радника и средстава механизације по једном хектару у појединим месецима, за поједине усеве су:

Усев	Радници				Механизација			
	IV	VI	IX	X	IV	VI	IX	X
Пшеница	0,05	3,10	0,80	2,20	0,15	2,50	1,00	1,50
Кукуруз	2,50	0,80	2,50	3,00	2,00	0,50	1,50	3,00
Шећерна репа	3,00	1,00	2,40	2,00	2,50	1,50	2,00	2,20
Сунцокрет	2,80	1,70	2,20	4,50	2,40	1,00	3,00	4,00

Средства механизације су обједињена на нивоу предузећа, а радна снага је дислоцирана по радним јединицама. Расположиви фонд часова рада механизације износи по месецима: IV – 10200; VI– 15000; IX– 20000 и X – 15000 часова рада.

Расположиви фонд часова рада радника по радним јединицама и месецима је следећи:

Месец	Радне јединице		
	А	Б	Ц
IV	5 000	3 000	2 000
VI	6 000	5 000	4 000
IX	7 000	6 000	4 000
X	6 000	5 000	4 000

Минималне количине које треба предузеће да произведе су: пшенице 3000 t, кукуруза 6000 t, шећерне репе 15000 t и сунцокрета 500 t. Оптимирати сетвену структуру тако да се оствари максимална вредност производње, ако су продајне цене: пшенице 200000 din/t; кукуруза 180000 din/t; шећерне репе 25000 din/t и сунцокрета 400000 din/t.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 32.

1. Независна промењљива:

X_{ij} – површина усева “i”, на радној јединици “j”, у хектарима

i = 1(1) 4 – усев; i = 1- пшеница; i = 2 - кукуруз; i = 3 - шећерна репа; i= 4 - сунцокет

j = 1(1) 3 – радне јединице j = 1- А; j = 2 - Б; j = 3 - Ц

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Земљишта

А - радна јединица $X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = 800$ ha

Б - радна јединица $X_{12} + X_{22} + X_{32} = 700$ ha

Ц - радна јединица $X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} = 500$ ha

б) Радника

А – IV месец 0,05č.r./ha X_{11}(ха) + 2,5 X_{21} + 3 X_{31} + 2,8 $X_{41} \leq$ 5.000 č.r.

VI месец 3,1 č.r./ha X_{11}(ха) + 0,8 X_{21} + 1 X_{31} + 1,7 $X_{41} \leq$ 6.000 č.r.

IX месец 0,8 č.r./ha X_{11}(ха) + 2,5 X_{21} + 2,4 X_{31} + 2,2 $X_{41} \leq$ 7.000 č.r.

X месец 2,2 č.r./ha X_{11}(ха) + 3 X_{21} + 2 X_{31} + 4,5 $X_{41} \leq$ 6.000 č.r.

Б – IV месец 0,5 č.r./ha X_{12}(ха) + 2,5 X_{22} + 3 $X_{32} \leq$ 3.000 č.r.

V месец 3,1 č.r./ha X_{12}(ха) + 0,8 X_{22} + 1 $X_{32} \leq$ 5.000 č.r.

IX месец 0,8 č.r./ha X_{12}(ха) + 2,5 X_{22} + 2,4 $X_{32} \leq$ 6.000 č.r.

X месец 2,2 č.r./ha X_{12}(ха) + 3 X_{22} + 2 $X_{32} \leq$ 5.000 č.r.

Ц – IV месец 0,05č.r./ha X_{13}(ха) + 2,5 X_{23} + 3 X_{33} + 2,8 $X_{43} \leq$ 2.000 č.r.

VI месец 3,1 č.r./ha X_{13}(ха) + 0,8 X_{23} + 1 X_{33} + 1,7 $X_{4} \leq$ 4.000 č.r.

IX месец 0,8 č.r./ha X_{13}(ха) + 2,5 X_{23} + 2,4 X_{33} + 2,2 $X_{43} \leq$ 4.000 č.r.

X месец 2,2 č.r./ha X_{13}(xa) + 3 X_{23} + 2 X_{33} + 4,5 X_{43} $\leq$ 4.000 č.r.

ц) Средства механизације

IV месец

0,15 č.r./ha (X_{11}+X_{12} +X_{13}) + 2(X_{21} +X_{22}+X_{23}) +2,5(X_{31}+X_{32}+X_{33})+ 2,4(X_{41}+X_{43}) $\leq$ 10.200 č.r.

VI месец

2,5 č.r./ha (X_{11}+X_{12} +X_{13}) + 0,5(X_{21} +X_{22}+X_{23}) +1,5(X_{31}+X_{32}+X_{33})+ 1(X_{41}+X_{43}) $\leq$ 15.000 č.r.

IX месец

1 č.r./ha (X_{11}+X_{12} +X_{13}) + 1,5(X_{21} +X_{22}+X_{23}) + 2(X_{31}+X_{32}+X_{33}) + 3(X_{41}+X_{43}) $\leq$ 20.000 č.r.

X месец

1,5 č.r./ha (X_{11}+X_{12} +X_{13}) + 3(X_{21} +X_{22}+X_{23}) + 2,2(X_{31}+X_{32}+X_{33}) + 4(X_{41}+X_{43}) $\leq$ 15.000 č.r.

д) Минималних количина производа

Пшеница - 5,8t/ha X_{11}(xa) + 6 X_{12} + 6,2 X_{13} $\geq$ 3.000 t

Кукуруз - 9,5t/ha X_{21}(xa) + 10 X_{22} + 10,2 X_{23} $\geq$ 6.000 t

Шећерне репе - 45t/ha X_{31}(xa) + 48 X_{32} + 50 X_{33} $\geq$ 15.000 t

Сунцокрета - 2,4t/ha X_{41}(xa) + 3 X_{43} $\geq$ 500 t

4. Функција критеријума оптималности:

Максимална вредност производње

200000 din/t * (5,8 t/ha X_{11}(ha) + 6 X_{12} + 6,2 X_{13}) + 180000 * (9,5X_{21} + 10 X_{22} + 10,2 X_{23}) +25000 * (45 X_{31}+ 48 X_{32} + 50 X_{33}) + 400000 * (2,4 X_{41} + 3 X_{43}) = Z (max)

1160000din/ha X_{11}ha + 1200000X_{12} + 1240000X_{13} + 1710000X_{21} + 1800000X_{22} + 1836000X_{23} + 1125000X_{31} + 1200000X_{32} + 1250000X_{33} + 960000X_{41} + 1200000X_{43} = Z (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 32.

MAX $1160000X_{11} + 1200000X_{12} + 1240000X_{13} + 1710000X_{21} + 1800000X_{22} + 1836000X_{23} + 1125000X_{31} + 1200000X_{32} + 1250000X_{33} + 960000X_{41} + 1200000X_{43}$

SUBJECT TO

$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} = 800$

$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 700$

$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} = 500$

$0.05X_{11} + 2.5X_{21} + 3X_{31} + 2.8X_{41} < 5000$

$3.1X_{11} + 0.8X_{21} + 1X_{31} + 1.7X_{41} < 6000$

$0.8X_{11} + 2.5X_{21} + 2.4X_{31} + 2.2X_{41} < 7000$

$2.2X_{11} + 3X_{21} + 2X_{31} + 4.5X_{41} < 6000$

$0.05X_{12} + 2.5X_{22} + 3X_{32} < 3000$

$3.1X_{12} + 0.8X_{22} + 1X_{32} < 5000$

$0.8X_{12} + 2.5X_{22} + 2.4X_{32} < 6000$

$2.2X_{12} + 3X_{22} + 2X_{32} < 5000$

$0.05X_{13} + 2.5X_{23} + 3X_{33} + 2.8X_{43} < 2000$

$3.1X_{13} + 0.8X_{23} + 1X_{33} + 1.7X_{43} < 4000$

$0.8X_{13} + 2.5X_{23} + 2.4X_{33} + 2.2X_{43} < 4000$

$2.2X_{13} + 3X_{23} + 2X_{33} + 4.5X_{43} < 4000$

$0.15X_{11}+0.15X_{12}+0.15X_{13}+2X_{21}+2X_{22}+2X_{23}+2.5X_{31}+2.5X_{32}+2.5X_{33}+2.4X_{41}+2.4X_{43} < 10200$

$2.5X_{11}+2.5X_{12}+2.5X_{13}+0.5X_{21}+0.5X_{22}+0.5X_{23}+1.5X_{31}+1.5X_{32}+1.5X_{33}+X_{41}+X_{43} < 15000$

$X_{11}+X_{12}+X_{13} + 1.5X_{21}+1.5X_{22}+1.5X_{23} + 2X_{31}+2X_{32}+2X_{33} + 3X_{41}+3X_{43} < 20000$

$1.5X_{11}+1.5X_{12}+1.5X_{13} + 3X_{21}+3X_{22}+3X_{23}+2.2X_{31}+2.2X_{32}+2.2X_{33}+ 4X_{41}+4X_{43} < 15000$

$5.8X_{11} + 6X_{12} + 6.2X_{13} > 3000$

$9.5X_{21} + 10X_{22} + 10.2X_{23} > 6000$

$45X_{31} + 48X_{32} + 50X_{33} > 15000$

$2.4X_{41} + 3X_{43} > 500$

END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 8

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.2979717E+10

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	517.241394	0.000000
X12	0.000000	31034.482422
X13	0.000000	8068.983398
X21	282.758606	0.000000
X22	700.000000	0.000000
X23	33.333332	0.000000
X31	0.000000	57600.000000
X32	0.000000	37440.000000
X33	300.000000	0.000000
X41	0.000000	241199.984375
X43	166.666672	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	1710000.000000
3)	0.000000	1800000.000000
4)	0.000000	1836000.000000
5)	4267.241211	0.000000
6)	4170.344727	0.000000
7)	5879.310547	0.000000
8)	4013.793213	0.000000
9)	1250.000000	0.000000
10)	4440.000000	0.000000
11)	4250.000000	0.000000
12)	2900.000000	0.000000
13)	550.000000	0.000000
14)	3390.000000	0.000000
15)	2830.000000	0.000000
16)	2550.000000	0.000000
17)	6940.229980	0.000000
18)	12582.183594	0.000000
19)	16858.621094	0.000000
20)	9849.195312	0.000000
21)	0.000000	-94827.585938
22)	4026.206787	0.000000
23)	0.000000	-11720.000000
24)	0.000000	-212000.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	1160000.000000	550000.000000	7548.405273
X12	1200000.000000	31034.484375	INFINITY
X13	1240000.000000	8068.985352	INFINITY
X21	1710000.000000	7548.405273	57600.000000
X22	1800000.000000	INFINITY	31034.484375
X23	1836000.000000	39000.000000	8068.985352
X31	1125000.000000	57600.000000	INFINITY
X32	1200000.000000	37440.000000	INFINITY
X33	1250000.000000	586000.000000	39000.000000
X41	960000.000000	241199.984375	INFINITY
X43	1200000.000000	636000.000000	301499.968750

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	800.000000	1337.931030	282.758606
3	700.000000	500.000000	402.620667

4	500.000000	220.000000	33.333332
5	5000.000000	INFINITY	4267.241211
6	6000.000000	INFINITY	4170.344727
7	7000.000000	INFINITY	5879.310547
8	6000.000000	INFINITY	4013.793213
9	3000.000000	INFINITY	1250.000000
10	5000.000000	INFINITY	4440.000000
11	6000.000000	INFINITY	4250.000000
12	5000.000000	INFINITY	2900.000000
13	2000.000000	INFINITY	550.000000
14	4000.000000	INFINITY	3390.000000
15	4000.000000	INFINITY	2830.000000
16	4000.000000	INFINITY	2550.000000
17	10200.000000	INFINITY	6940.229980
18	15000.000000	INFINITY	12582.183594
19	20000.000000	INFINITY	16858.621094
20	15000.000000	INFINITY	9849.195312
21	3000.000000	1639.999878	3000.000000
22	6000.000000	4026.206787	INFINITY
23	15000.000000	1666.666626	15000.000000
24	500.000000	99.999992	500.000000

Коментар:

Оптимална структура производње у пољопривредном предузећу је следећа:

a. 517 ha пшенице (на организационој јединици А)
b. 1016 ha кукуруза (283 ha на организационој јединици А, 700 ha на организационој јединици Б и 33 ha на организационој јединици Ц)
c. 300 ha шећерне репе (на организационој јединици Ц)
d. 167 ha сунцокрета (на организационој јединици Ц).

Посматрано по газдинствима:

e. Газдинство А: 517 ha пшенице и 273 ha кукуруза.
f. Газдинство Б: 700 ha кукуруза
g. Газдинство Ц: 33 ha кукуруза, 300 ha шећерне репе и 167 ha сунцокрета.

Оптимална стурктура производње обезбеђује максималну вредност производње од 2979717000 динара.

ЗАДАТАК 33.

За пољопривредно газдинство чија оранична површина износи 70 хектара треба програмирати план сетве тако да се обезбеди максимални доходак. Климатски услови подручја на коме се налази земљишни посед и близина прерађивачких капацитета, омогућавају, поред осталих, и производњу: соје, лана и уљане репице. За производњу ових култура издвојена је површина од 30 хектара ораничних површина и она треба у целости да се користи за сетву наведена три усева.

Један од кључних фактора од кога зависи план сетве је расположива радна снага. За обраду 30 хектара, расположиви капацитет радне снаге износи укупно 1650 часова рада.

Капацитет радне снаге по кварталима је следећи:

- I квартал (јануар – март) 450 часова
- II квартал (април – јун) 900 часова
- III квартал (јул – септембар) 300 часова

На висину приноса утиче земљиште и ђубриво.

За производњу једне тоне наведених производа потребно је:

Показатељи	Соја	Лан	Уљана репица
Земљишна површина (ha)	0,4	0,3	0,5
Радни часови I квартал	5	4	-
Радни часови II квартал	20	11	12
Радни часови III квартал	-	3	4
Минерално ђубриво (kg)	80	100	110
Стајњак (t)	-	2,0	-

Газдинству стоје на располагању за производњу наведене три културе следеће количине ђубрива:

- минералних ђубрива 11 тона
- стајњака 35 тона

Доходак који обезбеђују поједине културе износи по 1 тони код:

- соје 12700 динара,
- лана 18000 динара и
- уљане репице 20500 динара.

Форумулисати математички модел методом линеарног програмирања.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 33.

I – варијанта

1. Независна промењива:

X_i – количина усева "i", у тонама
i = 1(1) 3 – усеви; i = 1 – соја, i = 2 – лан; i = 3 – уљана репица

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

б) Капацитета земљишта

0,4 ha/t X_1(t) + 0,3 ha/t X_2 + 0,5 ha/t X_3 = 30 хектара

б) Радне снаге

I квартал	5 č.r./t X_1(t) + 4 č.r./t $X_2 \leq$ 450 č.r.
II квартал	20 č.r./t X_1(t) + 11 č.r./t X_2 + 12 č.r./t $X_3 \leq$ 900 č.r.
III квартал	3 č.r./t X_2(t) + 4 č.r./t $X_3 \leq$ 700 č.r.

ц) Ђубрива

80 kg/t X_1(t) + $100X_2 + 110X_3 \leq$ 11000 kg минералног ђубрива

2 t/t X_2 (t) $\leq$ 35 t стајњака

4. Функција критеријума оптималности:

Максимални доходак

12700din/t X_1(t) + 18000din/t X_2 + 20500din/kom X_3 = Z (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 33.

I варијанта

MAX $12700X_1 + 18000X_2 + 20500X_3$
SUBJECT TO
$0.4X_1 + 0.3X_2 + 0.5X_3 = 30$
$5X_1 + 4X_2 < 450$
$20X_1 + 11X_2 + 12X_3 < 900$
$3X_1 + 4X_3 < 700$
$80X_1 + 100X_2 + 110X_3 < 10000$

$2X_2 < 35$
END

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      1
        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)      1329750.

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
        X1         0.000000       3700.000244
        X2        17.500000          0.000000
        X3        49.500000          0.000000

       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)         0.000000      41000.000000
        3)       380.000000          0.000000
        4)       113.500000          0.000000
        5)       502.000000          0.000000
        6)      2805.000000          0.000000
        7)         0.000000       2850.000000

 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                          OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE        CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                  COEF          INCREASE         DECREASE
       X1    12700.000000     3700.000244         INFINITY
       X2    18000.000000        INFINITY      5700.000000
       X3    20500.000000     9500.000000      4625.000000

                          RIGHTHAND SIDE RANGES
      ROW         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                   RHS           INCREASE         DECREASE
        2      30.000000         4.729167        24.750000
        3     450.000000         INFINITY       380.000000
        4     900.000000         INFINITY       113.500000
        5     700.000000         INFINITY       502.000000
        6   10000.000000         INFINITY      2805.000000
        7      35.000000        59.736843        35.000000
```

Коментар:

Оптималну структуру производње пољопривредог газдинства чини: 17,5 тона лана и 49,5 тона уљане репице. Соја није ушла у оптимални план производње јер је некурентна за 3700 динара дохотка по тони. Укупан максимални доходак газдинства износи 1329750 динара.

II варијанта

1. Независна промењљива:

X_i – количина усева “i”, у хектарима

i = 1(1) 3 – усеви; i = 1 – соја, i = 2 – лан; i = 3 – уљана репица

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

б) Капацитета земљишта

X_1(ha) + X_2 + X_3 = 30 хектара

б) Радне снаге

I квартал 5 č.r/t * 1/0,4 t/ha X_1(ha) + 4 č.r./t * 1/0,3t/ha $X_2 \leq$ 450 č.r.
12,5 č.r./ha X_1(ha) + 13,3 č.r./ha X_2 $\leq$ 450 č.r.

II квартал 20 č.r./t * 2,5 t/ha X_1(ha) + 11 č.r./t* 3,3 t/ha X_2 + 12 č.r./t * 2 t/ha $X_3 \leq$ 900 č.r.
50 č.r./ha X_1(ha) + 36,3 č.r./ha X_2 + 24 č.r./ha X_3 $\leq$ 900 č.r.

III квартал 3 č.r./t * 3,3 (t/ha) X_2 (ha) + 4 č.r./t * 2 t/ha $X_3 \leq$ 300 č.r.
9,9 č.r./ha X_2(ha) + 8 č.r./ha $X_3 \leq$ 300 č.r.

ц) Ђубрива

80 kg/t * 2,5 t/ha X_1 (ha) + 100 * 3,3 X_2 + 110 * 2 $X_3 \leq$ 10.000 kg мин. ђубрива
200 kg/ha X_1(ha) + 330 kg/ha X_2 + 220 kg/ha X_3 $\leq$ 10.000 kg мин. ђубрива

2 t/t * 3,3 t/ha X_2(ha) $\leq$ 35 t стајњака
6,6 t/ha X_2(ha) $\leq$ 35 t стајњака

4. Функција критеријума оптималности:

Максимални доходак

12700din/t * 2,5t/ha X_1(ha) + 18000 * 3,3 X_2 + 20.500 * 2 X_3 = Z (max)

31750din/ha X_1(ha) + 59400 X_2 + 41000 X_3 = Z (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 33.
II варијанта

MAX 31750X_1 + 59400X_2 + 41000X_3
SUBJECT TO
$X_1 + X_2 + X_3 = 30$
$12.5X_1 + 13.3X_2 < 450$
$50X_1 + 36.3X_2 + 24X_3 < 900$
$9.9X_2 + 8X_3 < 300$
$200X_1 + 330X_2 + 220X_3 < 10000$
$6.6X_2 < 35$

END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 1

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

2) 1327576.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	9250.000000
X2	5.303030	0.000000
X3	24.696970	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	41000.000000
3)	379.469696	0.000000
4)	114.772728	0.000000
5)	49.924244	0.000000
6)	2816.666748	0.000000
7)	0.000000	2787.878906

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	31750.000000	9250.000000	INFINITY
X2	59400.000000	INFINITY	18400.000000
X3	41000.000000	18400.000000	9250.00000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	30.000000	4.782197	24.696970
3	450.000000	INFINITY	379.469696
4	900.000000	INFINITY	114.772728
5	300.000000	INFINITY	49.924244
6	10000.000000	INFINITY	2816.666748
7	35.000000	61.585365	35.000000

Коментар:

Оптималну сетвену структуру пољопривредног газдинства чини: 5,3 ha лана и 24,7 ha уљане репице. Соја није ушла у оптимални план производње јер је некурентна за 9250 динара дохотка по хектару. Укупан максимални доходак газдинства износи 1327576 динара.

ЗАДАТАК 34.

За заливно поље површине 10 хектара потребно је израдити план сетве тако да се обезбеди најефективнија производња, под условом да се систем користи у потпуности, тј. да се сеју само оне културе које је неопходно наводњавати.

Систему је обезбеђена месечна количина од 60000 m^3 воде током вегетационог периода (од маја до септембра закључно).

Према потражњи на тржишту у обзир за сетву долазе следеће културе, које се могу уврстити у плодосмену како следи:

Поље	Усев	Месечна количина воде (m^3/ha)					Принос по ha	Макс. цена на тржишту
		V	VI	VII	VIII	IX		
1.	Рани кромпир	2 000	-	-	-	-	20 t	40 din/kg
	Купус касни	-	-	1 000	1 600	400	25 t	5 din/kg
2.	Ротквице	200	-	-	-	-	40000vez	5 din/vez
	Парадајз	-	1 600	2 000	-	-	12 t	20 din/kg
3.	Паприка	200	800	1 600	1 200	1 200	18 t	40 din/kg
4.	Кромпир	2 000	-	-	-	-	20 t	15 din/kg
	Грашак	-	-	400	1 200	1 600	12 t	60 din/kg
5.	Келераба	600	1 200	-	-	-	28 t	20 din/kg
	Карфиол	-	-	1 000	2 000	1 500	25 t	25 din/kg
6.	Зелен	1 600	800	400	800	800	20 t	60 din/kg

Минимална заступљеност појединих поља је 1 хектар. Зелени не може бити више од 2 хектара, због ограничене могућности пласмана.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 34.

I варијанта

1. Независна промењива:

X_i – површина поља "i", у хектарима

i = 1(1) 6 – поља

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Капацитета земљишта

$X_1(ha) + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 10$ ha

б) Система за наводњавање

V месец

$2000m^3/ha\ X_1(ha) + 200X_2 + 200X_3 + 2.000X_4 + 600X_5 + 1600X_6 \leq 60000\ m^3$

VI месец

$1600m^3/ha\ X_2(ha) + 800X_3 + 1200X_5 + 800X_6 \leq 60000\ m^3$

VII месец

$1000m^3/ha\ X_1(ha) + 2000X_2 + 1600X_3 + 400X_4 + 1000X_5 + 400X_6 \leq 60000\ m^3$

VIII месец

$1600m^3/ha\ X_1(ha) + 1200X_3 + 1200X_4 + 2000X_5 + 800X_6 \leq 60000\ m^3$

IX месец

$400m^3/ha\ X_1(ha) + 1200X_3 + 1600X_4 + 1500X_5 + 800X_6 \leq 60000\ m^3$

ц) Минималне величине поља

$X_1 \geq 1$ ha; $X_2 \geq 1$ ha; $X_3 \geq 1$ ha; $X_4 \geq 1$ ha; $X_5 \geq 1$ ha; $X_6 \geq 1$ ha; $X_6 \leq 2$ ha

3. Функција критеријума оптималности:

Максимални укупан приход

$(20\ t/ha*40000\ din/t+25*5000)\ X_1(ha)+ (40000*5+12*20000)\ X_2+ (18*40000)\ X_3 +$
$(20*15000+12*60000)\ X_4+ (28*20000+25*25000)\ X_5+ (20*60000)\ X_6 = Z(max)$

$(800000+125000)X_1+(200000+240000)X_2+720000X_3+(300000+720000)X_4+(560000+$
$625000)X_5+ (1200000)X_6 = Z(max)$

$925000\ X_1 + 440000\ X_2+ 720000\ X_3 + 1020000\ X_4 + 1185000\ X_5 + 1200000\ X_6 = Z(max)$

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 34.

I варијанта

MAX $925000X_1 + 440000\ X_2 + 720000\ X_3 + 1020000X_4 + 1185000X_5 + 1200000X_6$
SUBJECT TO
$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 10$
$2000X_1 + 200X_2 + 200X_3 + 2000X_4 + 600X_5 + 1600X_6 < 60000$

$1600X_2 + 800X_3 + 1200X_5 + 800X_6 < 60000$
$1000X_1 + 2000X_2 + 1600X_3 + 400X_4 + 1000X_5 + 400X_6 < 60000$
$1600X_1 + 1200X_3 + 1200X_4 + 2000X_5 + 800X_6 < 60000$
$400X_1 + 1200X_3 + 1600X_4 + 1500X_5 + 800X_6 < 60000$
$X_1 > 1$
$X_2 > 1$
$X_3 > 1$
$X_4 > 1$
$X_5 > 1$
$X_6 > 1$
$X_6 < 2$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 6

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.1024500E+08

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	1.000000	0.000000
X2	1.000000	0.000000
X3	1.000000	0.000000
X4	1.000000	0.000000
X5	4.000000	0.000000
X6	2.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	1185000.000000
3)	50000.000000	0.000000
4)	51200.000000	0.000000
5)	50200.000000	0.000000
6)	46400.000000	0.000000
7)	49200.000000	0.000000
8)	0.000000	-260000.000000
9)	0.000000	-745000.000000
10)	0.000000	-465000.000000
11)	0.000000	-165000.000000
12)	3.000000	0.000000
13)	1.000000	0.000000
14)	0.000000	15000.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	925000.000000	260000.000000	INFINITY
X2	440000.000000	745000.000000	INFINITY
X3	720000.000000	465000.000000	INFINITY

X4	1020000.000000	165000.000000	INFINITY
X5	1185000.000000	15000.000000	165000.000000
X6	1200000.000000	INFINITY	15000.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	10.000000	23.200001	3.000000
3	60000.000000	INFINITY	50000.000000
4	60000.000000	INFINITY	51200.000000
5	60000.000000	INFINITY	50200.000000
6	60000.000000	INFINITY	46400.000000
7	60000.000000	INFINITY	49200.000000
8	1.000000	3.000000	1.000000
9	1.000000	3.000000	1.000000
10	1.000000	3.000000	1.000000
11	1.000000	3.000000	1.000000
12	1.000000	3.000000	INFINITY
13	1.000000	1.000000	INFINITY
14	2.000000	3.000000	1.000000

Коментар:

Оптимална структура сетве у заливном систему је следећа:

h. Поље 1 (рани кромпир + касни купус) – 1 ha
i. Поље 2 (ротквице + парадајз) – 1 ha
j. Поље 3 (паприка) – 1 ha
k. Поље 4 (кромпир + грашак) – 1 ha
l. Поље 5 (келераба + карфиол) – 4 ha
m. Поље 6 (зелен) – 2 ha

Максимална вредност производње у заливном систему је 10245000 динара.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 34.

II варијанта

1. Независна промењива:

X_i – површина усева "i", у хектарима

i = 1(1) 10 – усеви

2. Услов ненегативности:

$X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Капацитета земљишта

X_1(ha) + $X_3 + X_5 + X_6 + X_8 + X_{10}$ = 10 ha

$X_1 = X_2$; $X_1 - X_2 = 0$

$X_3 = X_4$; $X_3 - X_4 = 0$

$X_6 = X_7$; $X_6 - X_7 = 0$

$X_8 = X_9$; $X_8 - X_9 = 0$

б) Система за наводњавање

V месец

2.000m^3/ha X_1(ha) + 200X_3 + 200X_5 + 2.000X_6 + 600X_8 + 1600$X_{10} \leq$ 60000 m^3

VI месец

1600m^3/ha X_4(ha) + 800X_5 + 1200X_8 + 800$X_{10} \leq$ 60000 m^3

VII месец

1000m^3/ha X_2(ha) + 2000X_4 + 1600X_5 + 400X_7 + 1000X_9 + 400$X_{10} \leq$ 60000 m^3

VIII месец

1600m^3/ha X_2(ha) + 1200X_5 + 1200X_7 + 2000X_9 + 800$X_{10} \leq$ 60000 m^3

IX месец

400m^3/ha X_2(ha) + 1200X_5 + 1600X_7 + 1500X_9 + 800$X_{10} \leq$ 60000 m^3

ц) Минималне величине поља

$X_1 \geq$ 1 ha; $X_3 \geq$ 1 ha; $X_5 \geq$ 1 ha; $X_6 \geq$ 1 ha; $X_8 \geq$ 1 ha; $X_{10} \geq$ 1 ha; $X_{10} \leq$ 2 ha

4. Функција критеријума оптималности:

Максимални укупан приход

20t/ha*40000din/t X_1 + 25*5000X_2 + 40000*5 X_3 + 12*20000 X_4 + 18*40000 X_5 +
20*15000 X_6+12*60000 X_7+ 28*20000 X_8 + 25*25000 X_9+ 20*60000 X_{10} = Z (max)

800000din/t X_1 + 125000X_2 + 200000 X_3 + 240000 X_4 + 720000 X_5 +
300000 X_6 +720000 X_7 + 560000 X_8 + 625000 X_9+ 1200000 X_{10} = Z (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 34.

II варијанта

MAX $800000X_1 + 125000X_2 + 200000X_3 + 240000X_4 + 720000X_5 + 300000X_6 + 720000X_7 + 560000X_8 + 625000X_9 + 1200000X_{10}$
SUBJECT TO
$X_1 + X_3 + X_5 + X_6 + X_8 + X_{10} = 10$
$X_1 - X_2 = 0$
$X_3 - X_4 = 0$
$X_6 - X_7 = 0$
$X_8 - X_9 = 0$
$2000X_1 + 200X_3 + 200X_5 + 2000X_6 + 600X_8 + 1600X_{10} < 60000$
$1600X_4 + 800X_5 + 1200X_8 + 800X_{10} < 60000$
$1000X_2 + 2000X_4 + 1600X_5 + 400X_7 + 1000X_9 + 400X_{10} < 60000$
$1600X_2 + 1200X_5 + 1200X_7 + 2000X_9 + 800X_{10} < 60000$
$400X_2 + 1200X_5 + 1600X_7 + 1500X_9 + 800X_{10} < 60000$
$X_1 > 1$
$X_3 > 1$
$X_5 > 1$
$X_6 > 1$
$X_8 > 1$
$X_{10} > 1$
$X_{10} < 2$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 6

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.1024500E+08

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	1.000000	0.000000
X2	1.000000	0.000000
X3	1.000000	0.000000
X4	1.000000	0.000000
X5	1.000000	0.000000
X6	1.000000	0.000000
X7	1.000000	0.000000
X8	4.000000	0.000000
X9	4.000000	0.000000
X10	2.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	1185000.000000
3)	0.000000	-125000.000000
4)	0.000000	-240000.000000
5)	0.000000	-720000.000000
6)	0.000000	-625000.000000

7)	50000.000000	0.000000
8)	51200.000000	0.000000
9)	50200.000000	0.000000
10)	46400.000000	0.000000
11)	49200.000000	0.000000
12)	0.000000	-260000.000000
13)	0.000000	-745000.000000
14)	0.000000	-465000.000000
15)	0.000000	-165000.000000
16)	3.000000	0.000000
17)	1.000000	0.000000
18)	0.000000	15000.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	800000.000000	260000.000000	INFINITY
X2	125000.000000	260000.000000	INFINITY
X3	200000.000000	745000.000000	INFINITY
X4	240000.000000	745000.000000	INFINITY
X5	720000.000000	465000.000000	INFINITY
X6	300000.000000	165000.000000	INFINITY
X7	720000.000000	165000.000000	INFINITY
X8	560000.000000	15000.000000	165000.000000
X9	625000.000000	15000.000000	165000.000000
X10	1200000.000000	INFINITY	15000.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	10.000000	23.200001	3.000000
3	0.000000	1.000000	29.000000
4	0.000000	1.000000	25.100000
5	0.000000	1.000000	30.750000
6	0.000000	4.000000	23.200001
7	60000.000000	INFINITY	50000.000000
8	60000.000000	INFINITY	51200.000000
9	60000.000000	INFINITY	50200.000000
10	60000.000000	INFINITY	46400.000000
11	60000.000000	INFINITY	49200.000000
12	1.000000	3.000000	1.000000
13	1.000000	3.000000	1.000000
14	1.000000	3.000000	1.000000
15	1.000000	3.000000	1.000000
16	1.000000	3.000000	INFINITY
17	1.000000	1.000000	INFINITY
18	2.000000	3.000000	1.000000

Коментар:

Оптимална структура сетве у заливном систему је следећа:

n. Рани кромпир + касни купус (поље 1) – 1 ha
o. Ротквице + парадајз (поље 2) – 1 ha
p. Паприка (поље 3) – 1 ha
q. Кромпир + грашак (поље 4) – 1 ha
r. Келераба + карфиол (поје 5) – 4 ha
s. Зелен (поље 6) – 2 ha

Максимална вредност производње у заливном систему је 10245000 динара.

ЗАДАТАК 35.

Једна фабрика за прераду поврћа производи три врсте производа од паприке у две погонске јединице.

Минимали дневни капацитет прераде износи 160 тона паприке, а максимална количина која може да се преради је 20% већа.

За производњу јединице производа, потребно је 4, 3, односно 2 kg паприке, респективно.

У првој погонској јединици капацитет свих постројења износи 220 радних часова дневно. Потребан рад за јединицу производа Pi у тој погонској јединици износи 20, 40 и 10 секунди респективно.

У другој погонској јединици капацитет који износи 100 часова дневно мора бити у потпуности искоришћен. Јединица производа Pi добија се за 30, 60 и 15 секунди респективно.

Поставити модел за оптимирање производне структуре ако добит по јединици производа износи 80, 100 и 120 динара респективно.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 35.

1. Независна промењива:

X_{ij} – дневна производња производа од паприке “i”, који се производи у погону “j”,

у комадима

i = 1(1) 3 – производи

j = 1(1) 2 – погонска јединица

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Дневих сировина за прераду

4 kg/kom $(X_{11} + X_{12}) + 3\ (X_{21} + X_{22}) + 2\ (X_{31} + X_{32}) \geq 160000$ kg паприке

4 kg/kom $(X_{11}+X_{12}) + 3\ (X_{21}+X_{22}) + 2\ (X_{31}+X_{32}) \leq 160000*1{,}2 \leq 192.000$ kg паприке

б) Капацитета постројења за прераду у погонским јединицама

I – погон

$20s/kom\ X_{11}(kom) + 40X_{21} + 10X_{31} \leq 220$ č.r. * 60min/č.r. * 60s/min ≤ 792.000 секунди

II – погон

$30s/kom\ X_{12}(kom) + 60X_{22} + 15X_{32} \leq 100$ č.r. * 60min/č.r. * 60s/min ≤ 360.000 секунди

4. Функција критеријума оптималности:

Максимална добит

$80\ din/kom\ (X_{11}+X_{12}) + 100din/kom\ (X_{21}+X_{22}) + 120din/kom\ (X_{31}+X_{32}) = Z\ (max)$

$80\ din/komX_{11} + 80\ din/kom\ X_{12} + 100X_{21} + 100X_{22} + 120X_{31} + 120X_{32} = Z\ (max)$

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 35.

MAX $80X_{11}+ 80X_{12} + 100X_{21}+ 100X_{22} + 120X_{31}+ 120X_{32}$
SUBJECT TO
$4X_{11} + 4X_{12} + 3X_{21} + 3X_{22} + 2X_{31} + 2X_{32} > 160000$
$4X_{11}+ 4X_{12} + 3X_{21}+ 3X_{22} + 2X_{31}+ 2X_{32} < 192000$
$20X_{11} + 40X_{21} + 10X_{31} < 792000$
$30X_{12} + 60X_{22} + 15X_{32} < 360000$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 4

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.1152000E+08

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	0.000000	160.000000
X12	0.000000	160.000000
X21	0.000000	80.000000
X22	0.000000	80.000000
X31	79200.000000	0.000000
X32	16800.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	32000.000000	0.000000
3)	0.000000	60.000000
4)	0.000000	0.000000
5)	108000.000000	0.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	80.000000	160.000000	INFINITY
X12	80.000000	160.000000	INFINITY
X21	100.000000	80.000000	INFINITY
X22	100.000000	80.000000	INFINITY
X31	120.000000	INFINITY	0.000000
X32	120.000000	0.000000	53.333332

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	160000.000000	32000.000000	INFINITY
3	192000.000000	14400.000000	32000.000000
4	792000.000000	168000.000000	72000.000000
5	360000.000000	INFINITY	108000.000000

Коментар:

Оптимално решење је показало да се максимална добит у износу од 11520000 динара остварује само производњом треће врсте производа паприке. Он ће се производити у количини од 79200 kg у првом погону и 16800 kg у другом погону.

ЗАДАТАК 36.

Фабрика за прераду воћа производи седам врста воћних сокова и то од: боровница, јагода, малина, купина, рибизли, јабука и дуња. Напитци се производе на две различите производне линије. Свака врста напитка се може произвести на било којој од постојећих линија, али је време производње различито. Време потребно за производњу 1 hl појединих врста напитака, у машинским часовима је следеће:

Врста напитка	Линија производње	
	I	II
Сок од боровнице	0,4	0,3
Сок од јагода	0,3	0,2
Сок од малина	0,3	0,1
Сок од купина	0,5	0,4
Сок од рибизли	0,6	0,7
Сок од јабука	0,4	0,5
Сок од дуња	0,5	0,6

Расположиви капацитети производње су исти код обе линије производње и износе по 2184 машинских часова. Пласман појединих врста напитака обезбеђен је у следећим количинама:

- Сок од боровнице 1010 hl
- Сок од јагода 2700 hl
- Сок од малина 900 hl
- Сок од купина 850 hl
- Сок од рибизли 700 hl
- Сок од јабука 1800 hl
- Сок од дуња 600 hl

Фабрика располаже потребном радном снагом. Редовно снабдевање сировинама не представља никакав проблем. Капацитети појединих линија треба да буду искоришћени у потпуности. Трошкови 1 машинског часа рада прве линије износе 290 динара, а часа друге линије износи 260 динара.
Производњу треба организовати тако да капацитети појединих производних линија буду коришћени у тој мери да цела производња тече уз минималне укупне трошкове.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 36.

1. Независна променљива:

X_{ij} – количина сока“i” произведена на линији “j” у хектолитрима

i = 1(1) 7 – сок (боровница, јагода, малина, купина, рибизла, јабука, дуња)

j = 1(1) 2 – линије производње (линија 1, линија 2)

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Капацитета линија производње

Линија 1:

0,4 m.č./hl X_{11}(hl) + 0,3X_{21} + 0,3X_{31} + 0,5X_{41} + 0,6X_{51} + 0,4X_{61} + 0,7X_{71} ≤ 2184 m.č.

Линија 2:

0,3 m.č./hl X_{12}(hl) + 0,2X_{22} + 0,1X_{32} + 0,4X_{42} + 0,7X_{52} + 0,5X_{62} + 0,6X_{72} ≤ 2.184 m.č.

б) Пласмана

$X_{11} + X_{12}$ = 1010 hl

$X_{21} + X_{22}$ = 2700 hl

$X_{31} + X_{32}$ = 900 hl

$X_{41} + X_{42}$ = 850 hl

$X_{51} + X_{52}$ = 700 hl

$X_{61} + X_{62}$ = 1800 hl

$X_{71} + X_{72}$ = 600 hl

4. Функција критеријума оптималности:

Минимални трошкови производње

290 din/m.č. (0,4m.č./hl X_{11}(hl) + 0,3X_{21} + 0,3X_{31} + 0,5X_{41} + 0,6X_{51} + 0,4X_{61} + 0,7X_{71}) +

260 din/m.č. (0,3m.č./hl X_{12}(hl) + 0,2X_{22} + 0,1X_{32} + 0,4X_{42} + 0,7X_{52} + 0,5X_{62} + 0,6X_{72}) =

V(min)

116 din/m.č. X_{11} + 87 X_{21} + 87 X_{31} + 145 X_{41} + 174 X_{51} + 116 X_{61} + 203 X_{71} + 78 X_{12} + 52 X_{22} + 26 X_{32} + 104 X_{42} + 182 X_{52} + 130 X_{62} + 156 X_{72} = V (min)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 36.

MIN116x11+87x21+87x31+145x41+174x51+116x61+203x71+78x12+52x22+26x32+104
x42+182X52+130X62+156x72
ST

```
0.4x11+0.3x21+0.3x31+0.5x41+0.6x51+0.4x61+0.7x71<2184
0.3x12+0.2x22+0.1x32+0.4x42+0.7x52+0.5x62+0.6x71<2184
x11+x12=1010
x21+x22=2700
x31+x32=900
x41+x42=850
x51+x52=700
x61+x62=1800
x71+x72=600
end

LP OPTIMUM FOUND AT STEP      4

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)      755180.0

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X11         0.000000         38.000000
       X21         0.000000         35.000000
       X31         0.000000         61.000000
       X41         0.000000         41.000000
       X51       700.000000          0.000000
       X61      1800.000000          0.000000
       X71         0.000000         47.000000
       X12      1010.000000          0.000000
       X22      2700.000000          0.000000
       X32       900.000000          0.000000
       X42       850.000000          0.000000
       X52         0.000000          8.000000
       X62         0.000000         14.000000
       X72       600.000000          0.000000

       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)      1044.000000          0.000000
        3)       911.000000          0.000000
        4)         0.000000        -78.000000
        5)         0.000000        -52.000000
        6)         0.000000        -26.000000
        7)         0.000000       -104.000000
        8)         0.000000       -174.000000
        9)         0.000000       -116.000000
       10)         0.000000       -156.000000

 NO. ITERATIONS=       4

 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                          OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE        CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
```

	COEF	INCREASE	DECREASE
X11	116.000000	INFINITY	38.000000
X21	87.000000	INFINITY	35.000000
X31	87.000000	INFINITY	61.000000
X41	145.000000	INFINITY	41.000000
X51	174.000000	8.000000	INFINITY
X61	116.000000	14.000000	INFINITY
X71	203.000000	INFINITY	47.000000
X12	78.000000	38.000000	INFINITY
X22	52.000000	35.000000	INFINITY
X32	26.000000	61.000000	INFINITY
X42	104.000000	41.000000	INFINITY
X52	182.000000	INFINITY	8.000000
X62	130.000000	INFINITY	14.000000
X72	156.000000	47.000000	INFINITY

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	2184.000000	INFINITY	1044.000000
3	2184.000000	INFINITY	911.000000
4	1010.000000	3036.666504	1010.000000
5	2700.000000	4555.000000	2700.000000
6	900.000000	9110.000000	900.000000
7	850.000000	2277.500000	850.000000
8	700.000000	1739.999878	700.000000
9	1800.000000	2610.000000	1800.000000
10	600.000000	INFINITY	600.000000

Коментар:

Оптимална производна структура фабрике за прераду воћа која се бави производњом воћних сокова, која обезбеђује минималне трошкове у износу од 755180 динара, постиже се селедећом структуром производње:

На првој линији производње:

t. сока од рибизле 700 hl и
- сока од јабуке 1800.

На другој линији производње:

- сока од боровнице 1010 hl,
- сока од јагоде 2700 hl,
- сока од малине 900 hl,
- сока од купине 850 и
- сока од дуња 600 hl.

ЗАДАТАК 37.

Живинарска фарма треба да организује тов пилића, с тим да у тову буду заступљене две врсте: бели и жути тов.

Фарма располаже са 1000 m^2 простора. Потребан простор по једном пилету износи: за бели тов 0,15 m^2, а за жути тов 0,30 m^2.

У току године изврши се 5 турнуса белог и 3 турнуса жутог това. Минимални обим това у току године износи 6000 товних пилића.

На основу испитивања тржишта и дугорочних уговора, са прометном мрежом захтева се максимална заступљеност жутог това од 20%.

Утрошак хране по пилету белог това износи 3,5 kg, а код жутог това 5,0 kg. Цена хранива за бели тов је 2,80 din/kg, а за жути тов 5,80 din/kg.

Поставити модел линеарног програмирања, ако је циљ максимизирање вредности производње товних пилића.

Просечна тежина испоручених товних пилића из белог това износи 1,5 kg, а жутог това 2,0 kg. Продајне цене су исте за оба това и износе 20 динара по килограму.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 37.

1. Независна промењива:

X_i – број товних пилића у турнусу това типа “i”

i = 1(1) 2 – врста това (бели, жути)

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Смештајног простора

$0{,}15\ m^2/\text{пиле}\ X_1 + 0{,}3\ m^2/\text{пиле}\ X_2 \leq 1.000\ m^2$

б) Пласмана

$5\ X_1 + 3\ X_2 \geq 6.000$

ц) Однос белог и жутог това

$3\ X_2 \leq 0{,}2\ (5\ X_1 + 3\ X_2)$

$3\ X_2 - 0{,}6\ X_2 - X_1 \leq 0$

$2{,}4\ X_2 - X_1 \leq 0$

4. Функција критеријума оптималности:

Максимални нето приход

$(1{,}5\text{kg/пиле} * 20\text{din/kg} – 3{,}5\text{kg/пиле} * 2{,}80\text{din/kg})\ 5X_1(\text{пиле}) + (2 * 20 – 5 * 5{,}80)\ 3X_2 = Z\ (\max)$

$(30 – 9{,}8)\ 5X_1 + (40 – 29)\ 3X_2 = Z\ (\max)$

101din/пиле X_1 + 33 din/пиле X_2 = Z (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 37.

```
MAX 101x1+33X2
ST
0.15x1+0.3X2<1000
5x1+3x2>6000
2.4x2-x1<0
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP      1

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)      673333.3

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
        X1      6666.666504         0.000000
        X2         0.000000       169.000015
       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)         0.000000       673.333313
        3)     27333.333984         0.000000
        4)      6666.666504         0.000000

 NO. ITERATIONS=       1

 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                          OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                    COEF          INCREASE         DECREASE
       X1      101.000000         INFINITY        84.500000
       X2       33.000000       169.000000         INFINITY

                          RIGHTHAND SIDE RANGES
      ROW         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                    RHS           INCREASE         DECREASE
        2     1000.000000         INFINITY       820.000061
        3     6000.000000     27333.333984         INFINITY
        4        0.000000         INFINITY      6666.666504
```

Коментар:

Оптимална структура производње живинарске фарме, која обезбеђује максималну вредност производње од 673333,3 динара, остварује се товом 6667 белих товних пилића.

ЗАДАТАК 38.

Једна фабрика сокова треба купцима у наредном месецу обавезно да испоручи три врсте сокова: C_1, C_2 и C_3 у количинама од 400, 200 и 500 hl, респективно. Сваки од три врсте сокова мора проћи кроз три фазе производње, које се изводе на машинама M_1, M_2 и M_3 на којима је могуће сокове произвести по технологији T_1 и T_2. У табели су дати нормативи (hl/čas) и трошкови (din/hl).

Машине	C_1		C_2		C_3		Капацитет (м.часова)
	T_1	T_2	T_1	T_2	T_1	T_2	
M_1	2,5	1,2	2,5	-	2,5	5,0	3000
M_2	2,5	-	1,6	2,5	5,0	0,8	4000
M_3	2,5	1,6	1,2	0,5	0,6	1,2	6000
Трошкови израде	2000	2400	2500	2000	3000	2800	-

Потребно је саставити модел који ће дати одговор на питање који програм производње је оптималан са становишта минимума укупних трошкова производње, односно на питање по којој технологији ће се производити планиране количине.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 38.

1. Независна променљива:

X_{ij} – месечна количина сока“i” произведена по технологији “j” у хектолитрима

i = 1(1) 3 – сокови (C_1, C_2, C_3)

j = 1(1) 2 - технологије

2. Услов ненегативности: $X_{ij} \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Пласмана

$X_{11} + X_{12} = 400$ hl

$X_{21} + X_{22} = 200$ hl

$X_{31} + X_{32} = 500$ hl

б) Капацитета производних машина

$1/2,5$ m.č./hl X_{11}(hl) $+ 1/1,2X_{12} + 1/2,5X_{21} + 1/2,5X_{31} + 1/5X_{32} \leq 3000$ m.č.

$1/2,5\ X_{11} + 1/1,6X_{21} + 1/2,5X_{22} + 1/5X_{31} + 1/0,8X_{32} \leq 4000$ m.č.

$1/2,5\ X_{11} + 1/1,6X_{12} + 1/1,2X_{21} + 1/0,5X_{22} + 1/0,6X_{31} + 1/1,2X_{32} \leq 6000$ m.č.

4. Функција критеријума оптималности:

Минимални трошкови производње

$2000din/hl\ X_{11}(hl) + 2400X_{12} + 2500X_{21} + 2000X_{22} + 3000X_{31} + 2800X_{32} = V(min)$

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 38.

MIN $2000X_{11} + 2400X_{12} + 2500X_{21} + 2000X_{22} + 3000X_{31} + 2800X_{32}$
SUBJECT TO
$X_{11} + X_{12} = 400$
$X_{21} + X_{22} = 200$
$X_{31} + X_{32} = 500$
$0.4X_{11} + 0.83X_{12} + 0.4X_{21} + 0.4X_{31} + 0.2X_{32} < 3000$
$0.4X_{11} + 0.625X_{21} + 0.4X_{22} + 0.2X_{31} + 1.25X_{32} < 4000$
$0.4X_{11} + 0.625X_{12} + 0.83X_{21} + 2X_{22} + 1.67X_{31} + 0.83X_{32} < 6000$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 2600000.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	400.000000	0.000000
X12	0.000000	400.000000
X21	0.000000	500.000000
X22	200.000000	0.000000
X31	0.000000	200.000000
X32	500.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-2000.000000
3)	0.000000	-2000.000000
4)	0.000000	-2800.000000
5)	2740.000000	0.000000
6)	3135.000000	0.000000
7)	5025.000000	0.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE

X11	2000.000000	400.000000	INFINITY
X12	2400.000000	INFINITY	400.000000
X21	2500.000000	INFINITY	500.000000
X22	2000.000000	500.000000	INFINITY
X31	3000.000000	INFINITY	200.000000
X32	2800.000000	200.000000	INFINITY

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	400.000000	6850.000000	400.000000
3	200.000000	2512.500000	200.000000
4	500.000000	2508.000000	500.000000
5	3000.000000	INFINITY	2740.000000
6	4000.000000	INFINITY	3135.000000
7	6000.000000	INFINITY	5025.000000

Коментар:

Оптималан програм производње воћних сокова са становишта минималних трошкова који износе 2600000 динара се остварује месечном производњом 400 hl сока прве врсте (C_1) по првој технологији (T_1), 200 hl сока друге врсте (C_2) по другој технологији (T_2) и 500 hl сока треће врсте (C_3) по другој технологији (T_2).

ЗАДАТАК 39.

Фабрика за производњу опреме у сточарству производи четири врсте аутоматских појилица. Потражња за појединим врстама појилица је различита. Трговачка мрежа може да пласира месечно:

- Појилица типа „А“ најмање 200 комада,
- Појилица типа „Б“ највише 200 комада,
- Појилица типа „Ц“ од 200 до 400 комада,
- Појилица типа „Д“ у неограниченим количинама.

Поједина одељења погона за израду појилица, под условом да се израђује само један од четири типа појилица, омогућавају следећи обим производње:

Одељење	Јединица мере	Појилица типа			
		А	Б	Ц	Д
Лимарско	kom	5000	10000	7500	20000
Браварско	kom	8000	12000	4000	15000
Електричарско	kom	6000	8000	8000	10000

Капацитети појединих погона износе 6000, 6000 и 4800 радних часова, респективно. Према тржишним ценама обезбеђује се нето приход у износу:

- Појилица типа „А“ 200 din/kom,
- Појилица типа „Б“ 800 din/kom,
- Појилица типа „Ц“ 400 din/kom,
- Појилица типа „Д“ 500 din/kom.

Каква структура производње (колико којих типова појилица) обезбеђује максималан нето приход?

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 39.

1. Независна промењива:

X_i – месечна производња аутоматских појилица "i", у комадима

i = 1(1) 4 – типови појилица (А, Б, Ц, Д)

2. Услов ненегативности: $X_i \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Капацитета производних одељења

I одељење –

6000č.r./5000kom = 1,2 č.r./kom; 6000/10000 = 0,6 č.r./kom;

6000/7500 = 0,8 č.r./kom; 6000/20000 = 0,3 č.r./kom;

1,2 č.r./kom X_1 + 0,6 X_2 + 0,8 X_3 + 0,3 X_4 $\leq$ 6000 часова рада

II одељење –

6000č.r./8000kom = 0,7 č.r./kom; 6000/12000 = 0,5 č.r./kom;

6000/4000 = 1,5 č.r./kom; 6000/15000 = 0,4 č.r./kom;

0,7 č.r./kom X_1 + 0,5 X_2 + 1,5 X_3 + 0,4 X_4 $\leq$ 6.000 часова рада

III одељење –

4800 č.r./6000kom = 0,8 č.r./kom; 4.800/6000 = 0,8 č.r./kom;

4800/6000 = 0,8 č.r./kom; 4800/10000 = 0,48 č.r./kom

0,8 č.r./kom X_1 + 0,8 X_2 + 0,8 X_3 + 0,48 X_4 $\leq$ 4.800 часова рада

б) Пласмана

А типа	$X_1 \geq 200$ kom,
Б типа	$X_2 \leq 300$ kom,
Ц типа	$X_3 \geq 200$ kom, $X_3 \leq 400$ kom.

4. Функција критеријума оптималности:

Максимални нето приход

200din/kom X_1(kom) + 800din/kom X_2 + 400din/kom X_3 + 500din/kom X_4 = Z (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 39.

MAX $200X_1 + 800X_2 + 400X_3 + 500X_4$
SUBJECT TO
$1.2X_1 + 0.6X_2 + 0.8X_3 + 0.3X_4 < 6000$
$0.7X_1 + 0.5X_2 + 1.5X_3 + 0.4X_4 < 6000$
$0.8X_1 + 0.8X_2 + 0.8X_3 + 0.48X_4 < 4800$
$X_1 > 200$
$X_2 < 300$
$X_3 > 200$
$X_3 < 400$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 7

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 4786666.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	200.000000	0.000000
X2	0.000000	33.333347
X3	200.000000	0.000000
X4	9333.333008	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	2800.000000	0.000000
3)	1826.666626	0.000000
4)	0.000000	1041.666626
5)	0.000000	-633.333313
6)	300.000000	0.000000
7)	0.000000	-433.333344
8)	200.000000	0.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	200.000000	633.333313	INFINITY
X2	800.000000	33.333313	INFINITY
X3	400.000000	433.333344	INFINITY
X4	500.000000	INFINITY	19.999989

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE

2	6000.000000	INFINITY	2800.000000
3	6000.000000	INFINITY	1826.666626
4	4800.000000	2192.000000	4480.000000
5	200.000000	4000.000000	200.000000
6	300.000000	INFINITY	300.000000
7	200.000000	200.000000	200.000000
8	400.000000	INFINITY	200.000000

Коментар:

Фабрика за производњу опреме у сточарству тј. производњу аутоматских појилица остварује максимални нето приход од 4786666 динара при следећој месечној производној структури:

u. појилица типа А 200 комада
v. појилица типа Ц 200 комада и
w. појилица типа Д 9333 комада.

ЗАДАТАК 40.

Млин за производњу брашна производи три врсте брашна (Т-400, Т-500 и Т-800) на пет линија производње. На првој и другој линији могуће је производити сва три типа брашна, на трећој и четвртој линији производе се само Т-500 и Т-800, а на петој линији само тип Т-400.

Капацитети линија износе 70000, 60000, 40000, 60000 и 55000 тона. За поједине типове различито је време производње: Т-400 = 0,4; Т-500 = 0,3 и Т-800 = 0,2 часа по 1 тони. Расположиви фонд часова рада појединих линија износи:

- I линије 4000 часова,
- II линије 22000 часова,
- III линије 2000 часова,
- IV линије 4000 часова и
- V линије 22000 часова.

Уговорене количине износе 70000, 50000 и 50000 тона, респективно. Потребна енергија за рад појединих линија износи 0,01; 0,02; 0,03; 0,05 и 0,025 kWč/kg респективно, а млин располаже са 4,5 милиона kWč.

Трошкови производње по једној тони износе: 10000 на првој, 7500 на другој, 8500 на трећој, 8000 на четвртој и 9000 динара на петој линији.

Продајне цене брашна су: Т-400 - 30000din/t, Т-500 – 25000din/t, Т-800 – 17000din/t.

Формулисати математички модел методом ЛП.

ПОСТАВКА ЗАДАТКА 40.

1. Независна промењива:

X_{ij} – количина брашна типа “i”, произведеног на линији производње “j” у тонама

i = 1(1) 3 – тип брашна (Т-400, Т-500, Т-800)

j = 1(1) 5 – производна линија

2. Услов ненегативности: $X_{ij} \geq 0$

3. Матрица ограничавајућих фактора:

а) Капацитет производних линија

$X_{11} + X_{21} + X_{31} \leq 70.000$ тона

$X_{12} + X_{22} + X_{32} \leq 60.000$ тона

$X_{23} + X_{33} \leq 40.000$ t

$X_{24} + X_{34} \leq 60.000$ t

$X_{15} \leq 55.000$ t

б) Капацитети часова рада радника

0,4č.r./t X_{11}(t) + $0{,}3X_{21} + 0{,}2X_{31} \leq 4.000$ č.r.

$0{,}4X_{12} + 0{,}3X_{22} + 0{,}2X_{32} \leq 22.000$ č.r.

$0{,}3X_{23} + 0{,}2X_{33} \leq 12.000$ č.r.

$0{,}3X_{24} + 0{,}2X_{34} \leq 4.000$ č.r.

$0{,}4X_{15} \leq 22.000$ č.r.

ц) Уговорене количине

$X_{11} + X_{12} + X_{15} = 70.000$ t

$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = 50.000$ t

$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = 50.000$ t

д) Енергија

10kWh/t (X_{11} (t)$+X_{21}+X_{31}$) + 20 ($X_{12} + X_{22} + X_{32}$) + 30 ($X_{23}+X_{33}$) + 50 ($X_{24}+X_{34}$) + 25 $X_{15} \leq$ 4500000 kWh

4. Функција критеријума оптималности:

Максимална добит

(30000din/t-10000din/t) X_{11}+ (25000-10000)X_{21}+ (17000-10000) X_{31} + (30000- 7500)X_{12} + (25000-7500)X_{22} + (17000-7500)X_{32} + (25000-8500)X_{23}+ (17000-8500)X_{33} + (25000 - 8000)X_{24} + X_{34}(17000-8000) + (20000-9000) X_{15} = Z (max)

20000din/tX_{11} + 15000din/tX_{21} + 7000X_{31} + 22500X_{12} + 17500X_{22} + 9500X_{32} + 16500X_{23}+ +8500X_{33} + 17000X_{24} + 9000X_{34} + 11000X_{15} = Z (max)

РЕШЕЊЕ ЗАДАТКА 40.

MAX 20000 X_{11}+ 15000X_{21}+ 7000X_{31} + 22500X_{12} + 17500X_{22} + 9500X_{32} +
16500X_{23}+ 8500X_{33} + 17000X_{24} + 9000X_{34} + 11000 X_{15}
SUBJECT TO
$X_{11} + X_{21} + X_{31} < 70000$
$X_{12} + X_{22} + X_{32} < 60000$

$X_{23} + X_{33} < 40000$
$X_{24} + X_{34} < 60000$
$X_{15} < 55000$
$0.4X_{11} + 0.3X_{21} + 0.2X_{31} < 4000$
$0.4X_{12} + 0.3X_{22} + 0.2X_{32} < 22000$
$0.3X_{23} + 0.2X_{33} < 12000$
$0.3X_{24} + 0.2X_{34} < 4000$
$0.4X_{15} < 22000$
$X_{11} + X_{12} + X_{15} = 70000$
$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} = 50000$
$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} = 50000$
$10X_{11}+10X_{21}+10X_{31} + 20X_{12} +20X_{22} +20X_{32} + 30X_{23}+30X_{33} + 50X_{24}+50X_{34} + 25 X_{15} < 4500000$
END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 11

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 0.6590000E+10

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	10000.000000	0.000000
X21	0.000000	312750.000000
X31	0.000000	205500.000000
X12	20000.000000	0.000000
X22	10000.000000	0.000000
X32	30000.000000	0.000000
X23	40000.000000	0.000000
X33	0.000000	0.000000
X24	0.000000	5500.000488
X34	20000.000000	0.000000
X15	40000.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	60000.000000	0.000000
3)	0.000000	11500.000000
4)	0.000000	10500.000000
5)	40000.000000	0.000000
6)	15000.000000	0.000000
7)	0.000000	1072500.000000
8)	5000.000000	0.000000
9)	0.000000	0.000000
10)	0.000000	55000.000000
11)	6000.000000	0.000000
12)	0.000000	11000.000000
13)	0.000000	6000.000000
14)	0.000000	-2000.000000
15)	0.000000	0.000000

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X11	440000.000000	INFINITY	411000.000000
X21	15000.000000	312750.000000	INFINITY
X31	7000.000000	205500.000000	INFINITY
X12	22500.000000	205500.000000	10500.000000
X22	17500.000000	0.000000	5500.000000
X32	9500.000000	3666.666748	0.000000
X23	16500.000000	INFINITY	0.000000
X33	8500.000000	0.000000	INFINITY
X24	17000.000000	5500.000488	INFINITY
X34	9000.000000	INFINITY	3666.666748
X15	11000.000000	10500.000000	411000.000000

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	70000.000000	INFINITY	60000.000000
3	60000.000000	12500.000000	0.000000
4	40000.000000	0.000000	15000.000000
5	60000.000000	INFINITY	40000.000000
6	55000.000000	INFINITY	15000.000000
7	4000.000000	16000.000000	0.000000
8	22000.000000	INFINITY	5000.000000
9	12000.000000	INFINITY	0.000000
10	4000.000000	0.000000	3000.000000
11	22000.000000	INFINITY	6000.000000
12	70000.000000	0.000000	40000.000000
13	50000.000000	0.000000	10000.000000
14	50000.000000	0.000000	25000.000000
15	4500000.000000	INFINITY	0.000000

Коментар:

Млин за производњу брашна остварује макисмалну добит од 6590000000 динара при следећој структури производње: 10000 тона брашна типа Т-400 на првој производној линији, 20000 тона на другој линији производње и 40000 тона на петој линији производње, 10000 тона брашна типа Т-500 на другој производној линији и 40000 тона брашна на трећој линији производње и брашна типа Т-800 30000 тона на другој линији производње и 20000 тона на четвртој линији производње.

3 ЛИТЕРАТУРА

1. **Dolou, J.H., Norton, R.D**. (1987): Chac, A Programming Model of Mexican Agriculture, AJAE, Februar
2. **Дунђеров, М (**1979).: Пословна и развојна политика радних организација – III део, Економски факултет, Суботица
3. **Финци, Ж., Мулић, Ј., Јахић, Х**. (1975): Примјена симплекс метода у оптимализацији производње пољопривредног газдинства, Нолит, Београд
4. **Heady, O.E., Johnson, H.** (1954): Farm Management Economics, New York
5. **Heady, O.E., Candler, A.W** (1958,1963,1964)**:** Linear Programming Methods, Iowa State University Press, AMES
6. **Красниħ, Т.** (2004): Модел за оптимирање структуре повртарске производње, докторска дисертација, Пољопривредни факултет, Нови Сад
7. **Лучић, Ђ.** (1997): Модели интензивирања производње у пољопривредним предузећима, докторска дисертација, Пољопривредни факултет, Нови Сад
8. **Новковић, Н**. (1987): Оптимирање производње и израда планске документације у ратарству уз подршку средстава АОП, магистарски рад, Економски факултет, Суботица
9. **Новковић, Н**. (1988): Structure of Farming Production in Agricultural Firms: An Optimalization Model, Zbornik radova 17. seminara EAAE, Debrecen (266-275)
10. **Новковић, Н., Јовановић, М**. (1990): Утицај организационе структуре на ефикасност управљања и пословања пољопривредних предузећа, Агроекономика бр.19, Нови Сад (233-240)
11. **Новковић, Н**. (1990): Вишекритеријални модел интегралног планирања производње у пољопривредним предузећима, Зборник радова SYM-OP- IS'90, Дубровник, (659-662)
12. **Новковић, Н.** (1990): Оптимирање пољопривредне производње на бази више критеријума оптималности, Пољопривредни факултет, Нови Сад
13. **Новковић, Н., Бошњак, Даница, Лучић,Ђ., Родић, Весна** (1991): Типски модели структуре пољопривредне производње на приватном сектору, Агроекономика бр.20, Нови Сад (7-17)
14. **Новковић, Н., Шомођи, Ш**. (1991): Multiple Criteria Programming Implementation in the Integral Production Planning in the Agricultural Enterprises of Yugoslavia, Zbornik radova 20. konferencije CIRET, Budapest
15. **Новковић, Н., Шомођи, Ш**. (1993): Multi-criteria Model for Optimal Regional Planning of Agriculture, Зборник радова 2. балканске конференције о операционим истраживањима, Thessaloniki (697-705)
16. **Новковић, Н., Лучић, Ђ., Зорановић, Т**. (1993):Вишекритеријално оптимирање производње на сељачким газдинствима, Зборник радова Симпозијума агроекономиста, Пољопривредни факултет, Земун (289-295)
17. **Новковић, Н. и сар**. (1994): Интегрални систем оптималног планирања производње "ПКБ", пројекат, Падинска Скела
18. **Новковић, Н., Родић Весна** (1995): Анализа коришћења радне снаге и средстава механизације у оптималној структури пољопривредне производње, Економика пољопривреде бр.1, Београд (33-44)
19. **Новковић, Н., Пајић,Ђ, Родић, Весна** (1995): Model for Macro-Economic Management of Agricultural Development in the Countries in Transition: The Case of F.R. of Yugoslavia, 44. seminar EAAE, Solun.

20. **Новковић, Н., Шомођи, Ш., Родић, Весна, Кајари, Каролина** (1995): Workers Labour as a Factor of Yield Increase in Crop Production of Vojvodina, Zbornik radova 26. kongresa CIOSTA, Lilehamer
21. **Новковић, Н., Родић, Весна, Вукелић, Наташа** (2008): Линеарно програмирање – примери и задаци, Пољопривредни факултет, Универзитет у Новом Саду, ISBN: 978-86-7520-148-9
22. **Новковић, Н.** (2018): Планирање и пројектовање, Пољопривредни факултет, Универзитет у Новом Саду
23. **Пауновић Нађа** (2004): Формулисање модела стратешког планирања пословног система у агробизнису, магистарска теза, Пољопривредни факултет, Нови Сад
24. **Пушичић Д.** (2003): Логистички модел за планирање организације транспорта, магистарска теза, Пољопривредни факултет, Нови Сад
25. **Рајић, З.** (2002): Модел за оптимирање структуре производње индустријске кланице, докторска дисертација, Пољопривредни факултет, Нови Сад
26. **Родић, Весна** (1996): Модел за оптимално регионално планирање пољопривредне производње, Пољопривредни факултет, Нови Сад
27. **Родић, Весна** (2001): Модел за оптимирање развоја пољопривреде и прехрамбене индустрије, докторска дисертација, Пољопривредни факултет, Нови Сад
28. **Stroecker,A., Khatikarn, K., Heady, O.E., Sriplung, S**. (1987): Development and Application of a National Linear Programming Model for Development Planning of Thailand Agriculture, AJAE, februar
29. **Heady,E.O.** (1984): Modeli za planiranje i analizu sektora poljoprivrede, Ekonomika poljoprivrede br. 7/8, Beograd
30. **Condos, A., Cappi, C.** (1987): Agriculture Sector Analysis: A Linear Programming Model for Tunista, AJAE, Februar
31. **Ћосовић, Ј.** (2006): Модел за оптимирање ратарске производње у пољопривредном предузећу, магистарска теза, Пољопривредни факултет, Нови Сад
32. **Шомођи, Ш., Новковић, Н.** (1989): Optimalization of Economic Relation in a Reproduction Chain for Meat Production, Zbornik radova 21. seminara EAAE, Kiev (466-474)
33. **Васиљевић, А.** (2004): Утицај висине каматних стопа на оптималну структуру пољопривредне производње, докторска дисертација, Пољопривредни факултет, Нови Сад

ISBN 978-86-7520-546-3